



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Wellington de Souza Silva

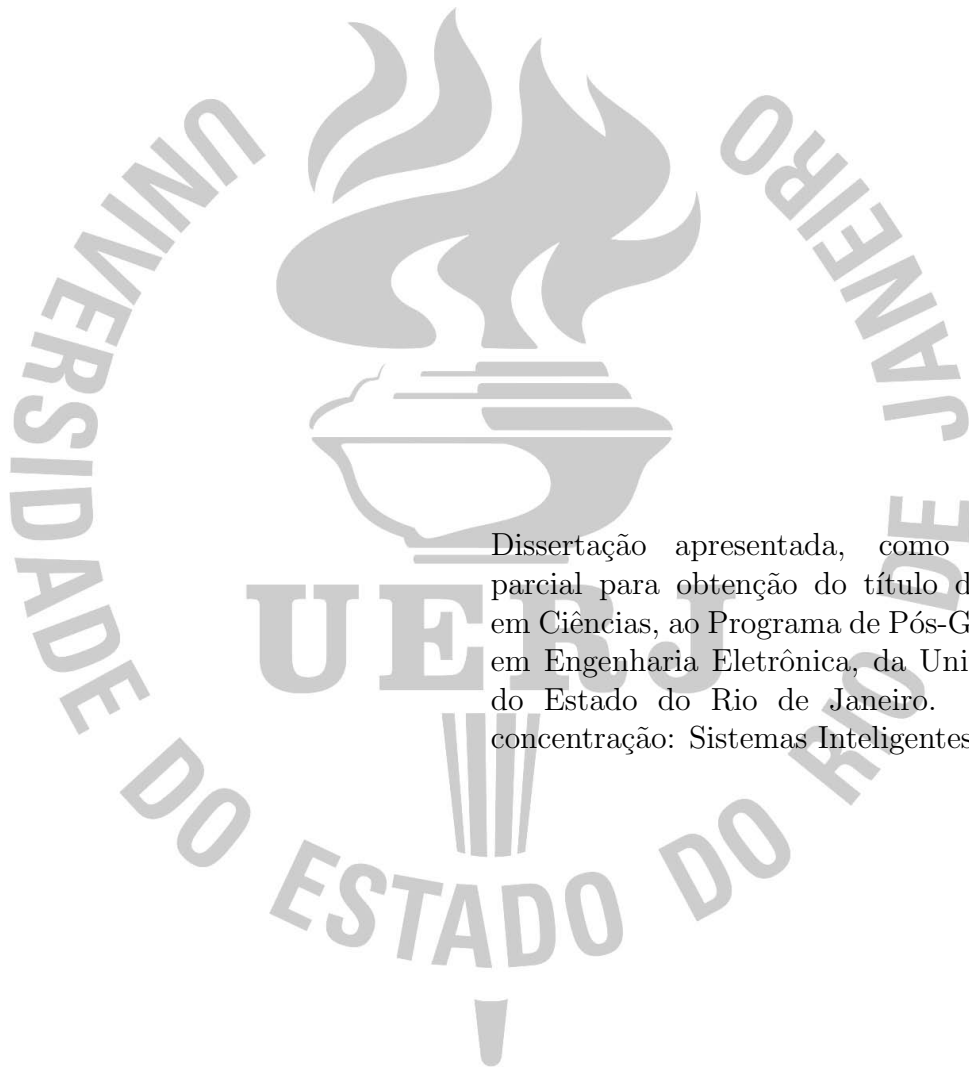
**Modelagem, Planejamento de Movimentos e controle PID  
sintonizado com algoritmo genético de um veículo aéreo  
autônomo do tipo quadrirrotor**

Rio de Janeiro

2021

Welington de Souza Silva

**Modelagem, Planejamento de Movimentos e controle PID sintonizado com algoritmo genético de um veículo aéreo autônomo do tipo quadrrrotor**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes.

Orientador: Prof. Téo Cerqueira Revoredo, D.Sc

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

S586 Silva, Wellington de Souza.  
Modelagem, planejamento de movimentos e controle PID  
sintonizado com algoritmo genético de um veículo aéreo  
autônomo do tipo quadricóptero / Wellington de Souza Silva. –  
2021.  
175f.

Orientador: Téo Cerqueira Revoredo.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de  
Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia eletrônica - Teses. 2. Inteligência artificial -  
Teses. 3. Controladores PID - Teses. 4. Algoritmos genéticos -  
Teses. I. Revoredo, Téo Cerqueira. II. Universidade do Estado  
do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. III. Título.

CDU 681.515.8

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou  
parcial desta tese, desde que citada a fonte.

---

Assinatura

---

Data

Wellington de Souza Silva

**Modelagem, Planejamento de Movimentos e controle PID sintonizado com  
algoritmo genético de um veículo aéreo autônomo do tipo quadrirrotor**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes.

Aprovado em: 17 de Dezembro de 2021

Banca Examinadora:

---

Prof. Téo Cerqueira Revoredo, D.Sc. (Orientador)

PEL - UERJ

---

Prof. Andrei Giordano Holanda Battistel, D.Sc.

PEL - UERJ

---

Prof. Felix Antoine Claude Mora-Camino, D.Sc.

UFF

Rio de Janeiro

2021

## AGRADECIMENTO

Primeiramente agradeço a Deus e a Nossa Senhora Aparecida pela fé e foco pra desenvolver essa dissertação;

Segundo agradeço a minha família que sempre está do meu lado, o meu pai (*Severino Gomes da Silva*), a minha mãe (*Maria Barbosa de Souza Silva*) e ao meu irmão (*Márcio de Souza Silva*), pela paciência que tiveram comigo nesse período do desenvolvimento da dissertação;

Terceiro, agradeço ao meu orientador o professor Téo e o Renan, pelas ajudas me orientando no desenvolvimento da dissertação, na ajuda de acreditar que dava pra resolver os obstáculos que aparecia no desenvolvimento da dissertação, nas palavras de incentivo e na paciência com um aluno ansioso pra finalizar o projeto de dissertação;

E por último aos meus amigos que sempre estavam me incentivando na minha jornada de pós-graduação.

## RESUMO

**SILVA**, Welington de Souza *Modelagem, Planejamento de Movimentos e controle PID sintonizado com algoritmo genético de um veículo aéreo autônomo do tipo quadrirrotor*. 2021. 175 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

Veículos autônomos têm se provado agentes modificadores e de inovação em diversas áreas. Nos centros urbanos, por exemplo, têm grande potencial para solucionar vários problemas do transporte moderno de bens e pessoas contribuindo para o desenvolvimento de cidades inteligentes. No campo, possuem aplicações diversas na agricultura que vão desde o monitoramento de plantações à fertilização do solo. Na indústria, realizam inspeções, fazem filmagens, transportam equipamentos, etc. Nesse cenário, veículos aéreos não tripulados compõem uma classe promissora de robôs móveis, com aplicações possíveis em monitoramento e segurança, inspeção de estruturas e equipamentos, atendimento médico de urgência, entrega de produtos, busca e resgate em áreas remotas, dentre outros. Nesta classe de veículos, destacam-se os quadrirrotores que, movimentados por quatro hélices, oferecem liberdade de movimentação em qualquer direção, capacidade de pairar no ar e de voar com velocidade baixa de seus motores, além da facilidade de pousar e decolar de qualquer superfície plana. Trata-se, entretanto, de um sistema sub atuado que apresenta desafios para ser controlado. Diversas estratégias são encontradas na literatura para realizar o controle de posição e atitude de quadrirrotores, porém a mais popular é o emprego de controladores do tipo proporcional-integral-derivativo. Todavia, a escolha adequada dos parâmetros desses controladores ainda se apresenta como uma tarefa complicada. Nesse contexto, esta Dissertação visa contribuir no tema movimentação autônoma de quadrirrotores, apresentando a modelagem matemática das suas cinemática e dinâmica, o planejamento de trajetórias exequíveis e, especialmente, a implementação de controladores para o seguimento das trajetórias planejadas. O esquema de controladores do tipo proporcional-integral-derivativo, sintonizado inicialmente pelo método de Ziegler-Nichols, tem em seguida os seus 18 ganhos otimizados utilizando um algoritmo genético. Validação computacional é realizada com base em trajetórias com características distintas, avaliando-se a capacidade e o desempenho no rastreamento das mesmas com e

sem a influência de perturbações. Os resultados comprovam a exequibilidade do modelo e do esquema de controle, bem como o melhor desempenho da sintonia realizada pelo algoritmo genético, e provêm base de comparação para experimentos futuros.

Palavras-chave: Quadrrrotores. Planejamento de movimentos. Controle PID. Algoritmos genéticos.

## ABSTRACT

**SILVA**, Welington de Souza. *Modeling, Planning of Movements and PID control tuned with a Genetic Algorithm of a Quadricopter Autonomous Aerial Vehicle*. 2021. 175 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

Autonomous vehicles have proven themselves as agents of change and innovation in several areas. In urban centers, for example, they have great potential to solve several problems in the modern transport of goods and people, contributing to the development of smart cities. In agriculture, they they are applied in applications ranging from monitoring of plantations to soil fertilization. In industry, they carry out inspections, footage, transport equipment, etc. In this scenario, unmanned aerial vehicles are a promising class of mobile robots, with possible applications in monitoring and security, inspection of structures and equipment, emergency medical care, product delivery, search and rescue in remote areas, among others. Quadcopters stand out. Put in motion by four propellers, they offer freedom of movement in any direction, the ability to hover in the air and fly with low engine speed, in addition to the ease of landing and taking off from any flat surface. It is, however, an underactuated system which presents challenges to be controlled. Several strategies are found in the literature to control the position and attitude of quadcopters, among which the most popular is the use of proportional-integral-derivative controllers. However, the proper choice of parameters for these controllers is still a complicated task. In this context, this Dissertation aims to contribute to the theme of autonomous movement of quadcopters, presenting the mathematical modeling of their kinematics and dynamics, the planning of feasible trajectories and especially, the implementation of controllers to track them. The proportional-integral-derivative controller scheme, initially tuned by the Ziegler-Nichols method, then has its 18 gains optimized using a genetic algorithm. Computational validation is performed using trajectories with distinct characteristics and evaluating the quadrotor ability and performance in tracking them with and without the influence of disturbances. The results prove the feasibility of the model and the control scheme, as well as the better performance of the tuning performed by the genetic algorithm. In addition, they provide a comparison basis for future experiments.



Keywords: Quadrotors. Motion planning. PID control. Genetic algorithm.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Modelo de um Quadrirrotor. ....	22
Figura 2	Quadro e Componentes de um Quadrirrotor ....	23
Figura 3	Sentido de Giro dos Motores.....	24
Figura 4	Movimentos do Quadrirrotor. ....	24
Figura 5	Gyroplane N°1 e Oemichen 2. ....	26
Figura 6	Octopus Voador e Convertawings Model A.....	27
Figura 7	Curtis x-19 e Bell X-22.....	27
Figura 8	Modelos das empresas Aeroquad e ArduCopter.....	28
Figura 9	Modelos das empresas Parrot AR.Drone e DJI.....	28
Figura 10	Diagrama de Blocos do Espaço de Estado.....	35
Figura 11	Diagrama do Controle PID. ....	37
Figura 12	Fluxograma do Algoritmo Genético.....	47
Figura 13	Sistemas de Coordenadas da Aeronave. ....	48
Figura 14	Trajectoria 1. ....	63
Figura 15	Posição e Velocidade na direção $x$ ao longo da Trajetória 1.....	65
Figura 16	Posição e Velocidade na direção $z$ ao longo da Trajetória 1 ....	67
Figura 17	Trajectoria 1. ....	67
Figura 18	Trajectoria 2. ....	68
Figura 19	Posição e Velocidade na direção $x$ ao longo da Trajetória 2.....	70
Figura 20	Posição e Velocidade na direção $y$ ao longo da Trajetória 2.....	72
Figura 21	Posição e Velocidade na direção $z$ ao longo da Trajetória 2.....	74
Figura 22	Trajectoria 2 - (Posição e Velocidade). ....	74
Figura 23	Trajectoria 3 - Direção $x$ .....	75
Figura 24	Trajectoria 3 - Direção $y$ .....	76
Figura 25	Trajectoria 3 - Direção $z$ .....	77
Figura 26	Trajectoria 3 - Espiral.....	77
Figura 27	Trajectoria 4 - Direção $x$ .....	78
Figura 28	Trajectoria 4 - Direção $y$ .....	79
Figura 29	Trajectoria 4 - Círculo. ....	79

Figura 30	Sistema Linear de Controle em Cascata do Quadrirrotor. ....	80
Figura 31	Sistema de Controle Translacional do Quadrirrotor. ....	81
Figura 32	Diagrama de Blocos do Sistema Modelado com Função de Transferência de Controle de Altitude do Quadrirrotor. ....	83
Figura 33	Diagrama de Blocos do Sistema Modelado em Espaço de Estado para o Controle de Altitude do Quadrirrotor. ....	83
Figura 34	Sistema de Controle Rotacional do Quadrirrotor. ....	87
Figura 35	Sistema Linear de Controle do Quadrirrotor com sintonia do Algoritmo Genético. ....	89
Figura 36	Comparação da Trajetória 1. ....	93
Figura 37	Deslocamento e erro na Direção $x$ . ....	94
Figura 38	Deslocamento e erro na Direção $y$ . ....	95
Figura 39	Deslocamento e erro na Direção $z$ . ....	96
Figura 40	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ . ....	97
Figura 41	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ . ....	98
Figura 42	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ . ....	99
Figura 43	Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 1. ....	99
Figura 44	Sistema de Controle do Quadrirrotor com Perturbações. ....	100
Figura 45	Perturbações Verticais na Trajetória 1. ....	101
Figura 46	Deslocamento e erro na Direção $x$ . ....	101
Figura 47	Deslocamento e erro na Direção $y$ . ....	102
Figura 48	Deslocamento e erro na Direção $z$ . ....	104
Figura 49	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ . ....	105
Figura 50	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ . ....	105
Figura 51	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ . ....	106
Figura 52	Deslocamento e erro na Direção $x$ . ....	107
Figura 53	Deslocamento e erro na Direção $y$ . ....	108
Figura 54	Deslocamento e erro na Direção $z$ . ....	109
Figura 55	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ . ....	110
Figura 56	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ . ....	111
Figura 57	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ . ....	112
Figura 58	Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 2. ....	112

Figura 59	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	113
Figura 60	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	113
Figura 61	Deslocamento e erro na Direção $z$ .....	114
Figura 62	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .....	115
Figura 63	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .....	115
Figura 64	Trajetória 2 com perturbações verticais. ....	116
Figura 65	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	117
Figura 66	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	117
Figura 67	Deslocamento e erro na Direção $z$ .....	118
Figura 68	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .....	119
Figura 69	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .....	119
Figura 70	Trajetória 2 com perturbações horizontais.....	120
Figura 71	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	121
Figura 72	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	122
Figura 73	Deslocamento e erro na Direção $z$ .....	123
Figura 74	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .....	124
Figura 75	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .....	126
Figura 76	Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 3. ....	127
Figura 77	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	128
Figura 78	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	128
Figura 79	Deslocamento e erro na Direção $z$ .....	129
Figura 80	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .....	129
Figura 81	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .....	130
Figura 82	Trajetória 3 com perturbações verticais. ....	131
Figura 83	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	131
Figura 84	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	132
Figura 85	Deslocamento e erro na Direção $z$ .....	133
Figura 86	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .....	134
Figura 87	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .....	134
Figura 88	Trajetória 3 com perturbações horizontais.....	135
Figura 89	Deslocamento e erro na Direção $x$ .....	136
Figura 90	Deslocamento e erro na Direção $y$ .....	137

Figura 91	Deslocamento e erro na Direção $z$ .	137
Figura 92	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .	138
Figura 93	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .	139
Figura 94	Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 4.	140
Figura 95	Deslocamento e erro na Direção $x$ .	141
Figura 96	Deslocamento e erro na Direção $y$ .	141
Figura 97	Deslocamento e erro na Direção $z$ .	142
Figura 98	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .	143
Figura 99	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .	144
Figura 100	Trajetória 4 com perturbações verticais.	144
Figura 101	Deslocamento e erro na Direção $x$ .	145
Figura 102	Deslocamento e erro na Direção $y$ .	146
Figura 103	Deslocamento e erro na Direção $z$ .	147
Figura 104	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .	148
Figura 105	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .	148
Figura 106	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ .	149
Figura 107	Trajetória 4 com perturbações horizontais.	149
Figura 108	Deslocamento e erro na Direção $x$ .	150
Figura 109	Deslocamento e erro na Direção $y$ .	151
Figura 110	Deslocamento e erro na Direção $z$ .	152
Figura 111	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .	153
Figura 112	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .	154
Figura 113	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ .	154
Figura 114	Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 3.	155
Figura 115	Deslocamento e erro na Direção $x$ .	156
Figura 116	Deslocamento e erro na Direção $y$ .	156
Figura 117	Deslocamento e erro na Direção $z$ .	157
Figura 118	Deslocamento e erro no ângulo $\phi$ .	157
Figura 119	Deslocamento e erro no ângulo $\theta$ .	158
Figura 120	Deslocamento e erro no ângulo $\psi$ .	160
Figura 121	Desempenho com Perturbações Aleatórias.	161

Figura 122 Erros encontrados no desempenho da Trajetória 3 utilizando as sintonias por ZN e GA.....	162
--	-----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Características das ações de controle que compõe um controlador PID. $e(t)$ denota o erro de Regime Permanente, $t_r$ o tempo de subida e $t_s$ o tempo de acomodação. ....	39
Tabela 2	Parâmetros de Ajuste de ganhos para o método de Ziegler e Nichols. ....	40
Tabela 3	Principais tipos de representação do cromossoma. ....	43
Tabela 4	Variáveis de Estado do sistema. ....	56
Tabela 5	Pontos inicial, final e de passagem especificados para a Trajetória 1. ....	63
Tabela 6	Parâmetros da movimentação na direção $x$ ao longo da Trajetória 1. Valores de posição em metros e de velocidade em m/s. ....	65
Tabela 7	Planejamento da Trajetória 1 - Direção $z$ . ....	66
Tabela 8	Planejamento da Trajetória 2 - Direção $x$ . ....	70
Tabela 9	Planejamento da Trajetória 2 - Direção $y$ . ....	72
Tabela 10	Planejamento da Trajetória 2 - Direção $z$ . ....	73
Tabela 11	Parâmetros do algoritmo genético ....	89
Tabela 12	Ganhos proporcional, integral e derivativo para os controladores de posição e atitude obtidos pelo método de sintonia de Ziegler-Nichols seguido de ajuste empírico e otimizados pelo algoritmo genético. ....	90
Tabela 13	Parâmetros do quadrrrotor. ....	91
Tabela 14	Erro médio de distância para cada trajetória efetuada pelos controladores. ....	159
Tabela 15	Erro médio de distância para cada trajetória efetuada pelos controladores ZN e GA, utilizando o modelo EE, sujeitas a perturbações aleatórias. ....	161

## LISTA DE SIGLAS

ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
ANATEL	Agência Nacional de Telecomunicações
CMA	Certificado Médico Aeronáutico
DECEA	Departamento de Controle do Espaço Aéreo
DJI	Da-Jiang Innovations
ESC	Electronic Speed Controller ou Controlador Eletrônico de Velocidade
MIMO	Múltiplas Entradas, Múltiplas Saídas
M1	Motor 1 do Quadrirrotor
M2	Motor 2 do Quadrirrotor
M3	Motor 3 do Quadrirrotor
M4	Motor 4 do Quadrirrotor
Pro-Vant	Programa de Pesquisa e capacitação com Veículos Aéreos Não Tripulados
RBAC-E	Regulamento Brasileiro de Aviação Civil Especial
RPA	Aeronave Remotamente Pilotada - Remotely Piloted Aircraft
Sarpas	Solicitação de Acesso de Aeronaves Remotamente Pilotadas
SISANT	Sistema de Aeronaves não Tripuladas
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado



## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	19
1	<b>ESTADO DA ARTE</b> .....	21
1.1	Quadrirrotores.....	21
1.2	Princípio de Funcionamento.....	23
1.3	Histórico .....	25
1.4	Legislação de VANT's no Brasil .....	28
1.4.1	Regras Básicas para VANT's no Brasil.....	29
1.5	Motivação.....	31
1.6	Objetivo .....	33
2	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	34
2.1	Espaço de Estados .....	34
2.2	Planejamento .....	36
2.3	Controle Proporcional Integral Derivativo - PID .....	37
2.3.1	Sintonia .....	39
2.3.1.1	Método de Ziegler e Nichols .....	40
2.3.2	Linearização .....	40
2.4	Equação de Euler-Lagrange .....	41
2.5	Algoritmos genéticos .....	42
2.5.1	Problema de otimização .....	43
2.5.2	Representação .....	43
2.5.3	Decodificação .....	44
2.5.4	Avaliação .....	45
2.5.5	Seleção .....	45
2.5.6	Operadores Genéticos.....	45
2.5.7	Inicialização da população.....	46
2.5.8	Parâmetros e critérios de parada.....	46
3	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	48
3.1	Modelo cinemático .....	48

3.1.1	Velocidade Linear .....	49
3.1.2	Velocidade Angular .....	49
3.2	Dinâmica - Equações de Euler - Lagrange .....	50
3.2.1	Dinâmica Translacional .....	51
3.2.2	Dinâmica Rotacional .....	53
3.3	Linearização do Modelo Matemático da aeronave .....	56
3.4	Função de Transferência do Quadricóptero .....	60
4	<b>PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS</b> .....	61
4.1	Trajetoária 1 .....	62
4.1.1	Trajetoária 1 - Direção $x$ .....	63
4.1.2	Trajetoária 1 - Direção $z$ .....	65
4.2	Trajetoária 2 .....	67
4.2.1	Trajetoária 2 - Direção $x$ .....	68
4.2.2	Trajetoária 2 - Direção $y$ .....	70
4.2.3	Trajetoária 2 - Direção $z$ .....	72
4.3	Trajetoária 3 .....	74
4.3.1	Trajetoária 3 - Direção $x$ .....	75
4.3.2	Trajetoária 3 - Direção $y$ .....	75
4.3.3	Trajetoária 3 - Direção $z$ .....	76
4.4	Trajetoária 4 .....	76
4.4.1	Trajetoária 4 - Direção $x$ .....	77
4.4.2	Trajetoária 4 - Direção $y$ .....	78
4.4.3	Trajetoária 4 - Direção $z$ .....	78
5	<b>CONTROLE</b> .....	80
5.1	Controle Translacional .....	81
5.1.1	Altitude .....	81
5.1.2	Movimento Linear no Plano $x - y$ .....	84
5.2	Atitude .....	85
5.3	Relação entre os sistemas translacional e rotacional .....	87
5.4	Ajuste de ganhos .....	88

6	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	91
6.1	Trajectoria 1 .....	92
6.1.1	Sem perturbações .....	92
6.1.2	Perturbações verticais .....	100
6.1.3	Perturbações horizontais.....	106
6.2	Trajectoria 2 .....	109
6.2.1	Sem perturbações .....	109
6.2.2	Perturbações verticais .....	116
6.2.3	Perturbações horizontais.....	120
6.3	Trajectoria 3 .....	127
6.3.1	Sem perturbações .....	127
6.3.2	Perturbações verticais .....	130
6.3.3	Perturbações horizontais.....	135
6.4	Trajectoria 4 .....	140
6.4.1	Sem perturbações .....	140
6.4.2	Perturbações verticais .....	143
6.4.3	Perturbações horizontais.....	146
6.5	Otimização de ganhos com algoritmos genéticos.....	155
6.5.1	Perturbações aleatórias .....	158
7	<b>CONCLUSÃO</b> .....	163
7.1	Trabalhos futuros .....	163
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	165
	<b>ANEXOS</b> .....	171

Robôs móveis autônomos têm sido objeto de pesquisa e desenvolvimento há décadas e, em conjunto com outros tipos de soluções robóticas, vêm experimentando o crescimento da demanda nos últimos anos para aplicações do mundo moderno. Em grandes metrópoles ao redor do mundo, por exemplo, a urbanização intensa gera perdas de funcionalidades básicas que afetam de maneira significativa a qualidade de vida da população, tais como deficiências no gerenciamento de recursos naturais e dificuldades logísticas e de mobilidade urbana as quais podem melhorar significativamente com o uso de sistemas robóticos [1]. Nesse contexto, os veículos autônomos têm um grande potencial para solucionar inúmeros problemas atuais do transporte moderno de bens e pessoas, contribuindo para o desenvolvimento de cidades inteligentes.

A ampla utilização de veículos autônomos tende a reduzir a emissão de poluentes e o consumo de energia nas cidades [2], além de proporcionar resultados econômicos e sociais positivos através de maior eficiência no gerenciamento do tráfego, na segurança rodoviária e na acessibilidade ao transporte [3]. Ao prover carros, caminhões, ônibus, navios, trens, Veículos Aéreos Não-Tripulados (VANT's), aviões e helicópteros de capacidade de movimentação autônoma para desempenhar suas diferentes funções, tais como transportar pessoas e materiais dentro ou fora das cidades, tende-se a melhorar a logística, os serviços, a qualidade de vida da população e a eficiência de uma maneira geral das cidades modernas. Eliminação de sinais de trânsito, gerenciamento do uso compartilhado dos diferentes modais, monitoração de ativos através da cidade, e atendimentos de urgência são alguns exemplos das necessidades que podem ser atendidas [4,5].

Fora das cidades, VANT's também se apresentam como agentes de mudança e melhorias em diversas áreas, tais como agricultura, engenharia, cinema e até mesmo guerra. Nesse cenário, veículos aéreos não tripulados compõem uma classe promissora de robôs móveis, com aplicações possíveis em monitoramento e segurança (por exemplo, em operações policiais no estado do Rio de Janeiro), inspeção de estruturas (na construção de edificações e na instalação de sistemas de microgeração de energia com fontes renováveis), e equipamentos, atendimento médico de urgência, entrega de produtos, na modernização da agricultura brasileira e na preservação ambiental e animal, dentre outros. Com o crescimento do mercado de compras pela internet nos últimos anos, por exemplo, além do distanciamento social imposto pela pandemia de COVID-19 recentemente, diversas empresas de logística têm o objetivo de tornar a entrega autônoma de materiais por

intermédio de VANT's uma realidade. Não por acaso, muitas empresas multinacionais, como por exemplo a *Amazon* está com testes bem avançados na entrega de produtos utilizando VANT's [6].

Como elementos básicos da movimentação autônoma de robôs apresentam-se o planejamento e o seguimento de trajetórias. O primeiro pode ser definido como o processo de determinar uma lei de movimento que permita a um robô movimentar-se de uma posição inicial até uma posição final, sujeito à restrições, enquanto o segundo trata do projeto de controladores que conduzam o veículo da maneira planejada. São temas fundamentais em robótica móvel, presentes em diversas aplicações tais como a movimentação de VANT's em tarefas de perseguição [7], a navegação autônoma e cooperativa de múltiplos robôs [8], a operação de veículos agrícolas [9], a movimentação robótica em ambientes acidentados [10] e o estacionamento de carros em cidades [11, 12].

Diante desse cenário, esta Dissertação pretende contribuir nos temas de planejamento e seguimento de trajetórias para operação autônoma de veículos aéreos não-tripulados do tipo quadricóptero. Para tal, partindo de um modelo matemático, apresenta-se a implementação computacional tanto da cinemática quanto da dinâmica de um quadricóptero, bem como algoritmos para o planejamento de trajetórias exequíveis e o projeto de controladores (de orientação, posição e altitude) para a realização das mesmas. A movimentação autônoma é obtida através de controladores do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) cuja sintonia, inicialmente realizada pelo método de Ziegler-Nichols, é otimizada por intermédio de um algoritmo genético.

## Estrutura do Trabalho

O trabalho é organizado da seguinte forma: No Capítulo 1 é apresentado o estado da arte do quadricóptero. No Capítulo 2, são apresentados conceitos fundamentais que balizam os desenvolvimentos apresentados nesta Dissertação. No Capítulo 3 apresenta-se o processo de obtenção das equações que modelam as cinemática e dinâmica do quadricóptero. O Capítulo 4 discorre sobre o planejamento de trajetórias enquanto Capítulo 5 apresenta o projeto e a implementação do algoritmo de controle para os seus seguimentos. No Capítulo 6 são discutidos os resultados obtidos e no Capítulo 7 apresenta as considerações finais sobre o trabalho.

## 1 ESTADO DA ARTE

### 1.1 Quadrirrotores

Instituída em 2005 e operacional a partir de 2006 em substituição ao Departamento de Aviação Civil (DAC), a Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC) é a agência reguladora federal do Brasil com a finalidade de regular e fiscalizar as atividades da aviação civil e a infraestrutura aeronáutica e aeroportuária do país, com ações que se enquadram nos âmbitos de certificação, fiscalização, normatização e representação institucional. No Regulamento Brasileiro da Aviação Civil (RBAC) E-94, Emenda número 1, intitulado 'Requisitos gerais para aeronaves não tripuladas de uso civil' [13], a ANAC define:

**Definição 1 (Aeromodelo)** *Toda aeronave não tripulada com finalidade de recreação.*

**Definição 2 (Aeronave Remotamente Pilotada - RPA)** *Aeronave não tripulada, pilotada a partir de uma estação de pilotagem remota com finalidade diversa de recreação (em inglês, Remotely-Piloted Aircraft).*

**Definição 3 (Aeronave com operação autônoma)** *Operação normal de uma aeronave não tripulada durante a qual não é possível a intervenção do piloto remoto no voo ou parte dele.*

Adicionalmente, na base de dados composta por dicionários bilíngues e listas de siglas desenvolvidos por servidores da Superintendência de Gestão de Pessoas (SGP) da ANAC, denominada ANACpédia [14], pode-se encontrar a definição a seguir:

**Definição 4 (VANT)** *Aeronave projetada para operar sem piloto a bordo que não seja utilizada para fins meramente recreativos. Nesta definição, incluem-se todos os aviões, helicópteros e dirigíveis controláveis nos três eixos, excluindo-se, portanto, os balões tradicionais e os aeromodelos.*

Quadrirrotores (também conhecidos como *quadricópteros*) são aeronaves cuja sustentação e manobrabilidade no ar é alcançada através de quatro hélices acionadas por motores independentes. São classificados como aeronaves de asas rotativas, e são também denominados como helicópteros, embora com características diferentes dos helicópteros padrão [15]. A Figura 1 apresenta um exemplo de quadrirrotor.



Figura 1: Modelo de um Quadrirrotor.  
Fonte: O Autor.

Os quadrirrotores possuem características muito importantes em comparação a outros tipos de aeronaves, tais como: liberdade de movimentação em qualquer direção, capacidade de pairar (ficar parado) no ar e de voar com velocidade baixa de seus motores, além da facilidade de pousar e decolar de qualquer superfície plana, não precisando, por exemplo, de uma pista de decolagem [15]. Por estas características os quadricópteros vêm sendo largamente utilizados em diversos setores, tais como: inspeção de edificações, pontes e áreas perigosas ao ser humano, segurança (monitoração de favelas, resgate de pessoas), cinematografia, agricultura, entre outras [16].

Os quadrirrotores são basicamente compostos por um quadro (do inglês, *frame*), motores, hélices, controlador eletrônico de velocidade (ESC, do inglês *Electronic Speed Controller*), placa controladora, bateria e sistema de comunicação, além de eventuais componentes adicionais dependendo da finalidade pra qual a aeronave é projetada [17].

O quadro é a estrutura física do Quadricóptero, que tipicamente assume uma das configurações a seguir [18]:

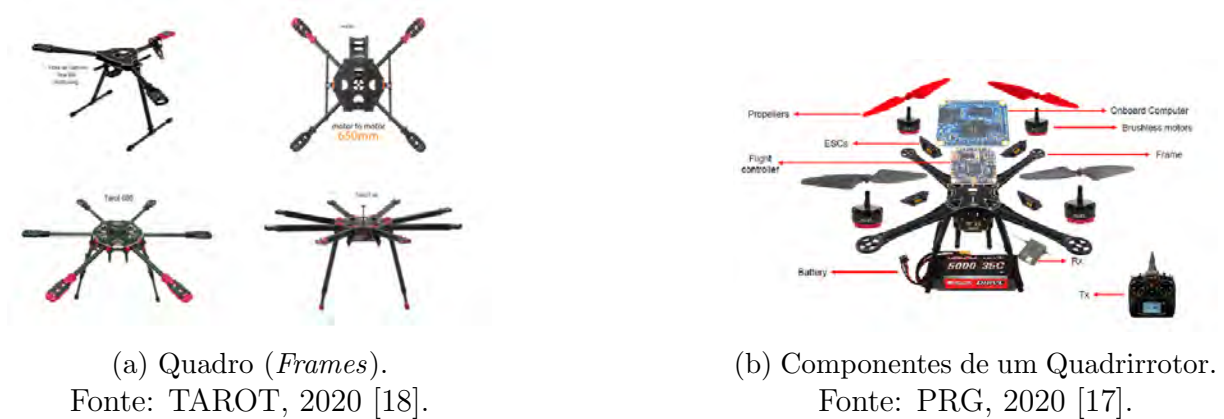
**Tricopter.** Estrutura com três braços e três motores, sendo um por braço;

**Y4.** Semelhante a um tricóptero, porém com um motor adicional;

**Quadrirrotor.** Estrutura com quatro braços e quatro motores, um por braço, posicionados em X ou +;

**Hexacooper.** Estrutura com seis braços e seis motores, sendo um por braço;

**Y6.** Estrutura com três braços e seis motores, sendo dois motores por braço;

(a) Quadro (*Frames*).

Fonte: TAROT, 2020 [18].

(b) Componentes de um Quadrirotor.

Fonte: PRG, 2020 [17].

Figura 2: Quadro e Componentes de um Quadrirotor

**Octacopter.** Estrutura com oito braços e oito motores, sendo um motor por braço;

**X8.** Estrutura com quatro braços e oito motores, dois motores por braço.

A Figura 2a apresenta alguns exemplos de diferentes quadros de VANT's.

O conjunto composto pelos motores e hélices produz a força que sustenta a aeronave no ar, enquanto o ESC tem a função de controlar a velocidade dos motores. A placa controladora tem por finalidade realizar o controle de alto nível da aeronave, a bateria fornece a alimentação à toda parte elétrica da mesma e, por fim, o sistema de comunicação, composto por transmissor (controle remoto) e receptor (posicionado na aeronave), permite envio e recebimento de sinais para fins diversos. Os diferentes componentes de um quadricóptero são exemplificados na Figura 2b.

## 1.2 Princípio de Funcionamento

Na configuração X, os motores são posicionados equidistantes do centro de massa da aeronave, sendo que cada par de motores diagonalmente opostos gira em sentidos contrários, ou seja, um par no sentido horário e o outro no sentido anti-horário, como pode ser visto na Figura 3. Deste modo, quando as hélices giram com velocidades angulares iguais, o momento resultante do quadricóptero é nulo, possibilitando estabilidade de voo em torno do centro de gravidade da aeronave.

Pelo exposto, fica evidente a possibilidade de produzir movimentos do quadrirotor através da variação da velocidade angular de cada motor/hélice. A Figura 4 apresenta as combinações de velocidades dos motores que produzem movimentação para frente/trás, esquerda/direita, cima/baixo, pairar e girar em torno do próprio eixo.

Na Figura 4.a observa-se que com o aumento da velocidade angular dos motores



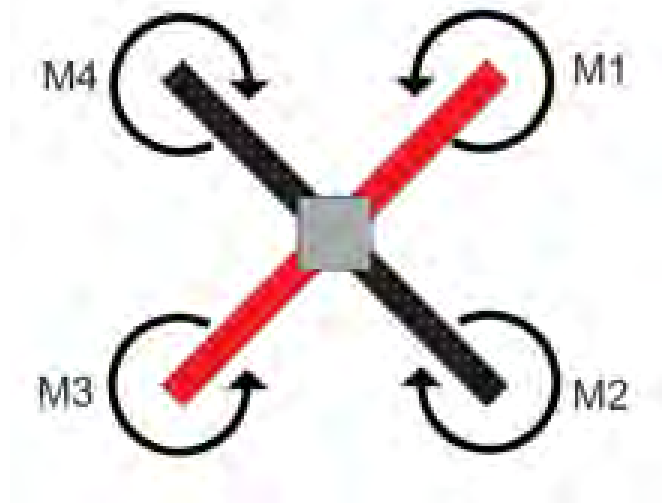


Figura 3: Sentido de Giro dos Motores.  
Fonte: O Autor.

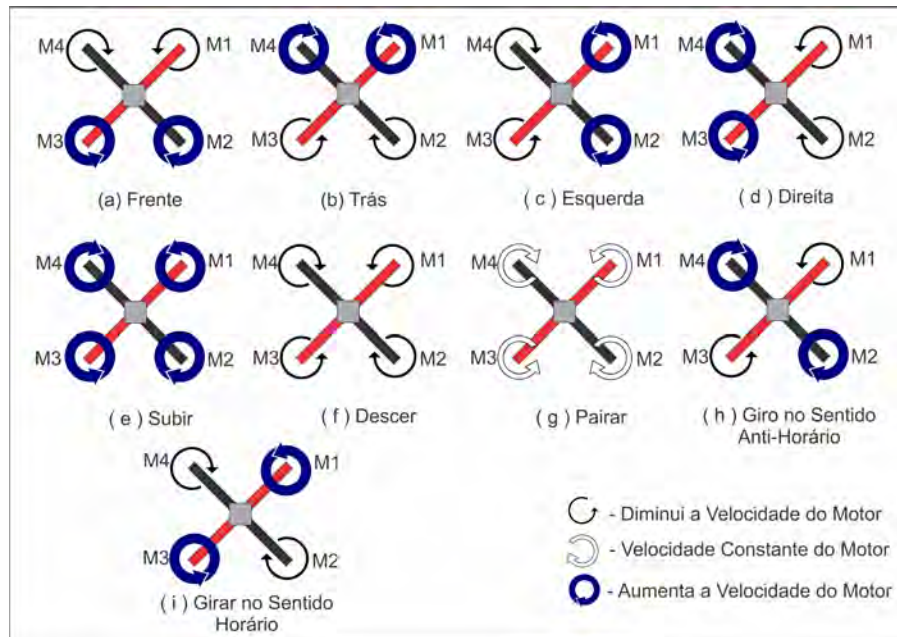


Figura 4: Movimentos do Quadricóptero.  
Fonte: O Autor.

(M2 e M3) em conjunto com a diminuição proporcional da velocidade angular dos motores (M1 e M4) é possível movimentar a aeronave para a frente. De maneira análoga, na Figura 4.b observa-se que aumentar a velocidade angular dos motores (M1 e M4) e diminuir proporcionalmente a velocidade angular dos motores (M2 e M3) produz movimentação para trás. De maneira semelhante, as Figura 4.c e Figura 4.d exemplificam a movimentação do quadricóptero para a esquerda e para a direita, respectivamente.

A Figura 4.e exemplifica como realizar movimento para cima, aumentando a ve-

locidade angular dos quatro motores (M1, M2, M3 e M4) simultaneamente, enquanto a Figura 4.f indica como a diminuição simultânea destas velocidades gera movimento de descida.

Na situação exemplificada na Figura 4.g, a aeronave paira no ar, mantendo a velocidade de rotação dos quatro motores constante.

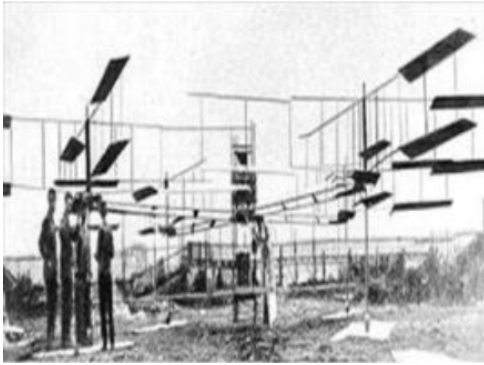
Por fim, as Figura 4.h e Figura 4.i exemplificam o movimento de rotação da aeronave ao redor do seu próprio eixo nos sentidos anti-horário (aumentando a velocidade angular de (M2, M4) e diminuindo proporcionalmente a velocidade angular de (M1, M3)) e horário (aumentando a velocidade angular (M1, M3) e diminuindo proporcionalmente a velocidade angular dos motores (M2, M4)), respectivamente.

Em resumo, para movimentar um quadricóptero, produz-se tração maior em dois motores e proporcionalmente menor nos outros dois, mantendo a tração total da aeronave constante.

### 1.3 Histórico

Os primeiros registros do uso dos VANT's são imprecisos. Tal como afirma 16, existem informações que comprovam o uso de aeronaves não tripuladas desde meados do século XIX, ocasião na qual eram utilizadas inclusive em guerras. Entretanto, os primeiros estudos de aeronaves do tipo quadrirrotor surgiram apenas em 1907, com os irmãos Jacques e Louis Breguet e o professor Charles Richet, que construíram a primeira aeronave com quatro motores e quatro hélices denominada “*Gyroplane Nº 1*”. Na ocasião, foram realizados testes com baixa altitude e curto tempo de duração, que, embora não tenham produzido bons resultados, firmaram a teoria do uso dos motores aos pares girando em sentidos opostos que até hoje baliza a operação deste tipo de aeronave. O “*Gyroplane Nº 1*” (vide Figura 5a) tinha peso de decolagem aproximado de 578 Kg mais o peso da tripulação.

Em 1920, o engenheiro Etienne Oemichen iniciou as suas experiências de projetos com aeronaves de asas rotativas. No total, o engenheiro projetou seis aeronaves de decolagem vertical. A primeira falhou, mas Oemichen continuou com as suas experiências. O segundo projeto, o “*Oemichen 2*” (Figura 5b), era uma aeronave com quatro motores, oito hélices e estrutura de aço no formato de cruz, sustentado por um balão de hidrogênio. Segundo 16, Etienne Oemichen conseguiu realizar voos com certa estabilidade e contro-



(a) Gyroplane N°1.

Fonte: Pizetta, 2015 [19].



(b) Oemichen 2.

Fonte: Lima, 2015 [20].

Figura 5: Gyroplane N°1 e Oemichen 2.

labilidade mesmo com uma estrutura rudimentar, porém não satisfeito com a altura que suas aeronaves conseguiram, ele decidiu projetar novas aeronaves com somente um motor principal e outros dois motores na função de anti-torque.

Em 1922, a US Army Air Corps em parceria com George de Bothezat e Ivan Jerome desenvolveu o “*Octopus Voador*” (Figura 6a), uma aeronave do tipo quadrirrotor com hélices de seis pás em cada motor. A aeronave atingiu altura máxima em torno de 5 metros com peso de decolagem de aproximadamente de 1700 Kg. Segundo 20, os estudos do *Octopus Voador* foram limitados a poucos voos e, devido ao seu alto custo, o projeto foi cancelado.

Em 1956, o protótipo de aeronave conhecido como “*Convertawings Model A*” foi projetado tanto para uso tanto militar quanto civil com controle através da variação de tração entre os motores, e conseguiu bons resultados, apesar de testes realizados exclusivamente com movimentação pra frente. De acordo com [20], mesmo com bons resultados nos voos, nenhuma empresa teve interesse em investir na aeronave e o projeto foi terminado. A Figura 6b apresenta o “*Convertawings Model A*”.

Em 1963, foi produzido o *Curtis X-19*, com objetivo de transportar passageiros. Entretanto, a transição entre os voos vertical e horizontal não teve bons resultados, apresentando-se muito lenta [16]. Devido a esse problema o projeto foi descontinuado. A aeronave *Curtis X-19* pode ser vista na Figura 7a.

Em 1966, aconteceu o primeiro voo da *Bell X-22* (Figura 7b) e a transição entre os voos vertical e horizontal apresentou ótimos resultados. Entretanto, a aeronave não foi capaz de atingir a velocidade máxima de projeto de 525 Km/h e, por esse motivo, o



(a) Octopus Voador.  
Fonte: Koga, 2013 [21].



(b) Convertawings Model A.  
Fonte: Lima, 2015 [20].

Figura 6: Octopus Voador e Convertawings Model A.



(a) Curtiss X-19.  
Fonte: Monteiro, 2015 [22].



(b) Bell X-22.  
Fonte: Benigno, 2015 [16].

Figura 7: Curtiss x-19 e Bell X-22.

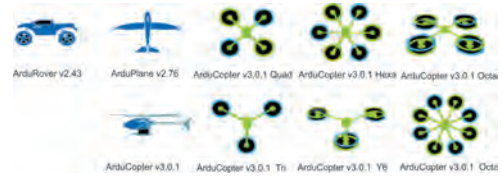
projeto foi cancelado [16].

Na década de 80 ocorreram os maiores avanços tecnológicos no ramo de atuadores e sensores para aeronaves. Desenvolveram-se os sensores microeletromecânicos e as técnicas e materiais de armazenamento de energia e processamento de informações evoluiu sobremaneira, contribuindo para o ressurgimento dos quadrirrotores num novo conceito de veículos aéreos não-tripulados [23], no qual o tamanho e o peso das aeronaves reduziu significativamente. Seguiu-se o aumento do interesse de pesquisadores no estudo desse tipo de aeronaves [22]. Assim, as aeronaves tornaram-se mais viáveis em termos de mobilidade e custos de produção. Como exemplo, cita-se os VANT's atuais, mais conhecidos como 'drones' que, se comparados aos *Gyroplane N° 1* e *Octopus Voador*, ou ainda a outros projetos do início do século XIX, são menores, pesam menos e têm custos de produção bem inferiores.

Nessa nova geração de quadrirrotores destacam-se os quadrirrotores das empresas *Tarot* apresentados na Figura 2a, os fabricados pela empresa *AeroQuad* [24], que pode ser visto na Figura 8a, os desenvolvidos pela empresa *ArduCopter*, cuja tela de configurações é apresentada na Figura 8b, os fabricados pela empresa *Parrot*, que podem ser observados



(a) Modelo da empresa AeroQuad.  
Fonte: DIYDRONES, Acesso em:  
18.12.2020.



(b) Modelo da empresa ArduCopter.  
Fonte: Arducopter, 2020 [24].

Figura 8: Modelos das empresas Aeroquad e ArduCopter.



(a) Modelo da empresa Parrot  
AR.Drone.  
Fonte: Parrot, 2020 [25].



(b) Modelo da empresa DJI Phantom.  
Fonte: DJI, 2020 [26].

Figura 9: Modelos das empresas Parrot AR.Drone e DJI.

na Figura 9a, e os quadricópteros da empresa *DJI*, apresentados na Figura 9b. As aeronaves desenvolvidas pelas empresas ArduCopter e AeroQuad são projetos com *software* e *hardware* de código aberto, baseadas no microcontrolador Arduino segundo o conceito de 'faça você mesmo' (DIY, do inglês *Do it Yourself*). Já a empresa Parrot, tem projetos com pequenos quadricópteros controlados via rádio com câmeras ligadas acopladas, podendo ser controlado por *smartphones* ou *tablets*. Por fim, a empresa DJI, possui alguns dos quadricópteros mais difundidos mundialmente, os Phantom séries 3 e 4.

#### 1.4 Legislação de VANT's no Brasil

A legislação brasileira a respeito de veículos aéreos não tripulados é muito recente e ainda está passando por ajustes. No Brasil, existem três órgãos responsáveis pela regulamentação e homologação dos VANT's, a saber: Agência Nacional de Telecomunicações (*ANATEL*); Agência Nacional de Aviação Civil (*ANAC*) e Departamento de Controle do Espaço Aéreo (*DECEA*).

O DECEA deu início a regulamentação em fevereiro de 2017 e a ANAC em maio do mesmo ano, sendo o Regulamento Brasileiro de Aviação Civil Especial nº 94/2017

(RBAC-E n° 94/2017) da ANAC complementar às normas de operação determinadas pela ANATEL e pelo DECEA.

A ANATEL possui a função de regularizar os dispositivos e equipamentos que funcionem e emitam sinais de radiofrequência para prevenir interferências. Durante o processo de homologação do dispositivo, a agência verifica as características técnicas de transmissão dos equipamentos e, quando aplicável, emite um selo com um número pra colar tanto no veículo aéreo como no rádio transmissor.

A ANAC é a responsável pela criação de regras para a atividade dos VANT's e pelo seu credenciamento. Na página da agência na internet, encontra-se o Sistema de Aeronaves não Tripuladas (SISANT), no qual o piloto ou o responsável pelo VANT deve preencher um cadastro com informações pessoais e informações do equipamento, tais como modelo e número de série. O documento gerado pelo sistema deve estar sempre de posse do piloto. Um modelo desse documento é apresentado no Anexo A.

O DECEA é um departamento militar que tem a responsabilidade de controlar o espaço aéreo brasileiro. Para realizar voos é necessário solicitar autorização para tal junto ao DECEA, através do sistema denominada Solicitação de Acesso de Aeronaves Remotamente Pilotadas (Sarpas). Neste, é solicitado ao operador da aeronave informações tais como o tipo de aeronave utilizada, o local, o tempo e a altitude do voo, entre outras informações necessárias para que o DECEA avalie a possibilidade de liberar a atividade sem que haja interferência na regulamentação vigente e no espaço aéreo brasileiro. O modelo de documento de solicitação de voo é apresentado no Anexo B.

Todas as atividades aéreas com VANT's não autorizadas e/ou que infringirem os artigos dos Códigos Penal e Civil podem ser punidos com multa variando atualmente de R\$ 3.200,00 (pessoa física) até R\$ 40.000,00 (pessoa jurídica).

O DECEA sempre orienta os operadores de VANT's que fiquem informados sobre as regras vigentes para o acesso ao espaço aéreo brasileiro por aeronaves remotamente pilotadas, tanto para uso exclusivamente recreativo (podendo ser consultado no AIC N 17) quanto para aeronaves não recreativa (podendo ser consultado no ICA 100-40).

#### 1.4.1 Regras Básicas para VANT's no Brasil

Nesta seção são apresentadas algumas regras básicas que proprietários e pilotos de veículos aéreos não tripulados devem respeitar em território brasileiro. Considera-se três

classes de VANT's diferentes, em função dos seus pesos de decolagem<sup>1</sup>:

- Classe 3: Peso de decolagem entre 250g e 25Kg;
- Classe 2: Peso de decolagem entre 25Kg e 150Kg;
- Classe 1: Peso de decolagem acima de 150Kg.

Embora o modelo matemático e as propostas de controle de quadricópteros apresentadas nesta Dissertação sejam aplicáveis à todas as classes acima citadas, as emulações computacionais são realizadas com base em um VANT classe 3. Desse modo, resume-se a seguir as regras de pilotagem básicas para esta classe de aeronave, além de algumas outras regras generalistas:

O piloto deve ter mais de 18 anos; É obrigatório Seguro Reta (seguro de responsabilidade civil, que abrange prejuízos à terceiros no caso de acidentes envolvendo os VANT's); Altura máxima de voo de 400 pés ou 120 metros (contado a partir do ponto de decolagem). Para voos acima deste limite é necessário possuir certificado de piloto de aeronave específico; Equipamentos com peso máximo de decolagem acima de 250g precisam ser cadastrados no SISANT; Distância mínima horizontal de 30 metros em relação a pessoas, casas, prédios, veículos e animais; Aeronaves não podem se aproximar a menos de 5,4 km de um aeroporto, se estiverem voando a uma altura de até 30 metros. Para voos mais altos, os VANT's precisam manter uma distância de pelo menos 9 km.

Para voar com VANT's com mais de 250g próximo a pessoas é necessário que elas concorram previamente com a operação; Na operação de uma aeronave remotamente pilotada com peso máximo de decolagem acima de 250 gramas, devem permanecer disponíveis na Estação de Pilotagem Remota, durante toda a operação, os seguintes documentos: Certidão de Cadastro, Certificado de Matrícula ou o Certificado de Marca Experimental; certificado de aeronavegabilidade (se aplicável), manual de voo, apólice de seguro ou certificado de seguro com comprovante de pagamento (se aplicável), documento contendo avaliação de risco, Licença, habilitação e extrato do Certificado Médico Aeronáutico (CMA).

---

<sup>1</sup>Aeronaves com peso de decolagem abaixo de 250g são considerados brinquedos e o uso é livre.

## 1.5 Motivação

Tal como mencionado anteriormente, com o advento dos sistemas microeletromecânicos, a pesquisa e o desenvolvimento com VANT's têm experimentado grande crescimento, levando à inúmeras aplicações em diferentes áreas, dentre as quais pode-se destacar.

Os serviços de entrega de produtos têm crescido significativamente em todo o mundo. Como exemplo, cita-se a entrega de alimentos comprados *online*, que obtiveram um aumento de 27% em 2020 se comparado ano anterior 2019 [27] e, espera-se, continuem a crescer nos próximos anos. Nesse contexto, a entrega autônoma figura como uma alternativa conveniente, especialmente em se considerando períodos de isolamento social, tais como o que muitos países vêm experimentando em consequência da pandemia COVID-19, nos quais o contato entre as pessoas deve ser reduzido ao máximo. A entrega autônoma pode reduzir o tempo de chegada do produto ao cliente final, dentre outras possibilidades e, não por acaso, grandes empresas do ramo, tais como Amazon e UPS vêm obtendo avanços na área de drones para entregas. esta última, por exemplo, já obteve certificação de transporte aéreo nos Estados Unidos, o que lhe permite entregar pacotes pequenos com drones [28].

Neste setor os drones têm tido aplicação crescente como elementos de melhoria no monitoramento e desenvolvimento da lavoura com mais exatidão, levando a uma maior produtividade. Entre as atividades desempenhadas pelos veículos aéreos não tripulados, citam-se a identificação de pragas e doenças, a gestão do plantio, o mapeamento aéreo das lavouras, a contagem de plantas e a pulverização, entre outras atividades de supervisão da lavoura. Com a utilização dos VANT's é possível otimizar o trabalho, diminuir custos e facilitar a tomada de decisões;

Neste setor os VANT's vêm sendo empregados para monitoração de áreas grandes e/ou de difícil acesso ao ser humano, em estruturas complexas e altas colhendo dados e imagens. Essas informações podem ser utilizadas na inspeção de edifícios, monitoramento de obras, levantamentos topográficos, fornecimento de imagens do local de trabalho a pessoas que não estão no mesmo, entre outras utilidades.

Em função do seu baixo custo, sua rapidez, e sua eficiência, os VANT's são utilizados no monitoramento de animais e de florestas em áreas de preservação ambiental, na prevenção



de desastres ambientais e na avaliação de áreas afetadas, auxiliando no reflorestamento de áreas florestais, no combate ao desmatamento de áreas protegidas e da caça indevida de animais silvestres.

Neste setor, os VANT's são projetados para uso em guerras e na espionagem do inimigo. Os Estados Unidos são os principais investidores deste tipo de tecnologia no mundo, utilizando-a sobremaneira para o combate ao terrorismo.

Além das áreas descritas acima, pode-se também observar aplicações dos VANT's em atividades de ajuda humanitárias a países em guerra ou em epidemias, resgate de animais, segurança, energia, jornalismo e produções cinematográficas.

Pelo exposto, cabe ressaltar que os quadrirrotores aplicam-se com grandes vantagens em diversas situações nas quais o ser humano corre alto risco de vida, e também em atividades de alto custo econômico. Entre os motivos para as vantagens se comparados à drones de asa fixa, por exemplo, está o fato de serem sustentados por quatro motores, o que possibilita diminuir o tamanho de cada motor e simplifica a complexidade mecânica do projeto, além de diminuir o custo na manutenção das aeronaves. Tipicamente, os motores utilizados são elétricos e não a combustão, o que permite aplicação dos quadrirrotores em ambientes fechados, além de serem não poluentes. Adicionalmente, este tipo de aeronave têm a capacidade de decolar e aterrissar em qualquer área plana, sendo muito requerido em inúmeras atividades.

Com todas as possibilidades de aplicação de VANT's na indústria, na área de serviços e no entretenimento, a academia tem apresentado crescimento nas atividades de pesquisa e desenvolvimento na área, propondo constantemente novas possibilidades de implementação e aplicação dos VANT's. Como exemplo, cita-se o *Programa de Pesquisa e capacitação com Veículos Aéreos Não Tripulados (Pro-Vant)* surgido em 2012, visando avaliar a operacionalidade e exatidão dessas aeronaves em atividades acadêmicas e científicas, tendo como foco a área das geotecnologias. Adicionalmente, o surgimento de ligas de competição tendo como base os VANT's, tais como a *Drone Trial League*, o *UAV Challenge*, o *euRathlon*, o *MAAXX-Europe*, o *IARC* e a *IROS Drone Challenge* demonstram o interesse no desenvolvimento da área. Tais competições são, em sua maioria, eventos que propõem a utilização de VANT's autônomos para realizar atividades específicas tais como deslocamento de um lugar a outro, com desvio de obstáculos pelo caminho, realização de trajetórias planejadas no menor tempo possível, busca de pessoas

desaparecidas, na identificação de objetos, entre outras.

Cabe ressaltar o fato do quadricóptero ser um sistema dinâmico sub atuado, o que leva a dificuldades de modelagem e controle. Desse modo, o controle de movimentos de quadricópteros pode ser considerado um problema ainda em aberto, com muitas propostas de soluções sendo pesquisadas/avaliadas.

## 1.6 Objetivo

No contexto da movimentação autônoma de VANT's, esta Dissertação pretende contribuir para o tema planejamento e controle de movimentos de veículos aéreos não tripulados do tipo quadricóptero, apresentando as suas modelagens cinemática e dinâmica, um método simples de planejamento de trajetórias e o projeto de controladores que dão à aeronave a capacidade de realizá-las de maneira autônoma. A modelagem do sistema é realizada de duas formas distintas (funções de transferência e espaço de estados) para fins de comparação e futura validação experimental e a técnica de controle proporcional-integral-derivativo (PID) é utilizada para prover os sinais de atuação sobre a planta. Adicionalmente, um algoritmo para otimização dos ganhos destes controladores baseado na técnica de algoritmos genéticos é projetado e implementado, provando-se uma ferramenta adequada para a sintonia de todos os PID's empregados. A validação das modelagem, planejamento e controle para seguimento de trajetórias é realizada computacionalmente, sendo comparados resultados em trajetórias com diferentes características, que possuem paralelo em aplicações reais.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados conceitos fundamentais relacionados aos desenvolvimentos realizados nesta Dissertação, a saber: espaço de estados, planejamento de trajetórias, controle PID, linearização, equações de Euler-Lagrange e algoritmos genéricos.

### 2.1 Espaço de Estados

Seja um sistema dinâmico, define-se:

**Definição 5 (Estado)** *Conjunto mínimo de sinais que representam a memória de todo o passado do sistema, ou seja, dado somente o valor do estado em um instante de tempo  $t_0$  e a entrada para os instantes  $t \geq t_0$ , é possível determinar a saída para todos os instantes de tempo  $t \geq t_0$ .*

**Definição 6 (Variáveis de estado)** *são as variáveis que constituem o menor conjunto com capacidade de determinar o estado do sistema dinâmico. Podem ser quantidades físicas ou não físicas mensuráveis ou observáveis;*

**Definição 7 (Vetor de estado)** *Vetor de dimensão  $n$  composto pelas  $n$ -variáveis de estado que descrevem o sistema por completo;*

**Definição 8 (Espaço de estados)** *Espaço  $n$ -dimensional cujos eixos são as variáveis de estado;*

**Definição 9 (Equações de estado)** *É o conjunto de  $n$ -equações diferenciais de primeira ordem acopladas com  $n$ -variáveis, em que as  $n$ -variáveis a serem calculadas são as variáveis de estado;*

**Definição 10 (Equação de saída)** *É a equação algébrica que representa as variáveis de saída do sistema com combinações lineares das variáveis de estado e das entradas do mesmo.*

Em resumo, a descrição no espaço de estados de um sistema consiste em uma série de equações diferenciais de primeira ordem acopladas que descrevem como o estado do sistema evolui e uma equação que relaciona a saída do sistema com as variáveis de estado e

a entrada atual, descritas na forma matricial, sendo o estado o conjunto mínimo de sinais que representam a memória de todo o passado do sistema. Por exemplo, pode-se mostrar que todo sinal possível em um circuito RLC pode ser expresso como a combinação linear das tensões independentes dos capacitores e das correntes dos indutores, as quais são, por sua vez, variáveis de estado do circuito [29].

A descrição por variáveis de estado é resumida nas Equações (1) e (2):

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (1)$$

$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u \quad (2)$$

Nas quais:

$\dot{x}$  : Derivada do vetor de estado em relação ao tempo;

$y$  : Vetor de Saída;

$x$  : Vetor de Estado;

$u$  : Vetor de Entrada ou Vetor de Controle;

$\mathbf{A}$  : Matriz do Sistema (Dinâmica);

$\mathbf{B}$  : Matriz de Distribuição de Entrada (Controle);

$\mathbf{C}$  : Matriz de Distribuição de Saída;

$\mathbf{D}$  : Matriz de Transferência Direta.

A seleção dos sinais que compreendem o estado de um sistema não é única e, portanto, há muitas descrições por variáveis de estado possíveis para um mesmo sistema com determinada característica de entrada e saída.

A descrição no espaço de estados de um sistema pode ser representada de maneira equivalente pelo diagrama de blocos da Figura 10. As técnicas de espaço de estado

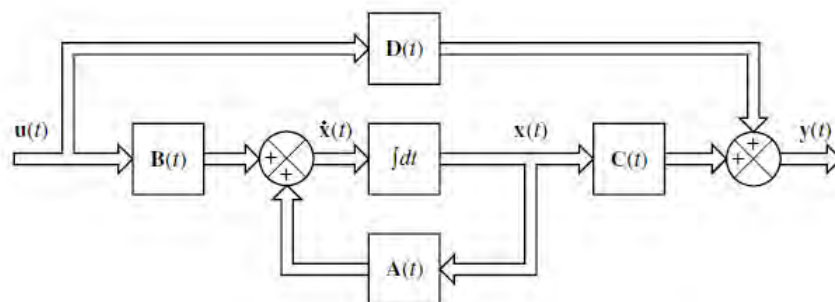


Figura 10: Diagrama de Blocos do Espaço de Estado.  
Fonte: OGATA, 2010 [29].

são úteis por diversas razões, tais como: fornecem um modelo matemático de grande generalidade que pode descrever sistemas lineares e não lineares, variantes e invariantes no tempo, SISO (Entrada Única, Saída Única) e MIMO (Múltiplas Entradas, Múltiplas Saídas); A notação matricial compacta, combinada com técnicas de álgebra linear facilitam manipulações complicadas, reduzindo a probabilidade de erro e tornando o processo sistemático; Equações de estado resultam em uma fácil situação para a simulação em computadores digitais de sistemas complexos de alta ordem; Para sistemas de ordem  $N = 2$ , um método gráfico denominado *análise no plano de fase* pode ser utilizado nas equações de estado; Descreve todos os sinais importantes, internos e externos, de um sistema.

## 2.2 Planejamento

De maneira geral, pode-se afirmar que o planejamento de movimento para veículos autônomos é, ainda, um problema em aberto, uma vez que existem muitas dificuldades a serem superadas de maneira eficiente. Para quadricópteros, por exemplo, pode-se citar a dificuldade de identificar objetos móveis e de estimar o posicionamento de outras aeronaves, a necessidade de mapeamento do ambiente no qual a aeronave se movimenta e a inexistência dos sensores [30]. Adicionalmente, cabe ressaltar que para um veículo aéreo não tripulado, a movimentação deve ocorrer no espaço tridimensional, e são muitos os casos em que poucas informações do ambiente são disponíveis enquanto deve-se lidar com turbulências atmosféricas (por exemplo, o vento) que dificulta o seguimento de trajetória.

Nesta Dissertação aborda-se o planejamento de movimentos para um veículo aéreo do tipo quadricóptero valendo-se do método Snap Mínimo (do inglês, *Minimum Snap Trajectory*) para o planejamento e controladores PID com sintonia otimizada através de algoritmos genéticos para o seguimento de trajetórias.

A técnica Snap Mínimo tem como principal objetivo fazer o quadricóptero passar por pontos pré-definidos de uma trajetória (denominados pontos intermediários ou, em inglês, *waypoints*) de maneira suave. O critério de suavidade pode ser compreendido como uma minimização da velocidade com que a entrada muda, por exemplo, o quadricóptero não consegue seguir uma trajetória com mudanças abruptas [31]. Em função disso, são desenvolvidos segmentos intermediários para descrever a trajetória completa (por exemplo, do ponto de decolagem até o primeiro ponto intermediário e depois do ponto intermediário até o ponto final), sendo os pontos intermediários os pontos finais de um trecho e iniciais

do próximo.

Uma vez planejada, a trajetória deve ser realizada pelo quadricóptero. Para tal, utilizam-se, aqui, controladores PID para gerar os sinais de atuação sobre a planta, cuja sintonia é otimizada por algoritmo genético em um segundo momento. A seção que segue discorre sobre controladores do tipo proporcional-integral-derivativo.

### 2.3 Controle Proporcional Integral Derivativo - PID

O controle proporcional-integral-derivativo é uma das técnicas mais utilizadas no setor industrial. Trata-se de uma técnica de fácil implementação e baixo custo com capacidade de compensar grande parte dos processos industriais práticos [32], eliminando o erro em regime permanente com respostas transitórias satisfatórias [29].

O controle PID é composto pela soma de três ações de controles independentes, denominadas Proporcional ( $P$ ), Integral ( $I$ ) e Derivativa ( $D$ ), sendo os parâmetros de projeto os ganhos associados:  $K_p$  (proporcional),  $K_i$  (integral) e  $K_d$  (derivativo). A implementação em diagrama de blocos do controlador PID é apresentada na Figura 11 e a sua definição matemática é apresentada na Equação (3).

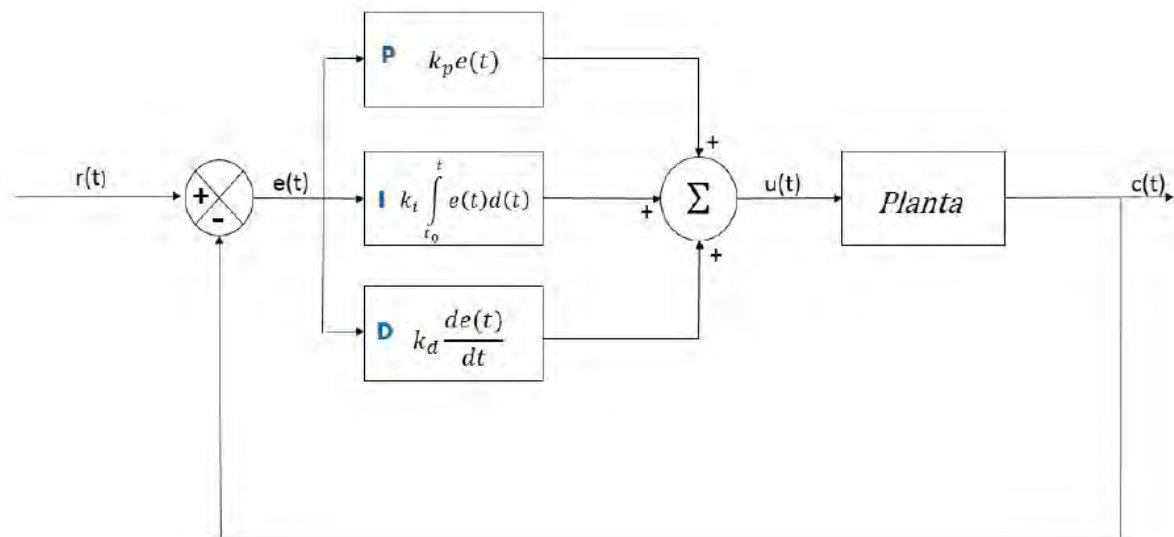


Figura 11: Diagrama do Controle PID.

Fonte: Silva, 2017 [33].

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3)$$

Na qual:  $u(t)$  é o sinal de controle,  $e(t)$  é o erro entre o sinal de referência (do inglês, *setpoint*) e o sinal de saída do sistema (medido).

A ação proporcional (**P**) pode ser representada da seguinte forma:

$$u_p(t) = K_p e(t) \quad (4)$$

O principal objetivo da ação proporcional é estabilizar a planta, atuando para compensar o erro existente entre o valor de referência e o valor medido [20].

Quando se controla um sistema pela ação proporcional obtém-se os seguintes resultados: diminuição do erro ( $e(t)$ ) e do tempo de subida ( $t_r$ ), variação do tempo de acomodação ( $t_s$ ) e aumento do sobrevalor percentual (do inglês, *overshoot*) [16].

A ação integral (**I**) age de maneira proporcional a integral do erro do sistema e pode ser representada da seguinte forma:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (5)$$

Trata-se de uma ação complementar à proporcional, que almeja eliminar o erro de regime permanente que a ação proporcional é incapaz de diminuir [20].

Quando atua-se sobre um sistema com ação integral é possível eliminar o erro em regime permanente, diminuir o tempo de subida, aumentar o tempo de acomodação e o *overshoot* [16].

A ação derivativa (**D**) é proporcional a derivada do erro e pode ser representada da seguinte forma:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (6)$$

A ação derivativa tem como objetivo melhorar o desempenho transitório do sistema em malha fechada. Ao se aplicar um sinal proporcional a derivada do erro, obtém-se a tendência de evolução do mesmo, o que faz a ação derivativa ser também conhecida como antecipativa ou preditiva e implica que o sistema tenha respostas mais rápidas [20].

Quando se aplica a ação derivativa em um sistema, tem-se pequena variação no tempo de subida, redução do *overshoot*, diminuição no tempo de estabilização e pequena variação do erro de regime permanente [16].

A Tabela 1 apresenta um resumo dos efeitos das ações de proporcional, integral e derivativa que compõem o controle PID.

Tabela 1: Características das ações de controle que compõe um controlador PID.  $e(t)$  denota o erro de Regime Permanente,  $t_r$  o tempo de subida e  $t_s$  o tempo de acomodação.

Ação	$e(t)$	<i>Overshoot</i>	$t_r$	$t_s$
Proporcional	Diminui	Aumenta	Diminui	Muda pouco
Integral	Elimina	Aumenta	Diminui	Aumenta
Derivativa	Muda pouco	Diminui	Muda pouco	Diminui

Fonte: Ogata, 2007 [29].

Cabe observar que a ação derivativa aumenta o ruído na variável do processo, especialmente em altas frequências, que podem resultar em danos para o sistema [20]. Para reduzir esse problema, é projetado um filtro passa-baixa de primeira ordem a ser aplicado em conjunto à componente derivativa do controle PID. Assim, o controle PID toma uma nova forma apresentada na Equação (7).

$$u(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\frac{K_d}{N} s + 1} \quad (7)$$

O parâmetro do filtro derivativo ( $N$ ) é ajustável e assume tipicamente valores entre 1 e 33 [20].

### 2.3.1 Sintonia

Segundo [32], há fortes evidências de que, apesar das décadas de uso, os controladores PI e PID permanecem mal compreendidos e, em particular, mal sintonizados em muitas aplicações, o que evidencia o fato de que muitas regras de sintonia propostas na literatura não estão tendo um impacto sobre a prática industrial. Seja qual for o motivo para tal, trata-se de uma situação inadequada, pois leva a um desempenho aquém do possível deste que é o controlador mais difundido ainda hoje.

A sintonia do controlador PID tem o objetivo de ajustar os valores dos ganhos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  de maneira a satisfazer todas as especificações do projeto com melhor desempenho possível. Existem vários métodos propostos na literatura para realizar este ajuste [16, 20], dentre os quais cita-se o de Ziegler-Nichols, utilizado como base na sintonia dos controladores PID's empregados nesta Dissertação e que é apresentado na próxima seção. Adicionalmente, apresenta-se nesta Dissertação a otimização dos ganhos através de um algoritmo baseado em inteligência computacional denominado algoritmo genético, que é



apresentado na Seção 2.5.

### 2.3.1.1 Método de Ziegler e Nichols

O método de Ziegler e Nichols é uma forma heurística de sintonizar o controlador PID, operando em malha fechada, muito utilizada tanto na sua apresentação original quanto na forma modificada. O método pode ser resumido nas seguintes etapas:

1. Usando somente a ação proporcional, inicia-se o procedimento valor de ganho pequeno;
2. Aumenta-se o ganho gradativamente até que o sistema comece a oscilar (as oscilações devem ser observadas na saída do controlador);
3. Registra-se o ganho crítico alcançado  $K_p = K_c$  e o período de oscilação,  $P_c$ ;
4. Ajusta-se os parâmetros do controlador seguindo a Tabela 2;
5. Determina-se os valores de  $K_I$  e  $K_d$  pelas relações:  $K_i = \frac{K_p}{T_i}$  e  $K_d = K_p T_d$ .

Tabela 2: Parâmetros de Ajuste de ganhos para o método de Ziegler e Nichols.

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,50K_c$	—	—
PI	$0,45K_c$	$\frac{P_c}{1,2}$	—
PID	$0,60K_c$	$0,5P_c$	$0,12P_c$

Fonte: Ogata, 2007 [29].

### 2.3.2 Linearização

Embora várias relações de grandezas físicas possam ser representadas por equações lineares, na prática e na maioria das vezes a relação entre essas diversas grandezas físicas é não linear. De fato, mesmo os sistemas considerados lineares o são apenas em intervalos limitados de operação [29]. Entretanto, caso um sistema opere em torno de um ponto de equilíbrio e os sinais envolvidos sejam pequenos, é possível aproximar o comportamento do sistema não linear por um sistema linear [29,34], em uma técnica denominada linearização.

Nesta Dissertação, utiliza-se a expansão da relação não linear numa série de Taylor em torno do ponto de operação (*ponto de equilíbrio*), conservando-se o termo linear.

Em seguida, despreza-se os termos de ordem superior da série. Garantindo que estes últimos sejam desprezíveis, ou seja, suficientemente pequenos, obtém-se um modelo linear equivalente a operação do sistema não linear ao redor daquele ponto de operação [29].

Seja um sistema não linear com duas entradas  $x_1$  e  $x_2$  e uma saída  $y$  :

$$y = f(x_1, x_2) \quad (8)$$

Sua expansão em série de Taylor é tal como segue:

$$y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \left[ \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_2 - \bar{x}_2) \right] + \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1 - \bar{x}_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_2 - \bar{x}_2)^2 \right] + \dots \quad (9)$$

Na qual as derivadas parciais são avaliadas em  $x_1 = \bar{x}_1$ ,  $x_2 = \bar{x}_2$ . Os termos de ordem superior podem ser desprezados nas proximidades do ponto normal de operação. Com isso, o modelo matemático linearizado do sistema na vizinhança das condições normais de operação são:

$$y - \bar{y} = K_1(x_1 - \bar{x}_1) + K_2(x_2 - \bar{x}_2) \quad (10)$$

Na qual:

$$y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) \quad (11)$$

$$K_1 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x_1=\bar{x}_1, x_2=\bar{x}_2} \quad (12)$$

$$K_2 = \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x_1=\bar{x}_1, x_2=\bar{x}_2} \quad (13)$$

## 2.4 Equação de Euler-Lagrange

A Equação de Euler-Lagrange foi desenvolvida pelos matemáticos *Leonhard Euler* e *Joseph Louis Lagrange* na década de 1750, quando eles pesquisavam a respeito do problema da curva tautocrônica, que demonstra que o tempo gasto por um objeto para deslizar sem fricção em gravidade uniforme até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida. Lagrange propôs uma solução para este problema em 1755, e enviou sua proposta para Euler. Assim, Euler desenvolveu o método de Lagrange e o aplicou na

mecânica, o que levou à formulação da mecânica de Lagrange. Portanto, a equação de Euler-Lagrange tem como base as definições de energia cinética e energia potencial de um sistema.

A função Lagrangeana é dada por:

$$L(q, \dot{q}) = E_c(q, \dot{q}) + E_p(q) \quad (14)$$

Na qual:

$E_c$  : Energia Cinética do sistema;

$E_p$  : Energia Potencial do sistema;

$L$  : Função Lagrangeana.

Desse modo é possível definir a equação de Euler-Lagrange como segue:

$$f_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (15)$$

Na qual:

$q_i$  : Coordenada generalizada;

$\dot{q}_i$  : Primeira derivada da coordenada generalizada em relação ao tempo;

$f_i$  : Conjunto de forças generalizadas que regem o sistema.

Nesta Dissertação, a obtenção do modelo matemático para a dinâmica do quadricóptero é realizada através da equação de Euler-Lagrange, tal como é apresentado no Capítulo 3.

## 2.5 Algoritmos genéticos

O termo Inteligência Computacional (IC) se refere a um conjunto de métodos computacionais bioinspirados capazes de tratar problemas complexos do mundo real [35, 36]. Trata-se, portanto, de uma área de pesquisa que abrange Redes Neurais Artificiais (RNA), Teoria dos Conjuntos Nebulosos (TCN) e Algoritmos Genéticos (GA, do inglês *genetic algorithms*). Estes últimos, em particular, são algoritmos estocásticos guiados nos mecanismos de evolução natural e recombinação genética, compondo uma técnica que fornece um mecanismo de busca adaptativa baseado no princípio Darwiniano de reprodução e sobrevivência dos mais aptos [37].

Pode-se caracterizar os Algoritmos Genéticos através dos seguintes parâmetros [38]: Problema a ser otimizado; Representação das soluções de problema; Decodificação do cromossoma; Avaliação; Seleção; Operadores genéticos; Inicialização da população e Parâmetros e critérios de parada.

### 2.5.1 Problema de otimização

Algoritmos genéticos são particularmente aplicáveis em problemas complexos de otimização que possuem diversos parâmetros ou características que precisam ser combinadas em busca da melhor solução, ou problemas com muitas restrições ou condições que não possa ser representadas analiticamente, ou ainda problemas com grandes espaços de busca [39].

### 2.5.2 Representação

A representação das possíveis soluções do espaço de busca de um problema define a estrutura do cromossoma a ser manipulado pelo algoritmo. Os principais tipos de representação são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Principais tipos de representação do cromossoma.

Representação	Problemas
Binária	Numéricos, Inteiros
Números Reais	Numéricos
Permutação de Símbolos	Baseado em ordem
Símbolos Repetidos	Grupamento

Fonte: Argento, 2021 [40].

A representação binária é simples, fácil de manipular cromossomas através dos operadores genéticos, trivial de ser transformada em inteiro ou real e facilita a prova de alguns teoremas [37]. Todavia, a representação por números reais oferece melhor desempenho [38].

Como exemplo, seja o problema de encontrar o valor máximo da função  $f(x) = x^3 + 4$ , onde  $\{x \in Z | 0 \leq x \leq 31\}$ . Pode-se representar possíveis soluções do problema

através de um cromossoma de 6 bits.

$C_1$  001000 Representa  $x = 8$

$C_2$  000011 Representa  $x = 3$

$C_1$  e  $C_2$  representam dois valores de  $x$  em forma binária. A forma binária também pode representar um número real ( $X_R$ ), definido por:

$$X_R \in [X_{\min}, X_{\max}] \quad (16)$$

Para tal é preciso definir o número de bits  $K$  através da Equação (17), Em função da precisão ( $p$ ).

$$2^K \leq (X_{\min} - X_{\max}) \cdot 10^p \quad (17)$$

### 2.5.3 Decodificação

A decodificação implica na construção da solução real do problema a partir do cromossoma. O processo de decodificação estabelece o valor real de um cromossoma com base na sua representação. A vantagem da representação binária é a clareza na transformação para inteiro ou real. Nesta última, supõe-se o intervalo de valores ou comprimento contínuo ( $C$ ) dos reais, como indica a equação a seguir:

$$X_R = X_b \cdot \frac{C}{2^K - 1} - X_{\min} \quad (18)$$

na qual:

$$C = |X_{\min} - X_{\max}| \quad (19)$$

na qual  $X_R$  é definido na Equação (16),  $X_b$  é o inteiro semelhante ao binário,  $K$  é o número de bits do cromossoma e  $C$  é o comprimento do domínio da variável  $X$ , dado pela Equação (19).

#### 2.5.4 Avaliação

A etapa de avaliação permite ao algoritmo genético determinar sua proximidade à solução ótima do problema. É realizada por intermédio de uma função que melhor representa o problema e tem como objetivo fornecer um valor de aptidão de cada indivíduo na população vigente, que por sua vez irá conduzir a busca. No exemplo, seja o problema de encontrar o valor máximo da função  $f(x) = x^3 + 4$ ; mede-se aptidão de cada indivíduo, sendo  $C_1$  um indivíduo mais apto que  $C_2$ , ou seja,  $f(C_1) > f(C_2)$ .

#### 2.5.5 Seleção

O procedimento de seleção escolhe indivíduos para a geração de novos indivíduos, de acordo com algum critério especificado. A escolha é fundamentada na aptidão dos indivíduos, ou seja, os indivíduos considerados mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos para a nova geração.

Seja  $f_i$  a avaliação do indivíduo  $i$  na população contemporânea, a probabilidade  $p_i$  desse indivíduo ser selecionado é estabelecida por:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j} \quad (20)$$

sendo  $N$  a quantidade de indivíduos da população. Existem cinco mecanismos principais de seleção [41], a saber: Proporcional; Por torneios; Com truncamento; Por normalização linear; Por normalização exponencial. A descrição detalhada destes mecanismos não fazem parte do escopo desta Dissertação e podem ser encontradas em [38], [42], [40].

#### 2.5.6 Operadores Genéticos

Indivíduos selecionados são recombinados por intermédio do operador de cruzamento, com uma probabilidade  $p_c$ . Pares de genitores são escolhidos aleatoriamente, com base nas suas aptidões, e novos indivíduos são gerados através da troca do material genético [43]. Os descendentes são diferentes dos genitores, porém com características de ambos, e os substituem na geração seguinte.

Sejam os genitores  $G_1$  e  $G_2$ , o cruzamento de um ponto de corte parte esses geni-

tores, de forma aleatória e gera os descendentes  $D_1$  e  $D_2$ , tal como apresentado seguir, em representação binária:

$$\begin{array}{r} G_1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ G_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ D_1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ D_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

Os cromossomas criados a partir do operador do cruzamento são então submetidos à operação de mutação, com uma probabilidade  $p_m$ . A mutação tem o objetivo de aumentar a diversidade na população.

O operador de mutação troca o conteúdo de uma posição do cromossoma (bit). Por exemplo para o cromossoma  $C_3$ , seu bit de posição 0 é invertido, tal como segue:

$$\begin{array}{r} C_3 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad \left[ 0 \right] \\ C_3 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad \left[ 1 \right] \end{array}$$

Há várias outras maneiras de se efetuar mutação. Para maiores informações a respeito, cita-se [43].

### 2.5.7 Inicialização da população

A inicialização da população determina o processo de criação dos indivíduos para o primeiro ciclo do algoritmo. Populações iniciais aleatórias podem ser semeadas com bons cromossomas para uma evolução mais rápida, quando se conhece, a priori, o valor de boas 'sementes'.

Uma boa técnica é efetuar evoluções sucessivas, gerando a população inicial da próxima evolução a partir das melhores soluções encontradas na anterior.

### 2.5.8 Parâmetros e critérios de parada

Em um GA, vários parâmetros controlam o processo evolucionário, a saber: o tamanho da população, o número de pontos do espaço de busca sendo considerados em paralelo a cada ciclo, a taxa de cruzamento, a probabilidade ( $p_c$ ) de um indivíduo ser

recombinado com outro, a taxa de mutação, a probabilidade ( $p_m$ ) do conteúdo de uma posição/gene do cromossoma ser alterado, a quantidade de gerações, o total de ciclos de evolução, o total de indivíduos e o número de tentativas em um experimento. Os dois últimos parâmetros são tipicamente empregados como critérios de parada. A Figura 12 descreve o Algoritmo Genético como um processo de ciclos evolutivos controlados por um critério de parada.

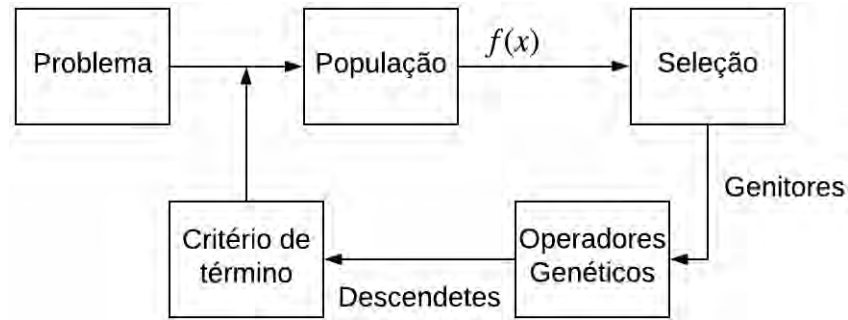


Figura 12: Fluxograma do Algoritmo Genético.  
Fonte: Argento, 2021 [40].



### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentado o desenvolvimento da modelagem matemática do quadricóptero. As equações de movimento são desenvolvidas com base nas leis físicas que descrevem o sistema, utilizando três coordenadas de posição e os três ângulos de Euler para especificar a pose da aeronave.

#### 3.1 Modelo cinemático

Cinemática é a ciência que estuda os movimentos de um sistema sem considerar as forças que o causam. Foca-se, portanto, nas posições, velocidades e acelerações do sistema ao longo do tempo. Nesta seção apresenta-se a derivação das equações cinemáticas para o quadricóptero estudado nesta Dissertação.

Seja um sistema de coordenadas fixo na aeronave denominado  $A = \{x_a, y_a, z_a\}$ , com origem no seu centro de massa, e um sistema de coordenadas inercial  $I = \{x, y, z\}$ , fixo na Terra, tal como apresentado na Figura 13, na qual,  $x_a$  é o eixo de direção de voo,  $y_a$  é ortogonal a  $x_a$ , e  $z_a$  é ortogonal ao plano  $(x_a y_a)$ . O vetor  $(\xi)$  define o posicionamento do centro de massa da aeronave em relação ao sistema de coordenadas inercial ( $I$ ), definido pela Equação (21):

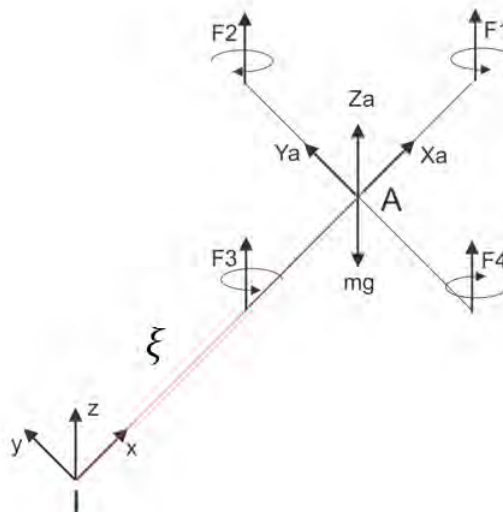


Figura 13: Sistemas de Coordenadas da Aeronave.

Fonte: O Autor.

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = (ROT_{\phi\theta\psi})^{-1} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad (21)$$

na qual  $ROT_{\phi\theta\psi}$  representa a orientação do sistema inercial ( $I$ ) em relação ao sistema de coordenadas ( $A$ ), determinada como segue:

$$\begin{aligned} ROT_{\phi\theta\psi} &= ROT(x, \phi)ROT(y, \theta)ROT(z, \psi) \\ &= \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\phi)c(\psi) & s(\phi)c(\theta) \\ c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

Nas quais  $ROT(x, \phi)$ ,  $ROT(y, \theta)$  e  $ROT(z, \psi)$  são as matrizes de rotação com ângulo de rolamento ( $\phi$ ) em torno do eixo x, ângulo de arfagem ( $\theta$ ) em torno de eixo y e ângulo de guinada ( $\psi$ ) ao redor do eixo z, respectivamente, enquanto  $s(\cdot)$  e  $c(\cdot)$  denotam as funções seno e cosseno.

### 3.1.1 Velocidade Linear

Seja  $V = [V_x \ V_y \ V_z]^T$  o vetor de velocidades do centro de massa da aeronave descrito no sistema ( $A$ ), as componentes da velocidade linear da mesma  $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ , representadas no sistema inercial são calculadas como segue:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = (ROT_{\phi\theta\psi})^{-1} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

### 3.1.2 Velocidade Angular

Sejam:

$$\eta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (24)$$

e

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (25)$$

Nas quais:

$$\omega = \text{ROT}(x, \phi)\text{ROT}(y, \theta)\text{ROT}(z, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \text{ROT}(x, \phi)\text{ROT}(y, \theta) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \text{ROT}(x, \phi) \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Pode-se mostrar que:

$$\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & (\phi) \cos(\theta) \\ 0 & -(\phi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = W_\eta \dot{\eta} \quad (27)$$

Na qual  $W_\eta$  é denominada Matriz de Euler. Isolando-se o vetor das derivadas dos ângulos de Euler, tem-se:

$$\dot{\eta} = (W_\eta)^{-1} \omega = \begin{bmatrix} 1 & \tan(\theta) \sin(\phi) & \tan(\theta) \cos(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

### 3.2 Dinâmica - Equações de Euler - Lagrange

As dinâmicas translacional e rotacional do quadrirrotor são obtidas por intermédio das suas energias cinética e potencial. Parte-se das seguintes hipóteses:

**Hipótese 1** *A estrutura e as hélices da aeronave são rígidas e simétricas;*

**Hipótese 2** *O centro de massa da aeronave é o também a origem do sistema de coordenadas fixo à mesma.*

**Hipótese 3** *A aeronave é sujeita a uma força denominada empuxo aplicada no seu centro de massa e três torques, todos resultantes da variação da velocidade angular dos quatro motores elétricos situados nas extremidades dos braços da aeronave.*

Como passo inicial para se obter as equações de Euler - Lagrange, é necessário determinar as coordenadas generalizadas do sistema. Nesta Dissertação, estas são definidas como segue:

$$q = [\xi \quad \eta]^T = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (29)$$

Na qual  $\xi = [x \quad y \quad z]^T \in \mathfrak{R}^3$  é a posição do centro de massa da aeronave em relação ao sistema inercial definido na Equação (21), e  $\eta = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \in \mathfrak{R}^3$  são os ângulos de Euler que representam a orientação do quadricóptero no espaço tridimensional. As coordenadas generalizadas tem dimensão  $q = [\xi \quad \eta]^T \in \mathfrak{R}^6$ .

Determina-se, assim, a equação lagrangeana da seguinte forma:

$$L(q, \dot{q}) = E_{cTransl} + E_{cRot} - E_{pTransl} \quad (30)$$

Na qual:

- $L(q, \dot{q})$  : Equação Lagrangeana;
- $E_{cTransl}$  : Energia Cinética de Translação;
- $E_{cRot}$  : Energia Cinética de Rotação;
- $E_{pTransl}$  : Energia Potencial;

### 3.2.1 Dinâmica Translacional

A Energia Cinética Translacional depende da velocidade da aeronave nas coordenadas generalizadas. Representando-se a velocidade linear por  $\dot{\xi} = v$ , a segunda potência desta velocidade é dada por:

$$v^2 = \dot{\xi}^2(x, y, z) = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (31)$$

E a energia cinética de translação do quadricóptero é determinada como segue:

$$E_{cTransl} = \frac{1}{2} \int \dot{\xi}^2(x, y, z) dm \quad (32)$$

Cuja solução é:

$$E_{cTransl} = \frac{1}{2} \dot{\xi}^2(x, y, z) \int dm = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (33)$$

A Energia Potencial de Translação é:

$$E_{pTransl} = mgz \quad (34)$$

E o Lagrangeano translacional do sistema é dado por:

$$L_{Transl} = E_{cTransl} - E_{pTransl} = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - mgz \quad (35)$$

Assim, as equações de Euler-Lagrange tomam a seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{Transl}}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L_{Transl}}{\partial \xi} = F_{\xi} \quad (36)$$

Cujas derivadas parciais são:

$$\frac{\partial L_{Transl}}{\partial \xi} = -mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\frac{\partial L_{Transl}}{\partial \dot{\xi}} = m \dot{\xi} \quad (38)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{Transl}}{\partial \dot{\xi}} \right) = m \ddot{\xi} \quad (39)$$

A partir das Equações (37) e (39), chega-se ao seguinte equacionamento para a dinâmica do movimento de translação:

$$m \ddot{\xi} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = F_{\xi} \quad (40)$$

Na qual  $F_{\xi}$  são as forças aplicadas ao quadricóptero, de acordo com a Equação (41).

$$F_{\xi} = (\text{ROT}_{\phi\theta\psi})^{-1} F_L \quad (41)$$

Na qual  $F_L \in \mathfrak{R}^3$  é a força resultante da soma das forças aplicadas por cada hélice

da aeronave, na direção  $z$ , tal como representada na Equação (42).

$$F_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \end{bmatrix} \quad (42)$$

A força produzida em cada motor depende de uma constante  $K_i > 0$ , e da velocidade angular ( $w_i$ ) dos mesmos, tal como segue:

$$\Omega_i = k_i(w_i)^2 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (43)$$

E a Equação (40) pode ser reescrita como:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = (\text{ROT}_{\phi\theta\psi})^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Cuja solução é:

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m(\ddot{z} + g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\phi)s(\theta)c(\psi) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)s(\theta)c(\psi) + s(\phi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\phi)s(\theta)s(\psi) + c(\theta)c(\psi) & c(\phi)s(\theta)s(\psi) - s(\phi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Por fim, a dinâmica do subsistema translacional do quadricóptero é resumida como segue:

$$\ddot{x} = \frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi)) \quad (46)$$

$$\ddot{y} = \frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) - \sin(\phi) \cos(\psi)) \quad (47)$$

$$\ddot{z} = \frac{U_1}{m} (\cos(\phi) \cos(\theta)) - g \quad (48)$$

### 3.2.2 Dinâmica Rotacional

O Lagrangeano rotacional do sistema é dado por:

$$L_{ROT} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} \quad (49)$$

Sendo  $J(\eta)$  a matriz jacobiana das coordenadas gerais da matriz inercial ( $I$ ), representada da seguinte forma:

$$J(\eta) = W_\eta^T I W_\eta \quad (50)$$

Na qual  $W_\eta$  é a matriz jacobiana em relação ao sistema local ( $A$ ), que relaciona a velocidade ( $\omega$ ) com ( $\dot{\eta}$ ) [16].

Como a estrutura do quadrirrotor é simétrica a matriz inercial se torna uma matriz diagonal [44]:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (51)$$

E  $J(\eta)$  pode ser calculada como segue:

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ -s(\theta) & s(\phi)c(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s(\theta) \\ 0 & c(\phi) & s(\phi)c(\theta) \\ 0 & -s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}s(\theta) \\ 0 & I_{yy}c^2(\phi) + I_{zz}s^2(\phi) & (I_{yy} - I_{zz})c(\phi)s(\phi)c(\theta) \\ -I_{xx}s(\theta) & (I_{yy} - I_{zz})c(\phi)s(\phi)c(\theta) & I_{xx}s^2(\theta) + I_{yy}s^2(\phi)c^2(\theta) + I_{zz}c^2(\phi)c^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (53)$$

A equação de Euler-Lagrange é definida da seguinte forma:

$$\tau_\eta = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{ROT}}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L_{ROT}}{\partial \eta} \quad (54)$$

Na qual:

$$\frac{\partial L_{ROT}}{\partial \eta} = - \left( \frac{d}{dt}(J)\dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) \right) \quad (55)$$

$$\frac{\partial L_{ROT}}{\partial \dot{\eta}} = \frac{1}{2} (J(\eta) + J(\eta)^T) \dot{\eta} = J(\eta) \dot{\eta} \quad (56)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L_{ROT}}{\partial \dot{\eta}} \right) = J(\eta) \ddot{\eta} \quad (57)$$

Substituindo as Equações (55), (56) e (57) na Equação (54), tem-se:

$$\tau_\eta = J(\eta)\ddot{\eta} + \frac{d}{dt}(J)\dot{\eta} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\eta}(\dot{\eta}^T J\dot{\eta}) \quad (58)$$

Na qual  $\tau$  denota o torque de  $\eta$ .  $\tau_\eta = [\phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathfrak{R}^3$ .

Os torques não conservativos que atuam sobre o quadrirrotor são gerados pela diferença entre as forças de cada par de motores adicionalmente ao efeito giroscópico resultante da rotação das hélices [20]. Portanto:

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i d(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) + J_r \omega_y (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ K_i d(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + J_r \omega_x (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \\ d(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \end{bmatrix} \quad (59)$$

Assim, pode-se reorganizar a Equação (58) da seguinte forma:

$$\tau_\eta = J(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \quad (60)$$

Na qual  $C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}$  é a matriz de Coriolis, que define os efeitos giroscópicos e o sistema centrífugo [16].

Partindo da Equação (60) tem-se:

$$\ddot{\eta} = J^{-1}\tau_\eta - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \quad (61)$$

Para que a aeronave mantenha a sua estabilidade é necessário que os ângulos de rolagem, arfagem e guinada sejam muito pequenos. Assim, é possível apresentar as equações dinâmicas do subsistema rotacional do quadrirrotor da seguinte forma:

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{xx}}\dot{\theta}(\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) + \frac{K_i d}{I_{xx}}(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \quad (62)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\phi}\dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}}\dot{\phi}(-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) + \frac{K_i d}{I_{yy}}(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (63)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{d}{I_{zz}}(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (64)$$



### 3.3 Linearização do Modelo Matemático da aeronave

Nesta seção apresenta-se o procedimento de linearização do modelo matemático do quadricóptero com base nos conceitos apresentados na Seção 2.3.2. A linearização tem como objetivo permitir a aplicação de técnicas de controle linear clássicos para movimentar a aeronave [16].

Partindo-se da representação em espaços de estado de um sistema não linear, a saber:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (65)$$

Na qual  $x$  é o vetor de estado e  $u$  é o vetor de entrada, deseja-se obter um modelo linear do tipo:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u \end{cases} \quad (66)$$

Sendo os vetores de estado  $x$ , entrada e saída das seguintes formas:

$$x = [\xi \quad \eta]^T = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad \dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \quad (67)$$

$$u = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4]^T \quad (68)$$

$$y = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (69)$$

As variáveis de estado do sistema são identificadas por  $x_i$ ,  $i$  assumindo valores de 1 a 12, e são apresentadas na Tabela 4:

Tabela 4: Variáveis de Estado do sistema.

$x_1 = x$	$x_2 = y$	$x_3 = z$	$x_4 = \phi$	$x_5 = \theta$	$x_6 = \psi$
$x_7 = \dot{x}$	$x_8 = \dot{y}$	$x_9 = \dot{z}$	$x_{10} = \dot{\phi}$	$x_{11} = \dot{\theta}$	$x_{12} = \dot{\psi}$

Fonte: O Autor.

Assim é possível determinar as funções  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  tal como apresentado a

seguir:

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ \frac{U_1}{m}(c(x_4)s(x_5)c(x_6) + s(x_4)s(x_6)) \\ \frac{U_1}{m}(c(x_4)s(x_5)c(x_6) - s(x_4)c(x_6)) \\ \frac{U_1}{m}(c(x_4)c(x_5)) - g \\ \left(\frac{I_{yy}-I_{zz}}{I_{xx}}\right)(x_{11}x_{12}) + \frac{J_r}{I_{xx}}x_{11}(\Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4) + \frac{d}{I_{xx}}U_2 \\ \left(\frac{I_{zz}-I_{xx}}{I_{yy}}\right)(x_{10}x_{12}) + \frac{J_r}{I_{yy}}x_{10}(\Omega_2 + \Omega_4 - \Omega_1 - \Omega_3) + \frac{d}{I_{yy}}U_3 \\ \left(\frac{I_{xx}-I_{yy}}{I_{zz}}\right)(x_{11}x_{10}) + \frac{1}{I_{zz}}U_4 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$g(x, u) = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T \quad (71)$$

O ponto de equilíbrio (*ponto de contorno*) pode ser determinado por intermédio da Equação (72):

$$\dot{x} = f(x, u) = 0 \quad (72)$$

Cuja solução é:

$$P_{eq} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (73)$$

Na qual:  $x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = 0$  e  $x_4 = x_5 = x_6 = 0$ . Com isso, segue-se à linearização do sistema. Utilizando-se a matriz jacobiana, é possível obter as matrizes (**A**, **B**, **C**, **D**) da representação no espaço de estados do sistema linearizado

como segue:

$$A = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

A representação da matriz  $\mathbf{A}$  pode ser resumida como segue:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ A_1 & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (75)$$

Na qual  $A_1$  é:

$$A_1 = \begin{bmatrix} & 0 & g & 0 \\ 0_{6 \times 3} & -g & 0 & 0 \\ & & 0_{4 \times 3} & \end{bmatrix} \quad (76)$$

A matriz  $\mathbf{B}$  é determinada da seguinte maneira:

$$B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (77)$$

E pode ser representada como:

$$B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} = \begin{bmatrix} 0_{8 \times 4} & & & \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (78)$$

A matriz  $\mathbf{C}$  é determinada como segue:

$$C = \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (79)$$

E pode ser representada da seguinte forma:

$$C = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (80)$$

Por fim, a matriz  $\mathbf{D}$  é obtida através da Equação (81):

$$D = \left[ 0_{6 \times 4} \right] \quad (81)$$

### 3.4 Função de Transferência do Quadrrrotor

Uma vez linearizado o sistema, é possível determinar a função de transferência do quadrrrotor através da seguinte equação:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{dg}{I_y s^4} & 0 \\ 0 & \frac{-dg}{I_x s^4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{ms^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{I_x s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{I_y s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{I_z s^2} \end{bmatrix} \quad (82)$$

## 4 PLANEJAMENTO DE TRAJETÓRIAS

O planejamento de trajetórias é um caso especial do problema geral de planejamento de movimento [45], o qual se apresenta tipicamente como uma tarefa de difícil solução, especialmente em sistemas com muitos graus de liberdade. Quadricópteros são bons exemplos dessa dificuldade. Em aplicações típicas, essa classe de aeronave opera em espaços tridimensionais, tem seis graus de liberdade, é sub atuada, e possui restrições diferenciais, tais como velocidade e aceleração limitadas.

Por ser desafiador, o processo de geração de trajetórias para veículos quadricópteros vêm sendo amplamente estudado na literatura, sendo, entretanto, considerado um problema ainda em aberto. Detalhes sobre as diferentes abordagens para o planejamento de movimento de quadricópteros podem ser encontrados em [46] e [47].

De maneira geral, pode-se afirmar que o objetivo do planejamento de trajetórias é fazer o quadricóptero voar de uma posição inicial até uma posição final, através da definição das velocidades de rotação das suas hélices. Uma forma de abordar o problema é separar o procedimento em duas etapas, determinando primeiro a trajetória geométrica a ser realizada, sem informações temporais e, em seguida, definindo um perfil de velocidades apropriado de modo que as condições de execução sejam satisfeitas [48, 49]. Este é o princípio utilizado nesta Dissertação.

O planejamento de trajetórias é realizado utilizando polinômios de terceiro grau [40, 50] para três variáveis de uma função espacial, de acordo com a Equação (83).

$$f(s) = \sum_{i=0}^3 C_i s^i \quad (83)$$

Impõe-se uma lei de movimento como segue:

$$s = s(t) \quad (84)$$

Desse modo, as velocidade e aceleração do veículo são dadas pelas Equações (85)

e (86).

$$\dot{P} = \frac{dP}{ds}\dot{S}(t) \quad (85)$$

$$\ddot{P} = \frac{dP}{ds}\ddot{S}(t) + \frac{d^2P}{ds^2}\dot{S}(t) \quad (86)$$

Portanto, as trajetórias a serem seguidas pela aeronave são projetadas com base em pontos inicial, final e de passagem pré-definidos, especificando-se adicionalmente o tempo desejado para a sua execução em cada uma das direções de movimento. Desse modo, definem-se trajetórias suaves (polinomiais) para o centro de massa do quadricóptero. Em um segundo momento, projetam-se controladores que levam a aeronave a desempenhar as trajetórias projetadas.

Os controladores são do tipo PID que, embora sejam bem explorados na literatura em aplicações relacionadas à navegação de quadricópteros, são pouco explorados para a execução de trajetórias complexas, uma questão que pode ser relacionada à necessidade de boa sintonia dos muitos controladores envolvidos. Nesse contexto, esta Dissertação tem como objetivo avaliar o desempenho do veículo aéreo em tarefas de seguimento de trajetórias com foco na eficiência dos controladores PID's empregados. Para tal, a questão da sintonia é abordada e a otimização dos ganhos é realizada utilizando algoritmo de inteligência computacional. Neste cenário, este capítulo apresenta o método de planejamento de trajetórias empregado e os parâmetros de quatro trajetórias particulares, com formas distintas, utilizadas para balizar a avaliação de desempenho dos controladores projetados.

Nas seções que seguem são detalhados os projetos das quatro trajetórias utilizadas como referência para avaliação do desempenho dos controladores.

#### 4.1 Trajetória 1

A primeira trajetória é definida para que emule a passagem por sobre uma construção (por exemplo, um edifício) de 20 metros de altura, partindo de um ponto inicial no solo e tendo que pousar num ponto final específico, também no solo, do outro lado da construção, tal como exemplificado na Figura 14. Esta trajetória tem por objetivo emular situações reais tais como realização de filmagens ou obtenção de fotografias de estruturas ou equipamentos.

A posição de decolagem é denotada por  $P_0$ , a posição de pouso por  $P_f$ , e são

especificados pontos intermediários, denotados por  $P_1$  e  $P_2$  pelos quais a aeronave deve passar. A Tabela 5 apresenta os pontos especificados para definição da Trajetória 1. Assim, divide-se a trajetória em três segmentos, cada um aqui representado por polinômios de terceiro grau.

Tabela 5: Pontos inicial, final e de passagem especificados para a Trajetória 1.

Ponto	Posição $[xyz]^T$ m	Velocidade $[\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ m/s
$P_0$	$[0 \ 1 \ 0]^T$ m	$[0 \ 0 \ 0]^T$ m/s
$P_1$	$[0 \ 1 \ 30]^T$ m	$[3 \ 0 \ 3]^T$ m/s
$P_2$	$[30 \ 1 \ 30]^T$ m	$[3 \ 0 \ 3]^T$ m/s
$P_f$	$[30 \ 1 \ 0]^T$ m	$[0 \ 0 \ 0]^T$ m/s

Fonte: O Autor.

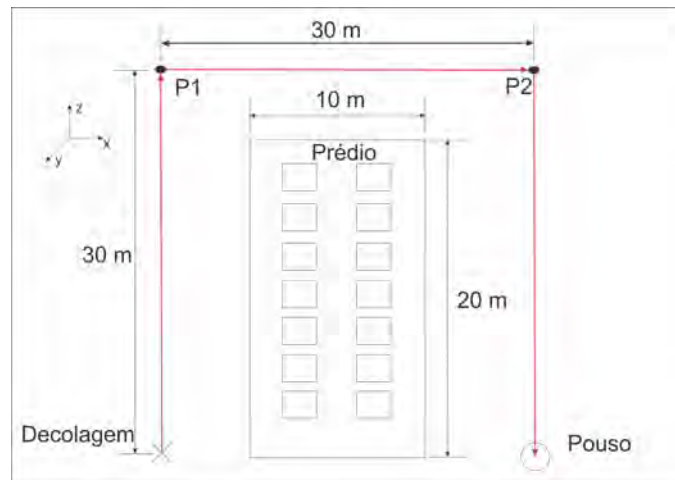


Figura 14: Trajetória 1.

Fonte: O Autor.

A trajetória tridimensional é obtida pela combinação das trajetórias projetadas para cada direção de movimento. Para a Trajetória 1, deseja-se que a aeronave se desloque no plano  $(x-y)$ , portanto,  $z$  deve ser mantido constante ao longo de toda a movimentação. As seções que seguem demonstram a implementação detalhada do procedimento de projeto para ambas as direções de movimento especificadas para a Trajetória 1.

#### 4.1.1 Trajetória 1 - Direção $x$

No trecho inicial, o quadricóptero parte do repouso e deve se deslocar entre os pontos  $P_0$  e  $P_1$ , em 10 segundos. Em  $P_1$  não deve ocorrer desaceleração. A aeronave deve passar pelo menos com velocidade de 10m/s.



Assim, o polinômio que representa a posição ( $p_{1x}$ ) no primeiro trecho tem ordem 3, e o polinômio que representa a velocidade ( $\dot{p}_{1x}$ ) tem ordem 2, tal como segue:

$$p_{1x}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (87)$$

$$\dot{p}_{1x}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \quad (88)$$

Substituindo-se as posição e velocidade do ponto  $P_0$  no tempo de  $t = 0$  segundos nas Equações (87) e (88) respectivamente, tem-se:

$$p_{1x}(0) = a_0 \Rightarrow a_0 = 0 \quad (89)$$

$$\dot{p}_{1x}(0) = a_1 \Rightarrow a_1 = 0 \quad (90)$$

De maneira semelhante, substituindo-se os valores de posição e velocidade no ponto  $P_1$  no instante  $t = 10$  segundos nas Equações (87) e (88) respectivamente, obtém-se:

$$p_{1x}(10) = 100a_2 + 1000a_3 = 0 \quad (91)$$

$$\dot{p}_{1x}(10) = 20a_2 + 300a_3 = 3 \quad (92)$$

Organizando as Equações (91) e (92) em uma apresentação matricial, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} 100 & 1000 \\ 20 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (93)$$

Cuja solução define os seguintes valores para os coeficientes  $a_2$  e  $a_3$ :

$$a_2 = -0,3 \quad e \quad a_3 = 0,03 \quad (94)$$

Desse modo, as constantes ( $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ ) e os polinômios de posição e velocidade do primeiro trecho da Trajetória 1 na direção  $x$  são:

$$a_0 = 0 \quad a_1 = 0 \quad a_2 = -0,3 \quad a_3 = 0,03 \quad (95)$$

$$p_{1x}(t) = -0,3t^2 + 0,03t^3 \quad e \quad \dot{p}_{1x}(t) = -0,6t + 0,09t^2 \quad (96)$$

A determinação da forma de movimentação nos dois outros segmentos da Trajetória

Tabela 6: Parâmetros da movimentação na direção  $x$  ao longo da Trajetória 1. Valores de posição em metros e de velocidade em m/s.

Trecho	$x_0$	$\dot{x}_0$	$x_f$	$\dot{x}_f$	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
$P_0 - P_1$	0	0	0	3	$p_{1x}(t) = -0.3t^2 + 0.03t^3$	$\dot{p}_{1x} = -0.6t + 0.09t^2$
$P_1 - P_2$	0	3	30	3	$p_{2x}(t) = 3t$	$\dot{p}_{2x} = 3$
$P_2 - P_f$	30	3	30	0	$p_{3x} = 30 + 3t - 0.06t^2 + 0.03t^3$	$\dot{p}_{3x} = 3 - 1.2t + 0.09t^2$

Fonte: O Autor.

1 segue o mesmo princípio. A Tabela 6 resume os parâmetros que definem a Trajetória 1.

A Figura 15 apresenta as posição e velocidade que o quadricóptero deve assumir na direção  $x$  ao desempenhar a Trajetória 1.

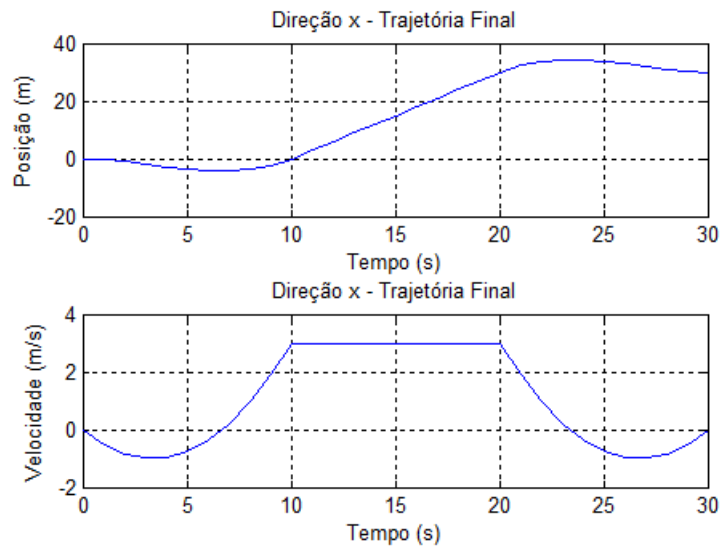


Figura 15: Posição e Velocidade na direção  $x$  ao longo da Trajetória 1.

Fonte: O Autor.

#### 4.1.2 Trajetória 1 - Direção $z$

Definindo polinômios de terceira e segunda ordem para as posição e velocidade do primeiro trecho da Trajetória 1 na direção  $z$ , tem-se:

$$p_{1z}(t) = d_0 + d_1t + d_2t^2 + d_3t^3 \quad (97)$$

$$\dot{p}_{1z}(t) = d_1 + 2d_2t + 3d_3t^2 \quad (98)$$

Considerando as condições inicial e final do primeiro trecho da Trajetória 1 na direção  $z$  especificadas na Tabela 7, tem-se:

$$p_{1z}(0) = d_0 \Rightarrow d_0 = 0 \quad (99)$$

$$\dot{p}_{1z}(0) = d_1 \Rightarrow d_1 = 0 \quad (100)$$

$$p_{1z}(10) = 100d_2 + 1000d_3 = 30 \quad (101)$$

$$\dot{p}_{1z}(10) = 20d_2 + 300d_3 = 3 \quad (102)$$

Reorganizando as Equações (101) e (102) na forma matricial, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} 100 & 1000 \\ 20 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (103)$$

Cuja solução define os seguintes valores para  $d_2$  e  $d_3$ :

$$d_2 = 0,6 \quad e \quad d_3 = -0,03 \quad (104)$$

Desse modo, os valores das constantes ( $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$ ) e os polinômios de posição e velocidade do primeiro trecho da trajetória 1 na direção  $z$  são tais como segue:

$$d_0 = 0 \quad d_1 = 0 \quad d_2 = 0,6 \quad d_3 = -0,03 \quad (105)$$

$$p_{1z}(t) = 0,6t^2 - 0,03t^3 \quad e \quad \dot{p}_{1z}(t) = 1,2t - 0,09t^2 \quad (106)$$

Tabela 7: Planejamento da Trajetória 1 - Direção  $z$ .

Trecho	$x_0$	$\dot{x}_0$	$x_f$	$\dot{x}_f$	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
$P_0 - P_1$	0	0	30	3	$p_{1z}(t) = 0.6t^2 - 0.03t^3$	$\dot{p}_{1z} = 1.2t - 0.09t^2$
$P_1 - P_2$	30	3	30	3	$p_{2z}(t) = 30 + 3t - 0.9t^2 + 0.06t^3$	$\dot{p}_{2z} = 3 - 1.8t + 0.18t^2$
$P_2 - P_f$	30	3	0	0	$p_{3z} = 30 + 3t - 1.5t^2 + 0.09t^3$	$\dot{p}_{3z} = 3 - 3t + 0.27t^2$

Fonte: O Autor.

A Tabela 7 resume os parâmetros da Trajetória 1 na direção  $z$ .

A Figura 16 apresenta as velocidade e posição da aeronave, na direção  $z$  ao longo da realização da Trajetória 1.

Por fim, a Figura 17 apresenta a Trajetória 1 no espaço tridimensional. Observa-se que a trajetória atende aos parâmetros de projeto e é suave em toda a sua realização.

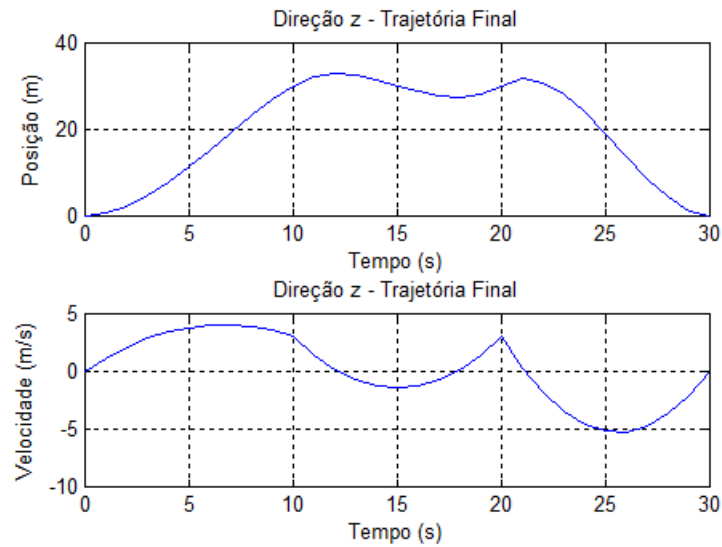


Figura 16: Posição e Velocidade na direção  $z$  ao longo da Trajetória 1  
Fonte: O Autor.

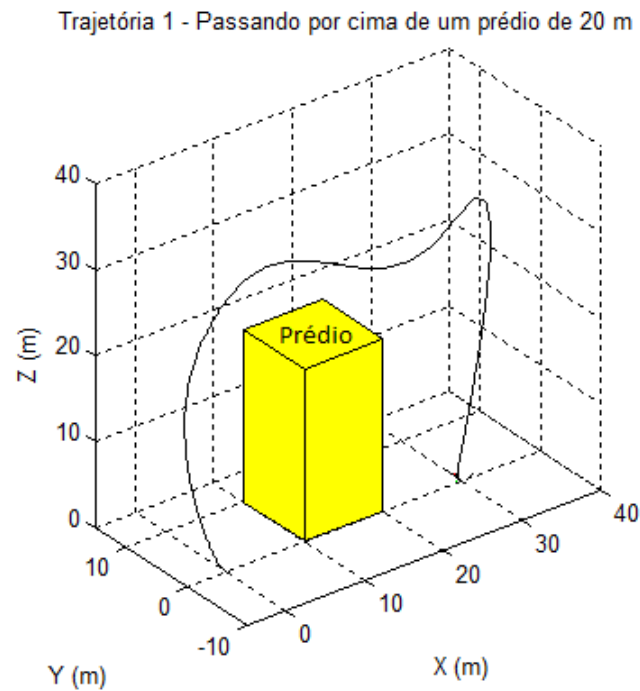


Figura 17: Trajetória 1.  
Fonte: O Autor.

#### 4.2 Trajetória 2

A segunda trajetória é especificada para fazer a aeronave realizar voo ao redor de uma área construída, tal como uma edificação, um conjunto de edificações ou um quarteirão de uma cidade. Partindo de um ponto inicial no solo, o quadricóptero deve decolar e subir até uma altura determinada, para em seguida realizar o contorno da região desejada

em voo nivelado. Ao final, a aeronave deve pousar no mesmo ponto onde iniciou o trajeto. De maneira semelhante a Trajetória 1, esta trajetória possui paralelo com aplicações de filmagem, fotografia, despejo de produtos (tal como pulverização de plantações), dentre outros. Se comparada a Trajetória 1, a principal diferença desta segunda trajetória é a translação nas três direções ortogonais que definem o espaço cartesiano. A Figura 18 apresenta a vista superior dos pontos inicial, final e de passagem que balizam o projeto da Trajetória 2. O nível de voo desejado é de 50 metros.

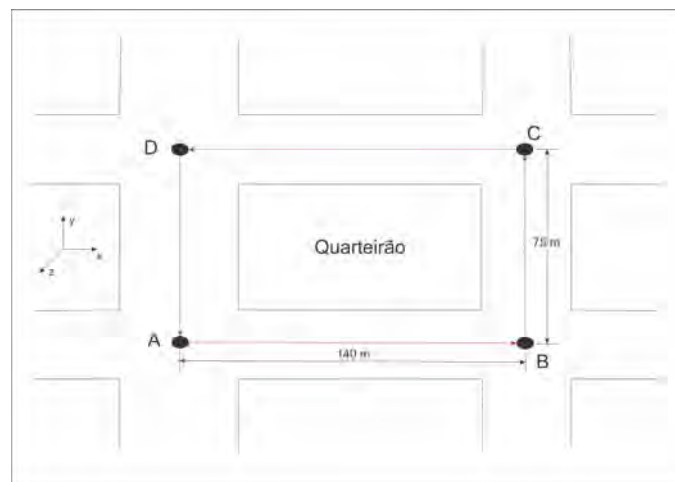


Figura 18: Trajetória 2.  
Fonte: O Autor.

Seguindo o mesmo procedimento descrito no projeto da Trajetória 1, apresenta-se nas próximas seções o projeto da Trajetória 2.

#### 4.2.1 Trajetória 2 - Direção $x$

Os polinômios que representam as posições e velocidades para o primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $x$  são:

$$p_{1x}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (107)$$

$$\dot{p}_{1x}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \quad (108)$$

Substituindo-se as posição e velocidade iniciais em  $t = 0$  segundos nas Equações

(107) e (108) respectivamente, tem-se:

$$p_{1x}(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = 0 \quad (109)$$

$$\dot{p}_{1x}(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 0 \quad (110)$$

Substituindo-se as posição a velocidade no ponto  $P_A$  em  $t = 10$  segundos nas Equações (107) e (108) respectivamente, chega-se a:

$$p_{1x}(10) = 100a_2 + 1000a_3 = 0 \quad (111)$$

$$\dot{p}_{1x}(10) = 20a_2 + 300a_3 = 0 \quad (112)$$

Reorganizando as Equações (111) e (112) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 100 & 1000 \\ 20 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (113)$$

Cuja solução apresenta os seguintes valores para  $a_2$  e  $a_3$ :

$$a_2 = 0 \quad e \quad a_3 = 0 \quad (114)$$

Os valores das constantes ( $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ ) e os polinômios de posição e velocidade do primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $x$  são:

$$a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0 \quad (115)$$

$$p_{1x}(t) = 0 \quad e \quad \dot{p}_{1x}(t) = 0 \quad (116)$$

O projeto dos outros trechos da Trajetória 2 segue o mesmo princípio. Os parâmetros da Trajetória 2 na direção  $x$  são resumidos na Tabela 8.

A Figura 19 apresenta a posição e a velocidade desejadas para a aeronave ao desempenhar a Trajetória 2 na direção  $x$ .

Tabela 8: Planejamento da Trajetória 2 - Direção  $x$ .

Trecho	$x_0$	$\dot{x}_0$	$x_f$	$\dot{x}_f$	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
$P_0 - P_A$	0	0	0	0	$p_{1x}(t) = 0$	$\dot{p}_{1x} = 0$
$P_A - P_B$	0	0	140	5	$p_{2x}(t) = 3.7t^2 - 0.23t^3$	$\dot{p}_{2x} = 7.4t - 0.69t^2$
$P_B - P_C$	140	5	140	5	$p_{3x} = 140 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{3x} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_C - P_D$	140	5	0	5	$p_{4x} = 140 + 5t - 5.7t^2 + 0.38t^3$	$\dot{p}_{4x} = 5 - 11.4t + 1.14t^2$
$P_D - P_A$	0	5	0	5	$p_{5x} = 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{5x} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_A - P_0$	0	5	0	0	$p_{6x} = 5t - t^2 + 0.05t^3$	$\dot{p}_{6x} = 5 - 2t + 0.15t^2$

Fonte: O Autor.

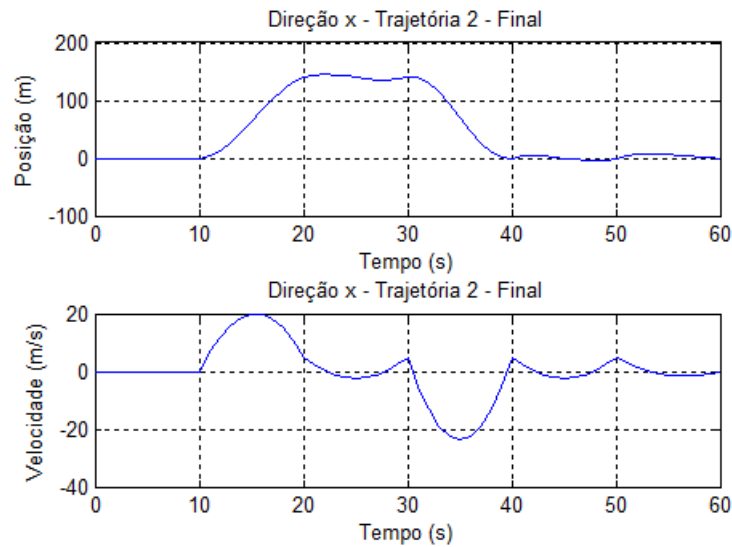


Figura 19: Posição e Velocidade na direção  $x$  ao longo da Trajetória 2.

Fonte: O Autor.

#### 4.2.2 Trajetória 2 - Direção $y$

Os polinômios que representam as posições e velocidades para o primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $y$  são:

$$p_{1y}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (117)$$

$$\dot{p}_{1y}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \quad (118)$$

Substituindo-se as posição e velocidade iniciais em  $t = 0$  segundos nas Equações (117) e (118) respectivamente, tem-se:

$$p_{1y}(0) = a_0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = 0 \quad (119)$$

$$\dot{p}_{1y}(0) = a_1 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 0 \quad (120)$$

Substituindo-se as posição e a velocidade no ponto  $P_A$  em  $t = 10$  segundos nas Equações (117) e (118) respectivamente, chega-se a:

$$p_{1y}(10) = 100a_2 + 1000a_3 = 0 \quad (121)$$

$$\dot{p}_{1y}(10) = 20a_2 + 300a_3 = 0 \quad (122)$$

Reorganizando as Equações (121) e (122) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 100 & 1000 \\ 20 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (123)$$

Cuja solução apresenta os seguintes valores para  $a_2$  e  $a_3$ :

$$a_2 = 0 \quad e \quad a_3 = 0 \quad (124)$$

Os valores para as constantes ( $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ ) e os polinômios de posição e velocidade do primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $y$  são:

$$a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = 0 \quad (125)$$

$$p_{1y}(t) = 0 \quad e \quad \dot{p}_{1y}(t) = 0 \quad (126)$$

O projeto dos outros trechos da Trajetória 2 segue o mesmo princípio. Os parâmetros da Trajetória 2 na direção  $y$  são resumidos na Tabela 9.

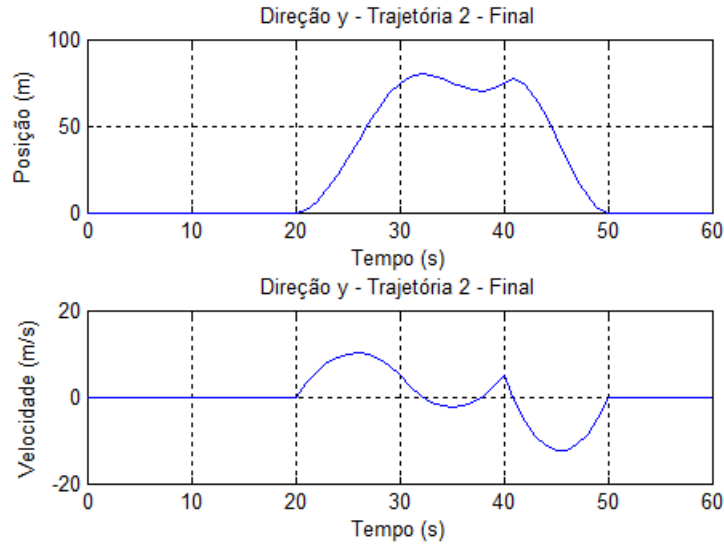
Na Figura 20 apresenta a posição e a velocidade desejadas para a aeronave ao desempenhar a Trajetória 2 na direção  $y$ .



Tabela 9: Planejamento da Trajetória 2 - Direção  $y$ .

Trecho	$x_0$	$\dot{x}_0$	$x_f$	$\dot{x}_f$	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
$P_0 - P_A$	0	0	0	0	$p_{1y}(t) = 0$	$\dot{p}_{1y} = 0$
$P_A - P_B$	0	0	0	0	$p_{2y}(t) = 0$	$\dot{p}_{2y} = 0$
$P_B - P_C$	0	0	75	5	$p_{3y} = 1.75t^2 - 0.1t^3$	$\dot{p}_{3y} = 3.5t - 0.3t^2$
$P_C - P_D$	75	5	75	5	$p_{4y} = 75 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{4y} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_D - P_A$	75	5	0	0	$p_{5y} = 75 + 5t - 3.25t^2 + 0.2t^3$	$\dot{p}_{5y} = 5 - 6.5t + 0.6t^2$
$P_A - P_0$	0	0	0	0	$p_{6y} = 0$	$\dot{p}_{6y} = 0$

Fonte: O Autor.

Figura 20: Posição e Velocidade na direção  $y$  ao longo da Trajetória 2.

Fonte: O Autor.

#### 4.2.3 Trajetória 2 - Direção $z$

Os polinômios que representam as posições e velocidades para o primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $z$  são:

$$p_{1z}(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (127)$$

$$\dot{p}_{1z}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \quad (128)$$

Substituindo-se as posição e a velocidade iniciais em  $t = 0$  segundos nas Equações (127) e (128) respectivamente, tem-se:

$$p_{1z}(0) = a_0 \Rightarrow a_0 = 0 \quad (129)$$

$$\dot{p}_{1z}(0) = a_1 \Rightarrow a_1 = 0 \quad (130)$$

Substituindo-se as posição e a velocidade no ponto  $P_A$  em  $t = 10$  segundos nas Equações (127) e (128) respectivamente, chega-se a:

$$p_{1z}(10) = 100a_2 + 1000a_3 = 50 \quad (131)$$

$$\dot{p}_{1z}(10) = 20a_2 + 300a_3 = 5 \quad (132)$$

Reorganizando as Equações (131) e (132) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 100 & 1000 \\ 20 & 300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (133)$$

Cuja solução apresenta os seguintes valores para  $a_2$  e  $a_3$ :

$$a_2 = 1 \quad e \quad a_3 = -0,05 \quad (134)$$

Os valores para as constantes ( $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ ) e os polinômios de posição e velocidade do primeiro trecho da Trajetória 2 na direção  $z$  são:

$$a_0 = a_1 = 0 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = -0,05 \quad (135)$$

$$p_{1z}(t) = t^2 - 0,05t^3 \quad e \quad \dot{p}_{1z}(t) = 2t - 0,15t^2 \quad (136)$$

O projeto dos outros trechos da Trajetória 2 segue o mesmo princípio. Os parâmetros da Trajetória 2 na direção  $z$  são resumidos na Tabela 10.

Tabela 10: Planejamento da Trajetória 2 - Direção  $z$ .

Trecho	$x_0$	$\dot{x}_0$	$x_f$	$\dot{x}_f$	$x(t)$	$\dot{x}(t)$
$P_0 - P_A$	0	0	50	5	$p_{1z}(t) = t^2 - 0.05t^3$	$\dot{p}_{1z} = 2t - 0.15t^2$
$P_A - P_B$	50	5	50	5	$p_{2z}(t) = 50 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{2z} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_B - P_C$	50	5	50	5	$p_{3z} = 50 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{3z} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_C - P_D$	50	5	50	5	$p_{4z} = 50 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{4z} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_D - P_A$	50	5	50	5	$p_{5z} = 50 + 5t - 1.5t^2 + 0.1t^3$	$\dot{p}_{5z} = 5 - 3t + 0.3t^2$
$P_A - P_0$	50	5	0	0	$p_{6z} = 50 + 5t - 2.5t^2 + 0.15t^3$	$\dot{p}_{6z} = 5 - 5t + 0.45t^2$

Fonte: O Autor.

A Figura 21 apresenta a posição e a velocidade desejadas para a aeronave ao desempenhar a Trajetória 2 na direção  $z$ . Onde o gráfico da posição apresenta uma

variação alta da posição na direção  $z$  não é um problema grave, pois a principal prioridade é a segurança na realização da trajetória sem nenhum acidente.

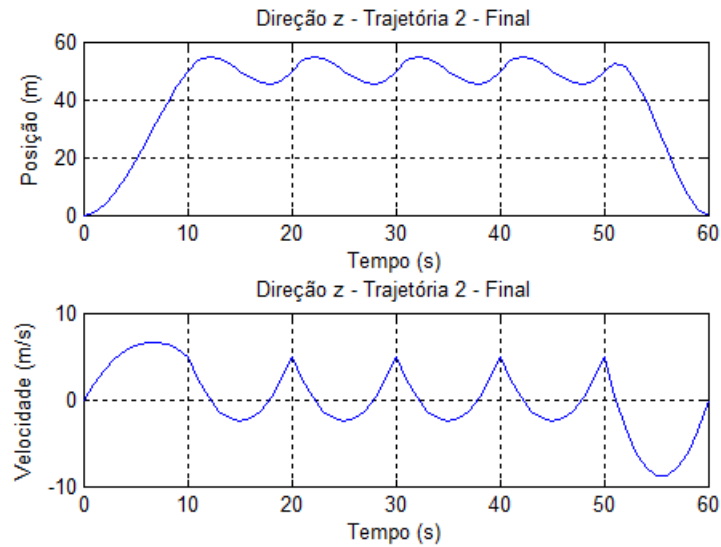


Figura 21: Posição e Velocidade na direção  $z$  ao longo da Trajetória 2.  
 Fonte: O Autor.

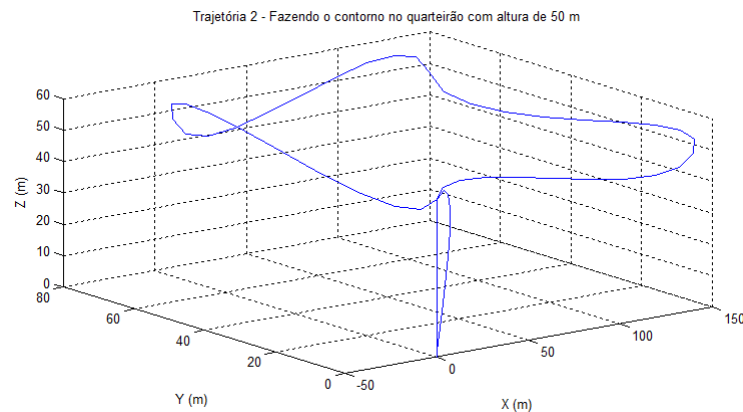


Figura 22: Trajetória 2 - (Posição e Velocidade).  
 Fonte: O Autor.

Por fim, a Figura 22 apresenta a Trajetória 2 no espaço tridimensional. Observa-se que a trajetória atende aos parâmetros de projeto e é suave em toda a sua realização.

### 4.3 Trajetória 3

A terceira trajetória considerada tem forma espiral e tem por objetivo ressaltar o desempenho da aeronave ao desempenhar movimentos circulares e tem paralelo no mundo real em aplicações tais como operações de busca e salvamento em ambientes selvagens (Wi-SAR, do inglês *Wilderness Search and Rescue*), que incluem encontrar e prover assistência

a humanos que estão perdidos ou feridos em montanhas, desertos, lagos, rios ou outras configurações remotas [51].

#### 4.3.1 Trajetória 3 - Direção $x$

A movimentação da Direção  $x$  da Trajetória 3 é definida pelas equações a seguir:

$$x = c_1 \cos(t) \quad (137)$$

$$\dot{x} = c_1(\cos(t) - t \sin(t)) \quad (138)$$

$$\ddot{x} = c_1(2 \sin(t) + t \cos(t)) \quad (139)$$

A Figura 23 apresenta as posição, velocidade e aceleração especificadas para o quadrrrotor ao desempenhar a Trajetória 3, na direção  $x$ .

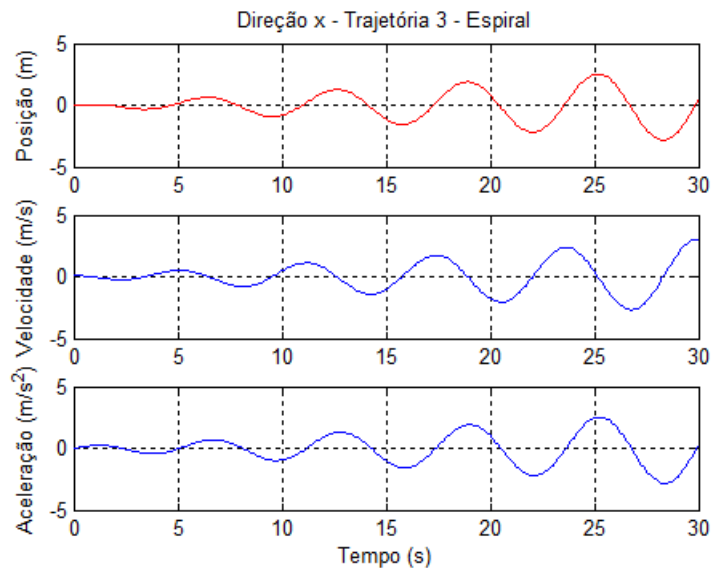


Figura 23: Trajetória 3 - Direção  $x$ .

Fonte: O Autor.

#### 4.3.2 Trajetória 3 - Direção $y$

A movimentação da Direção  $y$  da Trajetória 3 é definida pelas equações a seguir:

$$y = c_1 t \sin(t) \quad (140)$$

$$\dot{y} = c_1(\sin(t) + t \cos(t)) \quad (141)$$

$$\ddot{y} = c_1(2 \cos(t) - t \sin(t)) \quad (142)$$

A Figura 24 apresenta as posição, velocidade e aceleração especificadas para o quadricóptero ao desempenhar a Trajetória 3, na direção  $y$ .

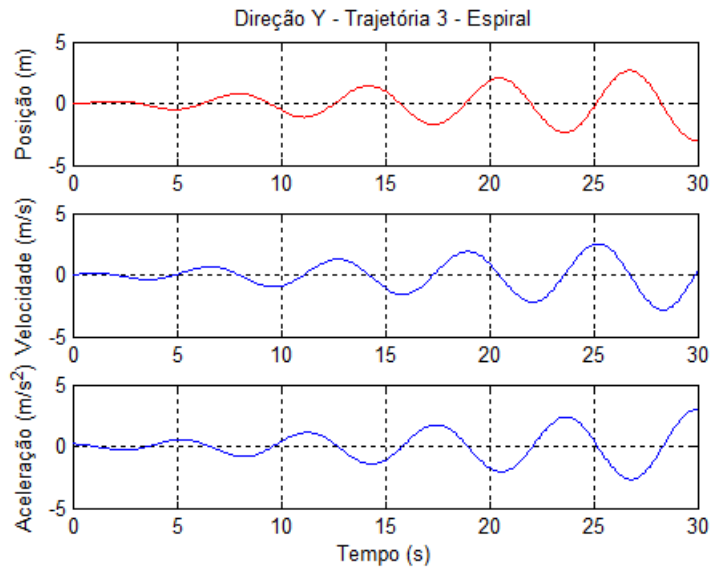


Figura 24: Trajetória 3 - Direção  $y$ .  
Fonte: O Autor.

#### 4.3.3 Trajetória 3 - Direção $z$

A movimentação da Direção  $z$  da Trajetória 3 é definida pelas equações a seguir:

$$z = c_2 t \quad (143)$$

$$\dot{z} = c_2 \quad (144)$$

$$\ddot{z} = 0 \quad (145)$$

A Figura 25 apresenta as posição, velocidade e aceleração especificadas para o quadricóptero ao desempenhar a Trajetória 3, na direção  $z$ .

A Figura 26 apresenta a trajetória espiral projetada para realização pela aeronave. Nesta,  $c_1 = c_2 = 0, 1$ .

#### 4.4 Trajetória 4

A quarta trajetória proposta tem o objetivo de possibilitar análise de desempenho do quadricóptero em percursos circulares com nível de voo constante. Exemplos de

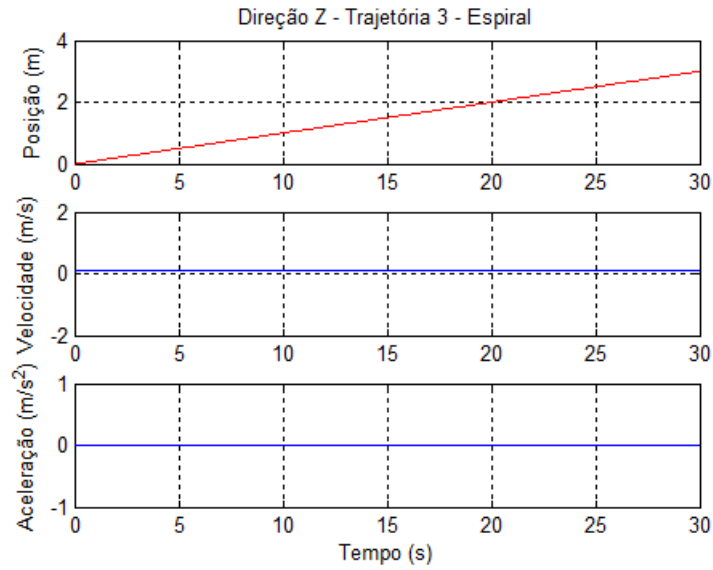


Figura 25: Trajetória 3 - Direção  $z$ .  
Fonte: O Autor.

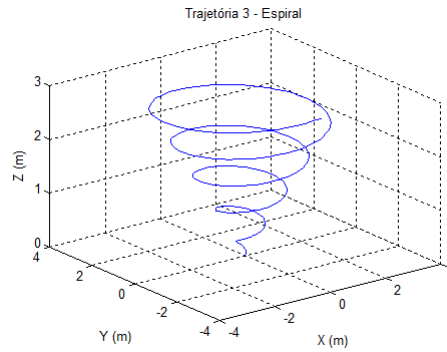


Figura 26: Trajetória 3 - Espiral.  
Fonte: O Autor.

aplicações para este tipo de trajetória são filmagens e fotografias, monitoramento de pessoas ou entidades em local fixo, etc.

#### 4.4.1 Trajetória 4 - Direção $x$

A movimentação da aeronave na direção  $x$  é dada pela equações a seguir:

$$x = c_1 \cos(t) \quad (146)$$

$$\dot{x} = -c_1 \sin(t) \quad (147)$$

$$\ddot{x} = -c_1 \cos(t) \quad (148)$$

As variações de posição, velocidade e aceleração na direção  $x$  são apresentadas na

Figura 27.

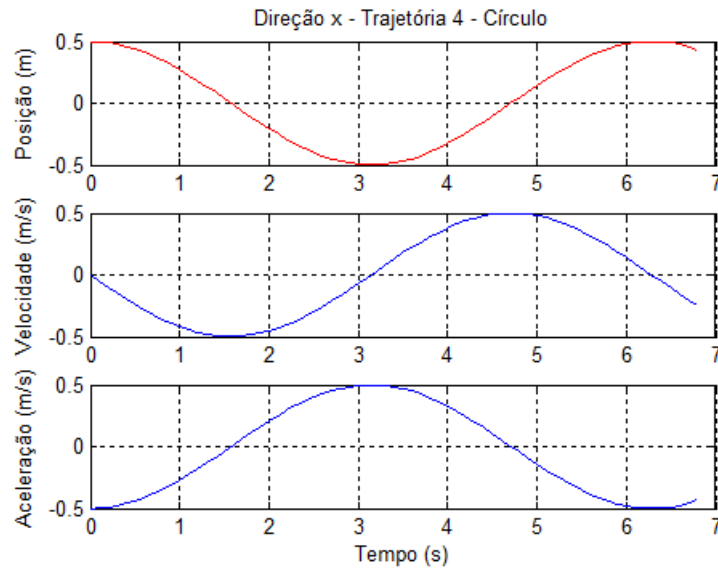


Figura 27: Trajetória 4 - Direção  $x$ .  
Fonte: O Autor.

#### 4.4.2 Trajetória 4 - Direção $y$

A movimentação da aeronave na direção  $y$  é dada pela equações a seguir:

$$y = c_1 \sin(t) \quad (149)$$

$$\dot{y} = c_1 \cos(t) \quad (150)$$

$$\ddot{y} = -c_1 \sin(t) \quad (151)$$

As variações de posição, velocidade e aceleração na direção  $y$  são apresentadas na Figura 28.

#### 4.4.3 Trajetória 4 - Direção $z$

A Trajetória 4 prevê voo nivelado, ou seja, em altitude constante. Desse modo, as equações que regem a movimentação nesta direção são tal como apresentadas a seguir:

$$z = c_2 \quad (152)$$

$$\dot{z} = 0 \quad (153)$$

$$\ddot{z} = 0 \quad (154)$$

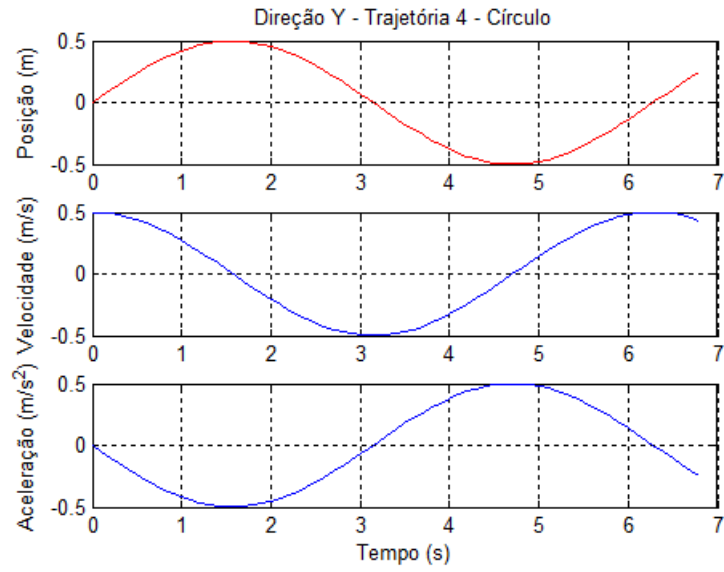


Figura 28: Trajetória 4 - Direção  $y$ .  
Fonte: O Autor.

A Figura 29 apresenta a Trajetória 4. Nesta,  $c_1 = c_2 = 0,5$ .

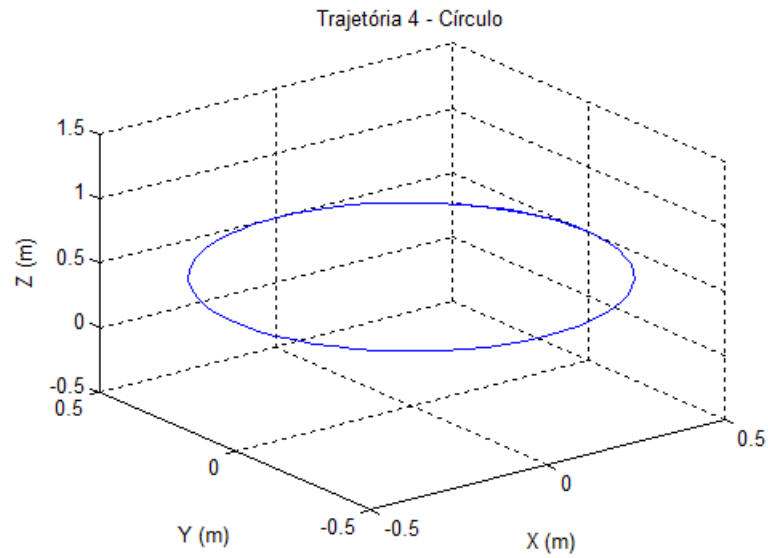


Figura 29: Trajetória 4 - Círculo.  
Fonte: O Autor.



## 5 CONTROLE

Tal como já descrito anteriormente, um quadricóptero é um veículo aéreo com asas rotativas, semelhante a um helicóptero, porém com quatro hélices, através das quais atua-se sobre o sistema, em uma configuração com seis graus de liberdade, sendo três coordenadas de posição no espaço tridimensional ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) e três ângulos de orientação (rolagem, arfagem e guinada). Portanto, trata-se de um sistema com quatro entradas porém seis saídas, o que leva a impossibilidade de regular todos os seus graus de liberdade ao mesmo tempo. Este tipo de sistema é denominado sub atuado.

Uma maneira de contornar o problema da sub atuação é implementar um controlador linear em cascata com duas malhas de realimentação, uma interna, responsável pelo controle linear de atitude e uma malha externa, encarregada do controle linear de translação da aeronave. Esse esquema é exemplificado na Figura 30. Diversas estratégias

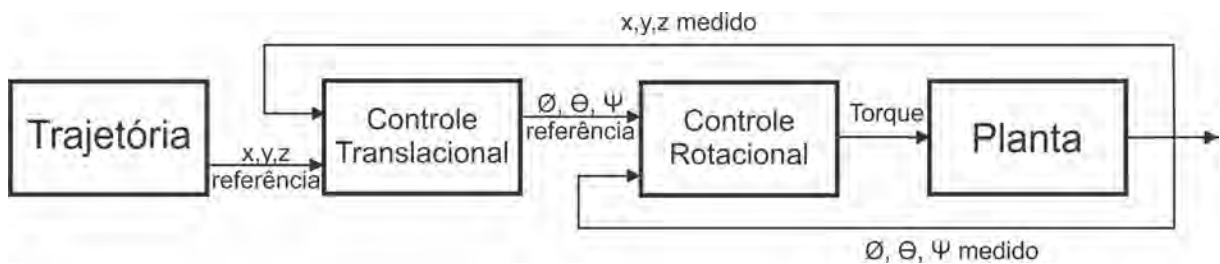


Figura 30: Sistema Linear de Controle em Cascata do Quadricóptero.

Fonte: O Autor.

já foram propostas na literatura para realizar o controle de posição e atitude de quadricópteros. Como exemplo, cita-se reguladores lineares quadráticos (LQR, do inglês *linear quadratic regulator*) [52, 53], controladores por modos deslizantes [54, 55] e controle difuso (do inglês, *fuzzy control*) [56]. Entretanto, a técnica mais popular é o emprego de controladores do tipo PID [57–59]. Todavia, apesar da sua ampla utilização, a escolha adequada dos parâmetros desse tipo de controlador ainda se demonstra uma tarefa complicada [60, 61].

Nesse contexto, o presente capítulo apresenta um esquema de controle para movimentação autônoma (controle de posição e atitude) de quadricópteros baseado na linearização do modelo dinâmico e na especificação de controladores fundamentados em ações de controle proporcional-integral-derivativo. Em um primeiro momento, a sintonia dos seis PID's empregados é realizada utilizando-se o método de Ziegler-Nichols descrito

no Capítulo 2, com ajustes adicionais realizados em função dos desempenhos observados nas duas implementações utilizadas para a planta. Em seguida, um algoritmo genético é empregado para otimizar a escolha dos dezoito ganhos envolvidos com vistas e alcançar melhor desempenho dos controladores projetados. Os ganhos especificados utilizando ambos os métodos são apresentados neste capítulo, enquanto os resultados de emulações computacionais comparando o desempenho dos PID's sob as diferentes sintonias são apresentados no Capítulo 6.

### 5.1 Controle Translacional

O Controle de translação tem por objetivo atuar sobre a posição da aeronave, ou seja, sobre as variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Nesta Dissertação, o controle translacional é realizado em duas etapas, a saber: Controle de Altitude ( $z$ ) e Controle do Movimento Linear no Plano  $x - y$  ( $x, y$ ). O esquema de controle de translação é visualizado na Figura 31.

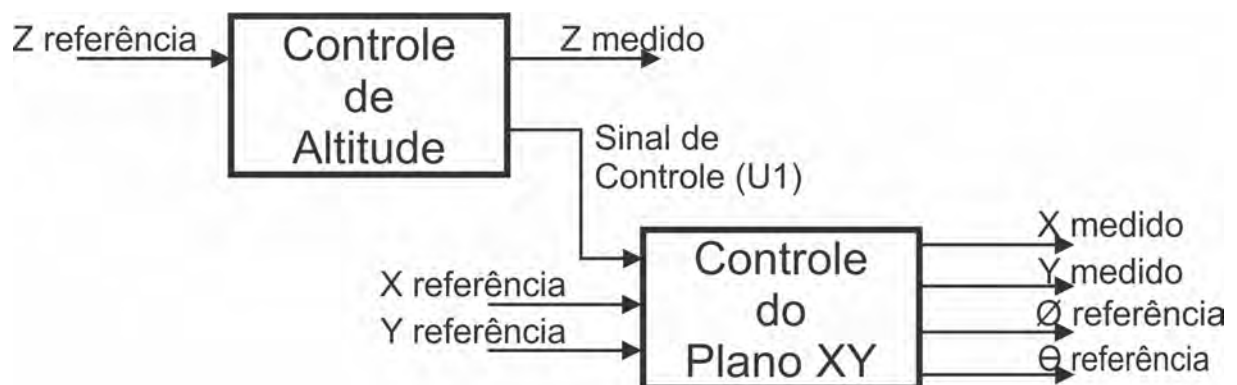


Figura 31: Sistema de Controle Translacional do Quadricóptero.  
Fonte: O Autor.

#### 5.1.1 Altitude

O primeiro estágio do controle de translação regula a altitude da aeronave, através da manipulação do empuxo total do quadricóptero,  $U_1$ .

O movimento do quadricóptero na direção  $z$  é descrito como segue:

$$\ddot{z} = \frac{U_1}{m} \cos(\phi) \cos(\theta) - g \quad (155)$$

Que pode ser representada no espaço de estados como segue:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \omega_0(t) \\ \frac{U_1}{m} \cos(\phi) \cos(\theta) - g \end{bmatrix} \quad (156)$$

Na qual  $x(t) = [\omega_z(t) \quad z(t)]^T$  é o vetor de estado, sendo  $z(t)$  a altitude e  $\omega_z(t)$  a velocidade linear da aeronave na direção  $z$  com relação ao sistema de coordenadas inercial.

Linearizando a Equação (156) através da sua série de Taylor em torno de pontos de operação da trajetória de referência, e desconsiderando os termos de ordem superior, tem-se:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (157)$$

E a descrição do sistema linearizado no espaço de estados é:

$$\dot{x} = Ax + Bu = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix} U_1 \quad (158)$$

$$y = Cx + Du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix} \quad (159)$$

Nota-se que a dinâmica de altitude é representada por um sistema de segunda ordem, naturalmente instável por ter polos na origem do plano complexo. Para estabilizar sistemas desse tipo com controladores que combinam as ações proporcional, integral e/ou derivativa, deve-se observar as raízes da equação característica do sistema resultante da adição de cada uma dessas ações, pois, dependendo dos ganhos associados à esses controladores, as raízes podem ou não estar situadas no semi-plano esquerdo do plano complexo. Raízes posicionadas à esquerda do eixo imaginário indicam estabilidade do sistema, enquanto raízes situadas à direita deste eixo indicam instabilidade.

Pode-se mostrar que se apenas a ação proporcional for utilizada na tentativa de controlar sistemas de segunda ordem, a equação característica terá raízes complexas puras, ou seja, situadas sobre o eixo imaginário, o que resulta em sistemas instáveis oscilatórios independente da escolha do valor do ganho proporcional [34, 62]. Isso comprova que o uso exclusivo da ação proporcional não é suficiente para estabilizar esta classe de sistemas. Caso as ações proporcional e integral sejam utilizadas de maneira conjunta, a equação característica terá três raízes, sendo uma nula, uma real positiva e outra real negativa,

independentemente da escolha dos ganhos dos controladores, ou seja, o sistema resultante é também instável. Por outro lado, ao se combinar as ações proporcional e derivativa, a equação característica resultante pode possuir raízes no semiplano esquerdo dependendo dos ganhos escolhidos para os controladores, o que significa que é possível estabilizar sistemas de segunda ordem utilizando controladores PD. Entretanto, ao se utilizar as três ações de controle de maneira conjunta, além de alcançar estabilidade do sistema dependendo dos ganhos escolhidos para cada ação de controle distinta, o controlador tem a vantagem de eliminar completamente o erro em regime e perturbações constantes por conta da ação integral [29, 34, 63].

Pelo exposto, especifica-se o controlador PID para realizar a regulação da altitude do quadricóptero nesta Dissertação, sendo a sintonia do mesmo realizada inicialmente utilizando-se o método de Ziegler-Nichols apresentado no Capítulo 2. Os ganhos associados às três ações de controle são apresentados na Tabela 12.

Para fins de comparação entre o desempenho da planta modelada utilizando as técnicas de função de transferência e descrição por variáveis de estado, implementa-se nesta Dissertação emulações computacionais para ambos os modelos, utilizando-se os mesmos controladores PID, tal como exemplificado nas Figura 33 e Figura 32.

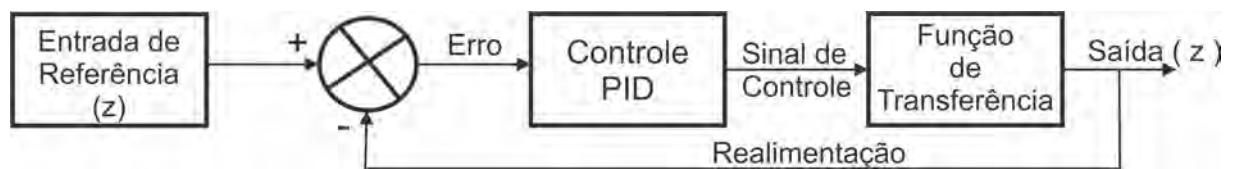


Figura 32: Diagrama de Blocos do Sistema Modelado com Função de Transferência de Controle de Altitude do Quadricóptero.

Fonte: O Autor.

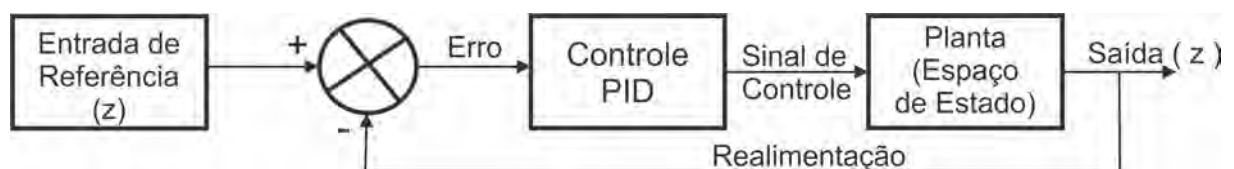


Figura 33: Diagrama de Blocos do Sistema Modelado em Espaço de Estado para o Controle de Altitude do Quadricóptero.

Fonte: O Autor.

### 5.1.2 Movimento Linear no Plano $x - y$

As equações dinâmicas que descrevem o movimento linear no plano  $x - y$  [20], são:

$$\ddot{x} = \frac{U_1}{m}(\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi)) \quad (160)$$

$$\ddot{y} = \frac{U_1}{m}(\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi)) \quad (161)$$

Reescrevendo as equações acima na forma  $\dot{x} = f(x(t), u(t))$ , sendo o vetor de estado  $x(t) = [x(t) \quad V_x(t) \quad y(t) \quad V_y(t)]^T$  que correspondem as posições ( $x(t)$  e  $y(t)$ ) e as velocidades lineares  $V_x$  e  $V_y$  nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, em relação ao sistema de coordenadas inercial I, tem-se:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} V_x(t) \\ \frac{U_1(t)}{m}u_x(t) \\ V_y(t) \\ \frac{U_1(t)}{m}u_y(t) \end{bmatrix} \quad (162)$$

Na qual o vetor de entradas é o  $u(t) = [u_x \quad u_y]^T$ . Sendo  $u_x = \cos(\phi)(\theta)\cos(\psi) + (\phi)(\psi)$  e  $u_y = \cos(\phi)(\theta)(\psi) - (\phi)\cos(\psi)$ . A linearização do sistema leva a:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{U_1(t)}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{U_1(t)}{m} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (163)$$

Assim, a representação do sistema linearizado no espaço de estados assume a forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(t)u(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ V_x(t) \\ y(t) \\ V_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{U_1(t)}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{U_1(t)}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x(t) \\ u_y(t) \end{bmatrix} \quad (164)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ V_x(t) \\ y(t) \\ V_y(t) \end{bmatrix} \quad (165)$$

Seguindo o mesmo princípio discutido na seção anterior, especificam-se controladores PID para realizar a atuação sobre as variáveis  $x(t)$  e  $y(t)$  e, no Capítulo 6, apresentam-se resultados de simulação utilizando dois modelos para descrever a planta, a saber: Função de transferência e descrição por variáveis de estado. Valores de ganho para duas sintonias distintas são utilizados, um conjunto obtido segundo o método de Ziegler-Nichols e outro otimizado utilizando-se um algoritmo genético.

## 5.2 Atitude

O sistema de controle rotacional tem por objetivo regular atitude da aeronave para o desempenho da trajetória de referência, atuando, portanto, sobre as variáveis  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ .

As equações dinâmicas que descrevem a orientação do quadricóptero são:

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{xx}} \dot{\theta} (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) + \frac{K_i d}{I_{xx}} (\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \quad (166)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_{yy}} \dot{\phi} (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) + \frac{K_i d}{I_{yy}} (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (167)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{d}{I_{zz}} (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (168)$$

Cuja representação no espaço de estados pode ser escrita como:

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J_r \Omega_r \dot{\theta}}{I_x} + \frac{\tau_\phi}{I_x} \\ \dot{\theta} \\ \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r \Omega_r \dot{\phi}}{I_y} + \frac{\tau_\theta}{I_y} \\ \dot{\psi} \\ \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{\tau_\psi}{I_z} \end{bmatrix} \quad (169)$$

Na qual  $x(t) = [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T$  é o vetor de estado composto pelas posições e velocidades angulares da aeronave e  $u(t) = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T$  é o vetor de entrada, composto pelos torques aplicados nos eixos  $(\phi \ \theta \ \psi)$ , respectivamente.

As matrizes que definem o sistema linearizado são:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (170)$$

Assim, o sistema no espaço de estado é da seguinte forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (171)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (172)$$

A Figura 34 apresenta o diagrama de controle de atitude proposto para a aeronave. De

maneira semelhante ao controle das outras variáveis já discutidas, especificam-se controladores PID para atuar sobre as três variáveis desejadas, com ganhos determinados pelos métodos de Ziegler-Nichols e, em seguida, por um algoritmo genético. As emulações computacionais são realizadas utilizando dois modelos obtidos para a planta, para fins de comparação, um baseado em funções de transferência e outro utilizando a descrição por variáveis de estado.

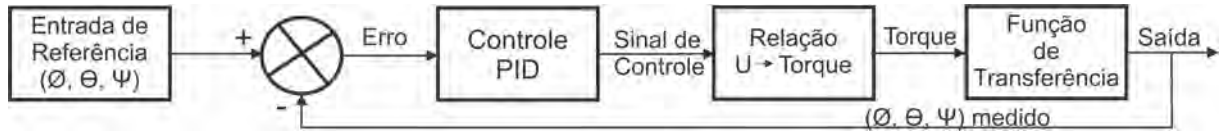


Figura 34: Sistema de Controle Rotacional do Quadrirotor.

Fonte: O Autor.

### 5.3 Relação entre os sistemas translacional e rotacional

No controle em cascata aqui proposto, o sistema de controle de atitude (*rotacional*) tem como parte das suas entradas dois sinais ( $\phi_{ref}$  e  $\theta_{ref}$ ) oriundos do sistema translacional, como pode ser visto na Figura 30. A relação entre esses sinais é apresentada a seguir.

Com base nas Equações (46) e (47) e considerando que os ângulos ( $\phi_{ref}$  e  $\theta_{ref}$ ) são pequenos, tem-se:

$$\ddot{x} = \frac{U_1}{m}(\theta_{ref}\cos(\psi) + \phi_{ref}\sin(\psi)) \quad (173)$$

$$\ddot{y} = \frac{U_1}{m}(\theta_{ref}\sin(\psi) - \phi_{ref}\cos(\psi)) \quad (174)$$

Reorganizando as equações (173) e (174) na forma de matrizes, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \phi_{ref} \\ \theta_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\psi) & \cos(\psi) \\ -\cos(\psi) & \sin(\psi) \end{bmatrix}^{-1} \left( \frac{m}{U_1} \right) \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (175)$$

Apresentado os sistemas de controle com as suas respectivas variáveis de estado, é especificado através de estudos os sensores que são utilizados para medir as variáveis de estado de cada sistema de controle do quadrirotor. Com isso, é utilizado a *Unidade de Navegação Inercial (IMU)*, é um sistema de navegação que integra as acelerações em Norte/Sul, Leste/Oeste para determinar a posição e o deslocamento da aeronave. É essencial, pois o GPS possui uma grande margem de erro, além disso a IMU não precisa de informações externas, nem recepção ou emissão de sinais, e não sofre interferências. Temos o *Magnetômetro de 3 eixos (x, y, z)* funciona como uma bússola digital e auxilia na orientação da aeronave. E por fim, *Acelerômetro e Giroscópio* ( $\phi, \theta, \psi$ ), permite saber a aceleração e inclinação da aeronave.



## 5.4 Ajuste de ganhos

Conforme discutido anteriormente, embora seja amplamente utilizado em aplicações de controle de veículos aéreos não tripulados do tipo quadricóptero, os controladores PID necessitam de uma boa sintonia para que apresentem desempenho adequado, e esta tarefa ainda se mostra complicada.

Um dos objetivos principais desta Dissertação é validar computacionalmente o emprego de controladores PID para fazer o quadricóptero seguir trajetórias de referência superando eventuais perturbações. Tal como discutido no Capítulo 4, trajetórias com características distintas são utilizadas como base para validar o desempenho do esquema de controle proposto e um ajuste de ganhos que alcance baixos desvios para todas elas, não é uma tarefa simples. Cabe ressaltar que trata-se de seis controladores que devem atuar em variáveis distintas, cada um deles com três ganhos associados, definindo, portanto, um problema de especificar 18 parâmetros relacionados pela dinâmica da aeronave.

Desse modo, propõe-se nesta Dissertação a aplicação de um algoritmo genético para otimizar o valor dos ganhos dos controladores empregados. Tal como apresentado no Capítulo 2, um algoritmo deste tipo busca soluções variando suas entradas de acordo com parâmetros objetivos. Para valorizar a exploração do espaço de busca são aplicadas mutações individuais nos cromossomos, enquanto se trabalha para unir as suas melhores características em busca de melhores avaliações por meio do cruzamento entre eles. Em seguida, a seleção natural conhecida pela teoria Darwiniana é representada por uma função responsável por selecionar os indivíduos que compõem a população seguinte.

Dentre as diversas implementações possíveis para a escolha dos mais aptos, o algoritmo de sintonia aqui implementado utiliza a proposta para otimização de funções feita por [64]. Trata-se de um algoritmo que avalia um grupo (população) de informações de entrada (indivíduos) e apura a trajetória resultante de melhor aptidão, arbitrada nas gerações.

Diante da variação dos diferentes ganhos resultando em diferentes trajetórias, cada uma é submetida a uma função de custo, para a qual o GA deve encontrar o menor valor possível. Dado o objetivo do controlador em seguir uma trajetória de referência, a função de custo considera o erro médio de distância entre as trajetórias de referência e efetuada pelo veículo. Define-se, dessa maneira, a função de custo:

$$f_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{E_{x_i}^2 + E_{y_i}^2 + E_{z_i}^2} \quad (176)$$

Na qual  $E_{x_i}$ ,  $E_{y_i}$  e  $E_{z_i}$  são os erros de distância referenciados a cada eixo cartesiano e  $i$

a interação correspondente.

Para os resultados apresentados no Capítulo 6, os parâmetros do GA utilizados são apresentados na Tabela 11 e o controle é implementado utilizando o diagrama de blocos da Figura 35.

Tabela 11: Parâmetros do algoritmo genético

Parâmetro	Especificações
Representação	Binária
Domínio	-80 até 80
Exatidão	$1\mu$
Aptidão	Avaliação
População	30
Gerações	30
Taxa de <i>crossover</i>	60%
Taxa de mutação	4%
Função de seleção	Seleção por Roleta

Fonte: O Autor.

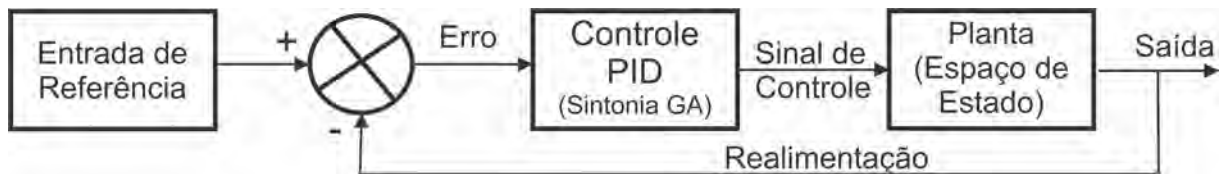


Figura 35: Sistema Linear de Controle do Quadrrorotor com sintonia do Algoritmo Genético.

Fonte: O Autor.

A Tabela 12 apresenta os valores dos ganhos obtidos utilizando-se o método de sintonia de Ziegler-Nichols e a otimização por intermédio do algoritmo genético. O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos por simulação utilizando ambos os conjuntos de valores.

Tabela 12: Ganhos proporcional, integral e derivativo para os controladores de posição e atitude obtidos pelo método de sintonia de Ziegler-Nichols seguido de ajuste empírico e otimizados pelo algoritmo genético.

Variável manipulada	Ziegler-Nichols + ajuste empírico					
	FT			EE		
	$k_P$	$k_I$	$k_D$	$k_P$	$k_I$	$k_D$
$x$	-39.00000	-0.00300	-31.00000	-0.00010	0.00010	-13.00000
$y$	-25.00000	-0.10000	-2.00000	-0.00100	0.00010	-0.10000
$z$	51.00000	0.36000	76.00000	53.00000	0.00010	56.00000
$\phi$	3.00000	-0.20000	1.00000	5.00000	0.01000	2.00000
$\theta$	2.00000	-0.20000	1.00000	4.00000	0.02000	1.00000
$\psi$	0.00200	0.00400	10.00000	0.00100	0.00030	0.00100
	Algoritmo genético					
	$k_P$	$k_I$	$k_D$			
$x$	-47.37027	-7.87102	-3.05374			
$y$	-32.95635	-2.96479	-25.66522			
$z$	11.84465	32.99959	77.51395			
$\phi$	-7.73416	0.69718	-35.63507			
$\theta$	54.76691	52.02399	21.47463			
$\psi$	-3.33757	56.27021	-53.47368			

Fonte: O Autor.

## 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O modelo matemático apresentado no Capítulo 3 e os controladores discutidos no Capítulo 5 são implementados computacionalmente em ambiente Matlab/Simulink [65], com os seguintes objetivos:

- Validar os modelos dinâmico e cinemático desenvolvidos;
- Validar o esquema de controle proposto para o seguimento de trajetórias;
- Avaliar o desempenho dos controladores implementados para fazer o quadricóptero realizar as quatro trajetórias propostas no Capítulo 4, inclusive quando sujeito à perturbações;
- Comparar o desempenho do conjunto de controladores sintonizados pelos métodos Ziegler-Nichols e algoritmo genético.
- Testar duas implementações diferentes para a dinâmica da planta com vista a identificar eventuais diferenças que possam ser futuramente validadas por experimentos.

Portanto, neste capítulo são apresentados os resultados de validação computacional para os modelos e controladores discutidos anteriormente. Os parâmetros do quadricóptero utilizados na implementação são aqueles do modelo Ar.Drone 2.0 [66] fabricado pela empresa Parrot [67]. O motivo para a escolha dessa aeronave é o fato de haver unidades disponíveis da mesma no laboratório de controle da Faculdade de Engenharia da UERJ, o que possibilita validação experimental futura das emulações apresentadas nesta Dissertação. Cabe ressaltar que tal validação experimental foi impossibilitada neste trabalho por conta do isolamento social imposto pela COVID-19. Os principais parâmetros do quadricóptero utilizados nas simulações são apresentados na Tabela 13.

Tabela 13: Parâmetros do quadricóptero.

Parâmetro	Especificações
Massa Total da Aeronave (Kg)	0.890
Momento de inércia em $x$ (Kg.m <sup>2</sup> )	$9.57 \times 10^{-3}$
Momento de inércia em $y$	$18.57 \times 10^{-3}$
Momento de inércia em $z$	$25.55 \times 10^{-3}$
Comprimento do Braço (m)	0.152
Coefficiente de Arrasto (Nms <sup>2</sup> )	$1.4 \times 10^{-5}$
Coefficiente de Empuxo (Ns <sup>2</sup> )	$8.7 \times 10^{-5}$

Fonte: O Autor.

Cabe ressaltar que a implementação computacional foi realizada por completo com modelo próprio, não utilizando blocos ou *toolboxes* já prontos para a dinâmica do quadricóptero e

também cabe ressaltar que a implementação computacional desconsiderou os efeitos de proximidade da aeronave em relação ao outro objeto (por exemplo, solo, edificações, outra aeronave).

As seções que seguem apresentam os resultados da seguinte maneira: para cada uma das trajetórias descritas no Capítulo 4, apresenta-se os resultados de seguimento de trajetória utilizando os controladores sintonizados pelo método de Ziegler-Nichols sem perturbações, seguidos dos resultados com perturbação vertical e horizontal. Após a discussão neste formato para todas as quatro trajetórias, apresenta-se resultados semelhantes para a Trajetória 3 utilizando a sintonia dos controladores utilizando o algoritmo genético, seguida da comparação do desempenho do GA e da sintonia por Ziegler-Nichols para todas as situações avaliadas. Nas figuras que seguem, utiliza-se o seguinte padrão de apresentação dos dados: **(a)** representa a *variável de referência*, enquanto **(b)** representa a *variável controlada*. A sigla **(FT)** indica o sistema modelado por Funções de Transferência e **(EE)** o modelo obtido utilizando o espaço de estados e **Erro** é a diferença entre as variáveis de referência e as desempenhadas pelo sistema controlado.

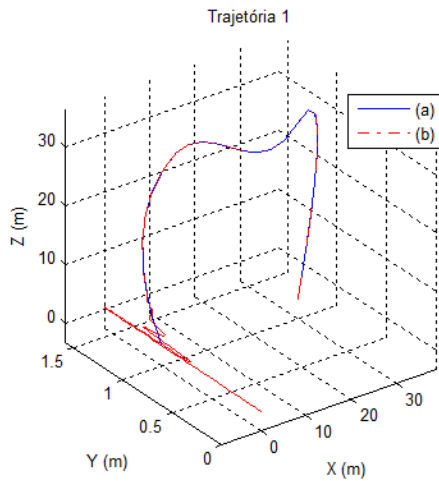
## 6.1 Trajetória 1

Nesta seção apresentam-se os resultados do seguimento da descrita na Seção 4.1, na qual a aeronave deve partir do repouso em uma localização no solo, subir até uma altura de 30 metros, passar por cima de uma construção de 20 metros de altura e em seguida descer do outro lado, aterrissando em um ponto específico. Nesta simulação, o ponto de partida é feito distante ao ponto inicial da trajetória projetada, para testar a capacidade do controlador de fazer a aeronave "entrar" na trajetória prevista, em uma situação semelhante à uma entrada em rota ou aerovia. Ressalta-se a margem de segurança de 10 metros considerada entre a Trajetória 1 e a construção. Tal como indicado anteriormente, são emuladas duas representações distintas da planta, a saber: uma utilizando função de transferência (FT) e outra em espaço de estados (EE).

### 6.1.1 Sem perturbações

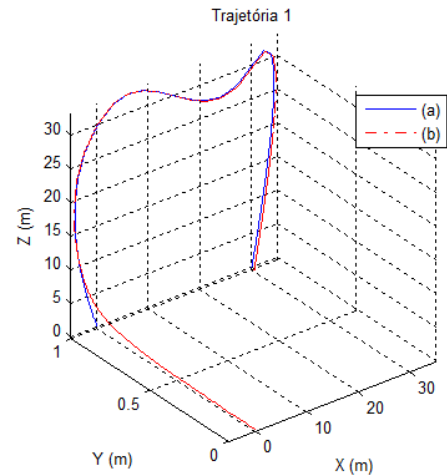
As Figura 36a e Figura 36b apresentam a comparação entre a trajetória de referência e aquelas desempenhadas pelo quadricóptero para os modelos FT e EE da planta, respectivamente.

Analisando as Figura 36a e Figura 36b é possível observar que o veículo decola e direciona-se para a trajetória de referência, passando a segui-la ainda no seu trecho inicial, sendo um comportamento "de entrada" diferente observado entre os modelos FT e EE. Enquanto a primeira



(a) Trajetórias executada e de referência (*FT*).

Fonte: O Autor.



(b) Trajetórias executada e de referência (*EE*).

Fonte: O Autor.

Figura 36: Comparação da Trajetória 1.

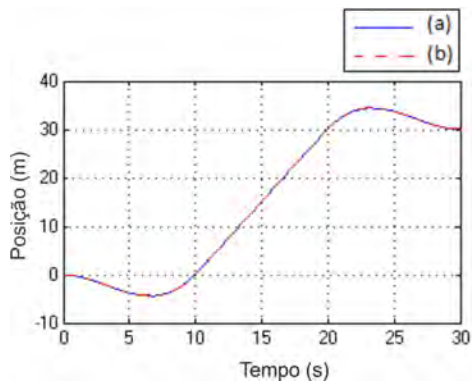
demonstra um comportamento semelhante a um sobresinal, ou seja, ultrapassa a trajetória nominal e segue um movimento oscilatório amortecido até "entrar" de fato na trajetória de referência, o modelo por EE apresenta comporta-se de maneira mais suave na condução do quadricóptero à trajetória de referência, porém, em contrapartida, o erro entre a trajetória desejada e a executada leva mais tempo para aproximar zero, ou seja o "ponto de entrada" é posterior àquele alcançado com a modelo FT. Esse comportamento é ressaltado nas Figura 37a a Figura 37d, que apresentam as trajetórias e os erros associados à direção  $x$ . De maneira semelhante, as trajetórias desempenhadas e os erros associados às outras duas direções de movimento são apresentados nas Figura 38a a Figura 39d.

Como a aeronave parte da posição desejada no que diz respeito à coordenada  $x$ , o erro inicial nesta direção é zero e a sua variação ao longo de toda a trajetória é pequena, sendo os erros máximos observados de 0.04 metros para FT e 0.025 metros para EE.

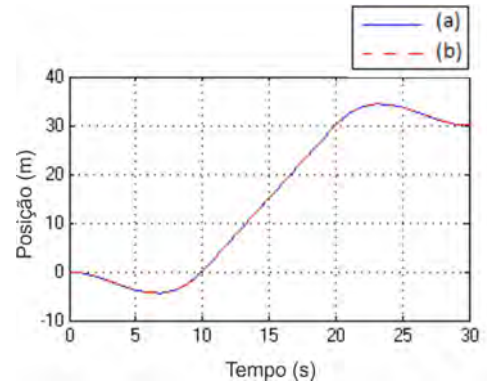
Observando-se as Figura 38a e Figura 38b percebe-se que a aeronave leva em torno de 5 segundos para "entrar" na Trajetória 1 no que diz respeito à direção  $y$ , conseguindo segui-la a partir de então. Tempo semelhante é observado para o sistema modelado por EE.

Na Figura 38c é possível observar que o sobrevalor percentual é de aproximadamente 50% e o tempo de assentamento em torno de 5 segundos. Após essa etapa transitória, o erro tende a zero e a trajetória é seguida até o final. Na Figura 38d é possível observar que o erro do sistema tende a zero em aproximadamente 5 segundos mantendo o sistema sobre a referência até o final do percurso.

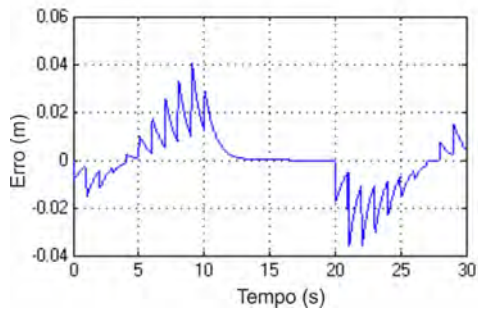
Nas Figura 39a a Figura 39d verifica-se que o seguimento é realizado com exatidão da

(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).

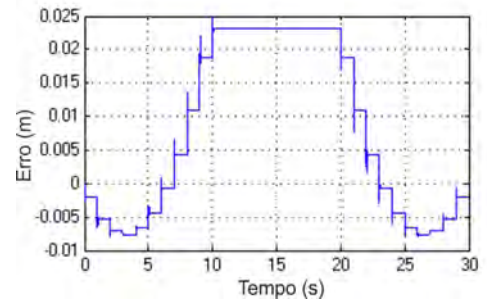
Fonte: O Autor.

(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

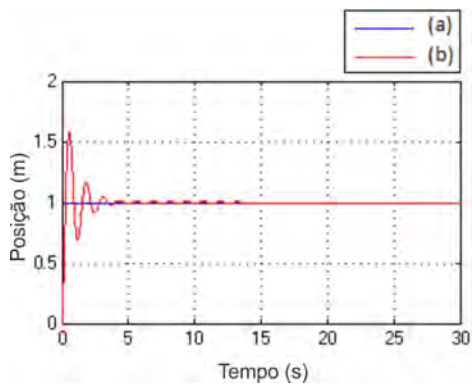
(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).

Fonte: O Autor.

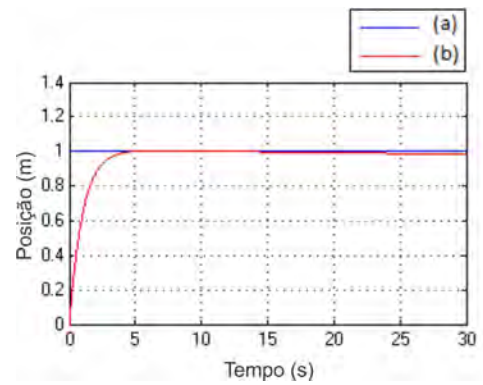
(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

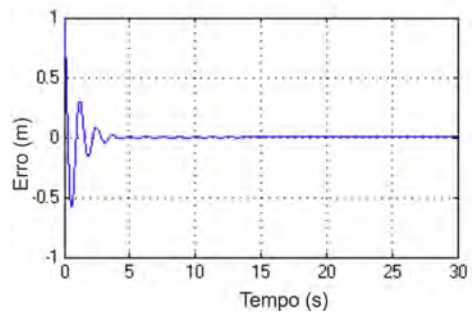
Figura 37: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .

(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).

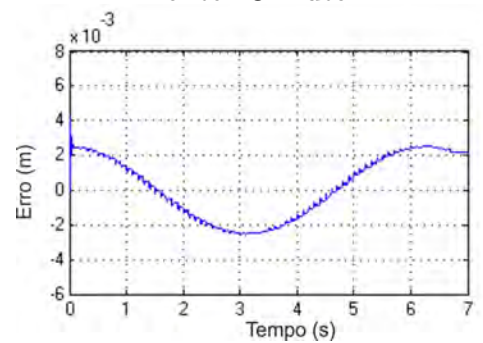
Fonte: O Autor.

(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).

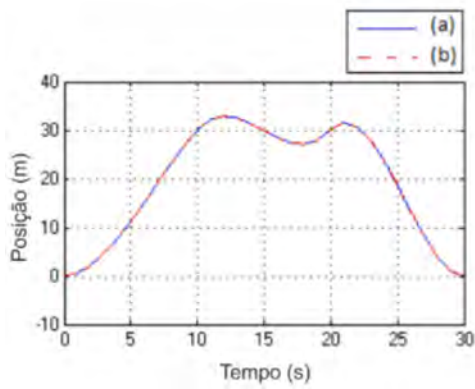
Fonte: O Autor.

(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).

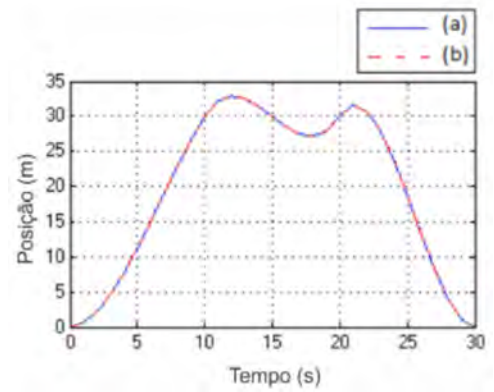
Fonte: O Autor.

Figura 38: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

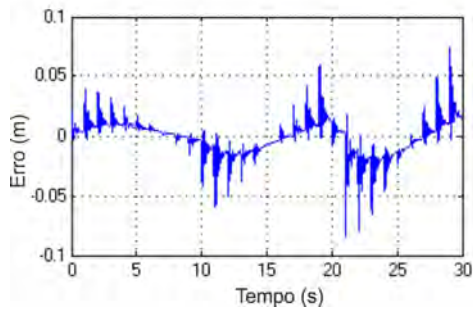




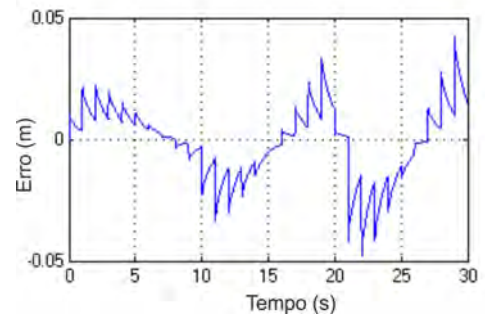
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

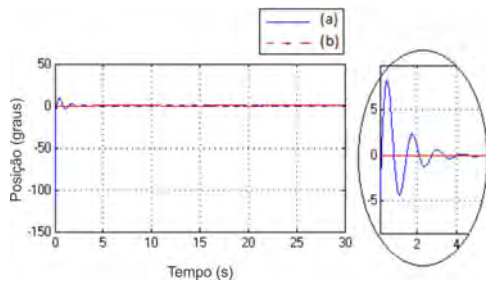


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

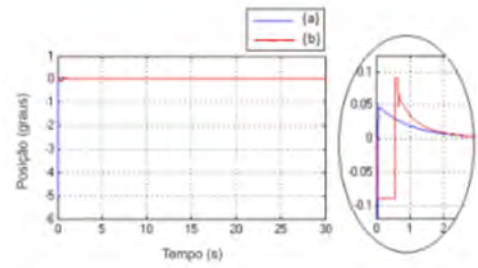


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

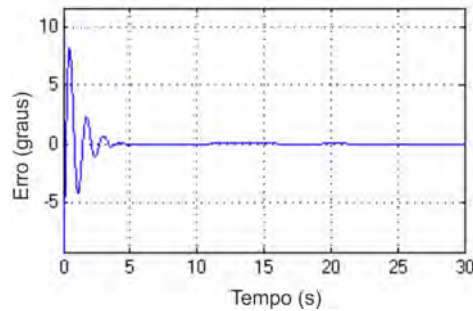
Figura 39: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



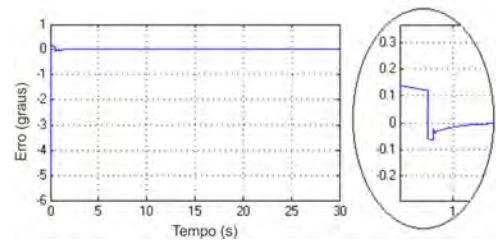
(a) Ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro do ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro do ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 40: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .

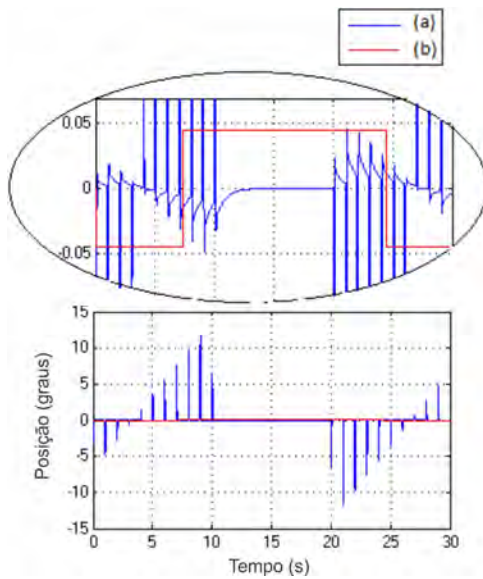
direção  $z$ , sendo o comportamento semelhante para os ambos os modelos, sendo que a modelagem por funções de transferência apresenta erros um pouco maiores.

Nas Figura 40a e Figura 40b observa-se uma pequena oscilação do ângulo  $\phi$  no início da trajetória, porém transcorridos 4 segundos o quadricóptero já se apresenta rastreando a trajetória, se mantendo sobre a referência até o final do percurso. Observa-se que os erros apresentados nas Figura 40c e Figura 40d tendem a zero mais rapidamente no sistema modelado por EE do que naquele que utiliza FT.

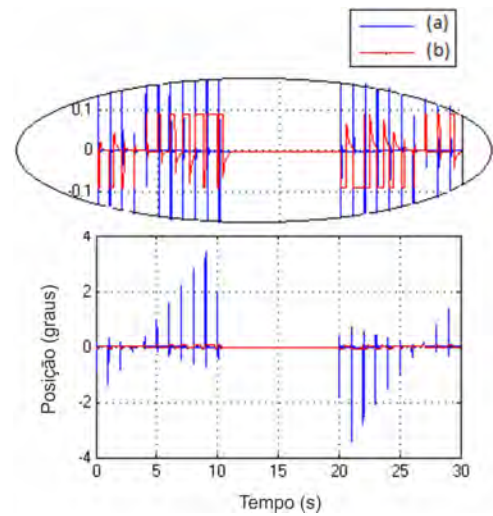
Com relação a regulação do ângulo  $\theta$ , pode-se observar nas Figura 41a e Figura 41b a tendência dos valores desempenhados pela aeronave àqueles da trajetória de referência. A magnitude do erro é menor para a modelagem EE neste caso, tal como pode-se observar na Figura 41c e Figura 41d.

As Figura 42a, Figura 42b, Figura 42c e Figura 42d apresentam os valores realizados e de referência, bem como ressaltam os erros associados ao ângulo  $\psi$ . Para a trajetória em questão, especifica-se que a aeronave não deve realizar rotação neste sentido, portanto, o ângulo  $\psi$  deve ser zero do início ao fim do trajeto, o que é comprovado neste conjunto de gráficos.

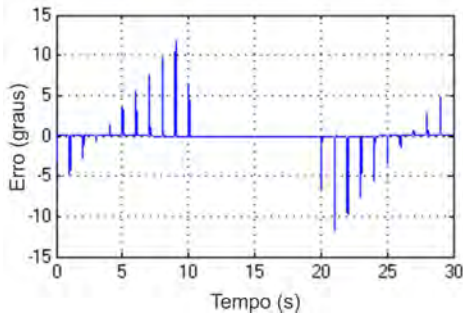
As Figura 43a e Figura 43b demonstram o comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 1 partindo do seu ponto inicial, ao invés de um ponto distante do mesmo tal como discutido anteriormente. A título ilustrativo, é incluída nestas imagens a representação da



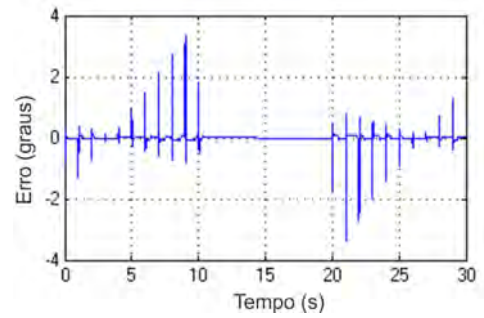
(a)  $\hat{\theta}$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b)  $\hat{\theta}$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

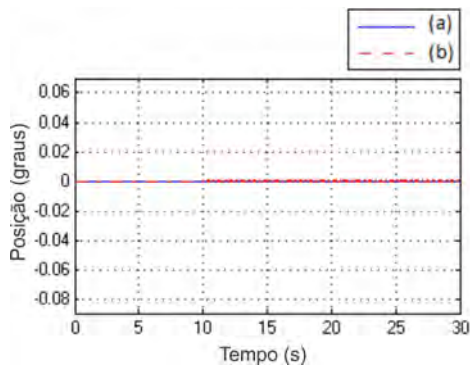


(c) Erro do  $\hat{\theta}$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

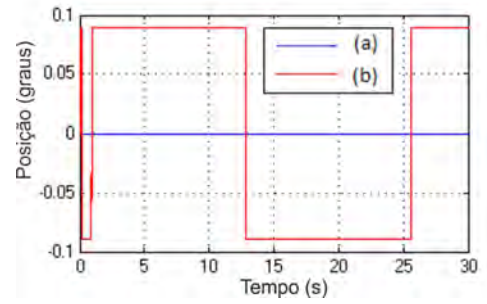


(d) Erro do  $\hat{\theta}$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

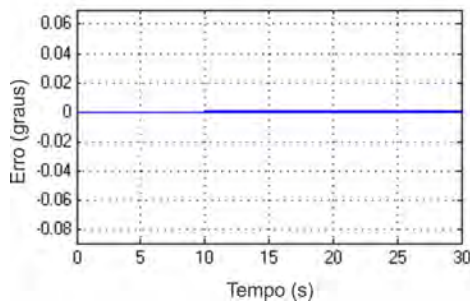
Figura 41: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



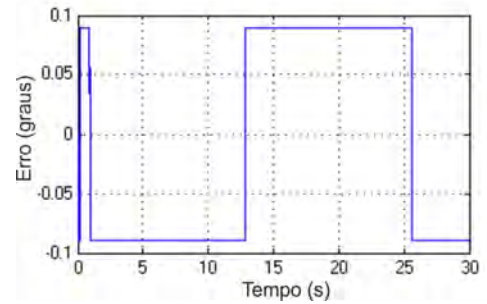
(a) Ângulo  $\psi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\psi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

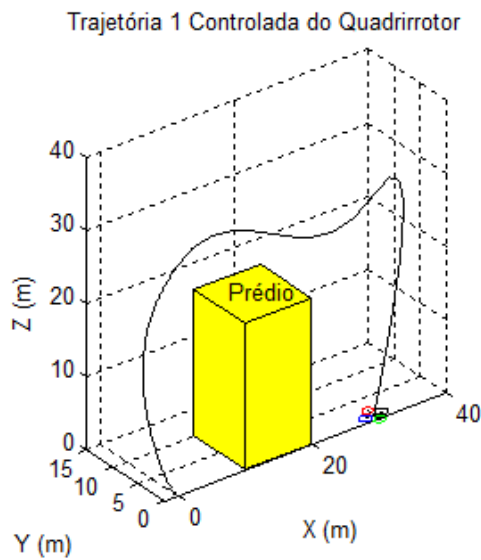


(c) Erro do ângulo  $\psi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

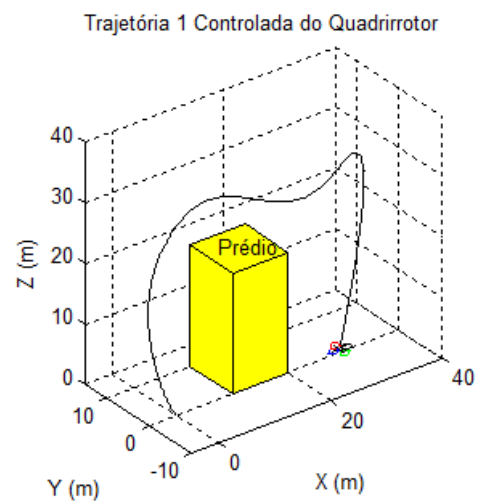


(d) Erro do ângulo  $\psi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 42: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .



(a) Trajetória 1 (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Trajetória 1 (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 43: Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 1.

construção sobre a qual a aeronave deve voar. Nota-se que nesta situação a aeronave segue com exatidão a trajetória desejada do início ao fim.

### 6.1.2 Perturbações verticais

Em uma situação real de voo em lugares abertos, é normal que ocorram perturbações que tendam a distanciar a aeronave do trajeto pré-estabelecido, tais como ventos em diferentes direções. Para avaliar a capacidade do algoritmo de controle em fazer o quadricóptero seguir a trajetória nessas situações, apresentam-se nesta seção e na seguinte, resultados de simulação que consideram a existência de perturbações verticais e horizontais em instantes e com intensidades diferentes ao longo do trajeto de referência, onde nesta dissertação considera essas perturbações verticais e horizontais sendo o vento. Na presente seção, exploram-se perturbações verticais, aplicadas em três momentos diferentes, a saber: quando o quadricóptero está subindo, passando por cima de um edifício e quando está descendo. Os três sinais considerados possuem intensidades distintas. O primeiro tem capacidade de desviar a aeronave de 20 metros em relação a referência, o segundo 10 e o terceiro 5 metros.

A Figura 44 apresenta o diagrama de blocos do sistema emulado considerando a aplicação de perturbações.

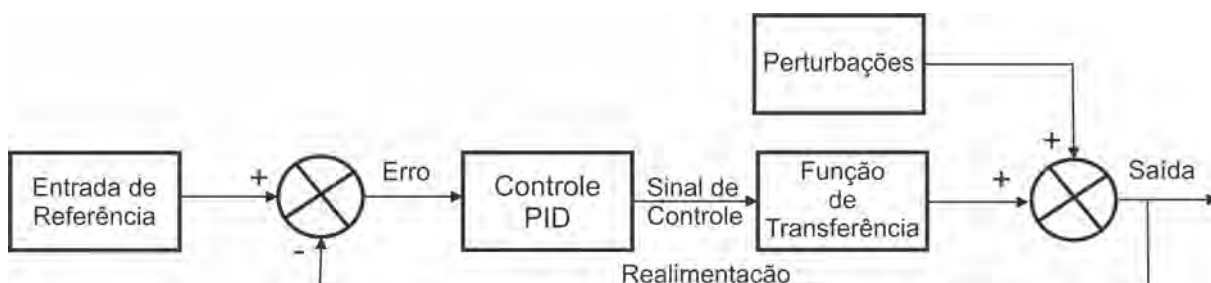


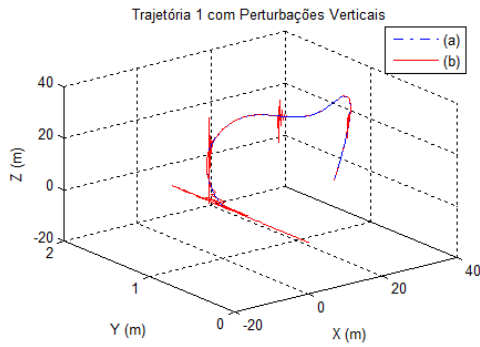
Figura 44: Sistema de Controle do Quadricóptero com Perturbações.

Fonte: O Autor.

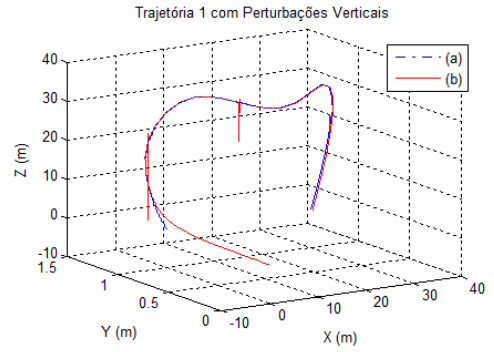
As Figura 45a e Figura 45b demonstram a realização da Trajetória 1 sujeita à perturbações verticais. Observa-se a capacidade da aeronave de retornar para o trajeto de referência após ser submetida às mesmas. As imagens que seguem detalham este comportamento para as diferentes direções de movimento e orientações.

As Figura 46a, Figura 46b, Figura 46c e Figura 46d mostram os detalhes da movimentação na direção  $x$ . Observa-se erros abaixo de 0,05 metros na modelagem FT e menores do que 0,025 metros na EE.

As Figura 47a, Figura 47b, Figura 47c e Figura 47d evidenciam a movimentação da aeronave com relação à direção  $y$ . Nota-se a oscilação inicial do sistema na modelagem FT

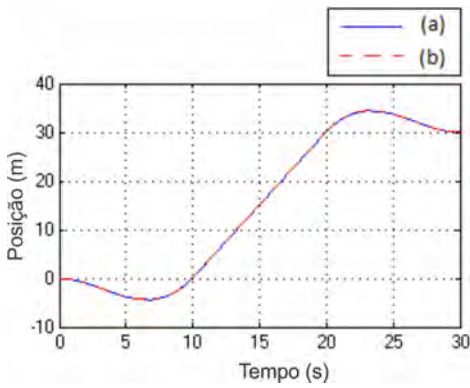


(a) Referência e trajetória (*FT*).  
Fonte: O Autor.

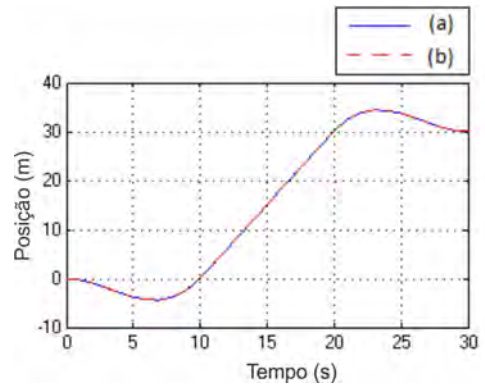


(b) Referência e trajetória (*EE*).  
Fonte: O Autor.

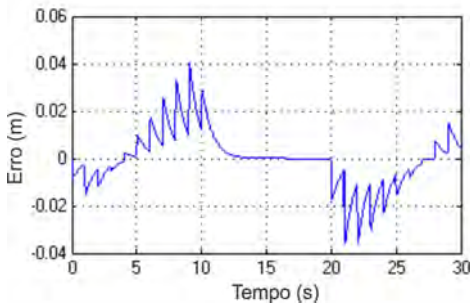
Figura 45: Perturbações Verticais na Trajetória 1.



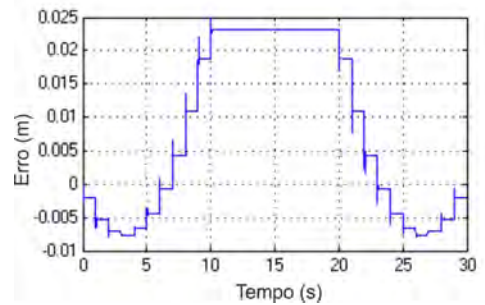
(a) Direção *x* (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção *x* (*EE*).  
Fonte: O Autor.

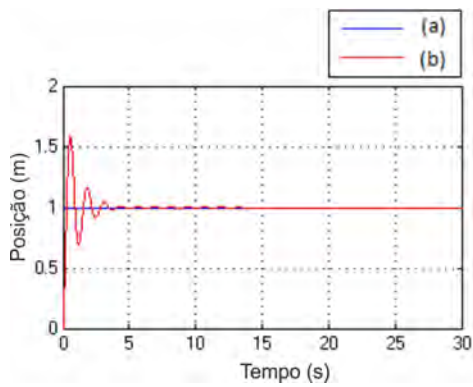


(c) Erro na direção *x* (*FT*).  
Fonte: O Autor.

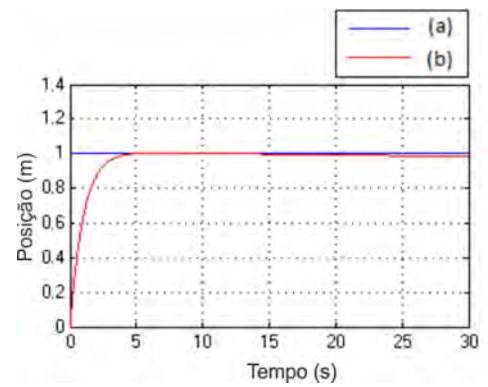


(d) Erro na direção *x* (*EE*).  
Fonte: O Autor.

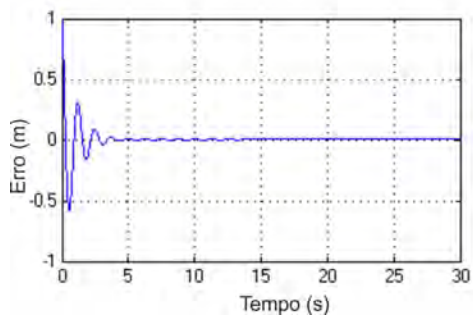
Figura 46: Deslocamento e erro na Direção *x*.

(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).

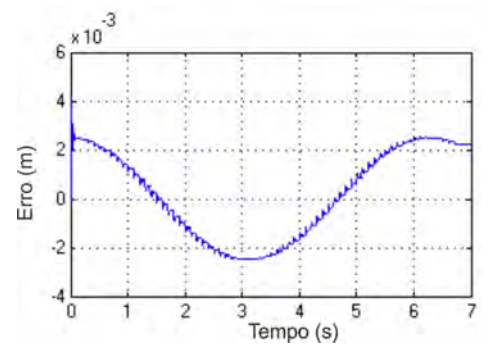
Fonte: O Autor.

(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).

Fonte: O Autor.

(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

Figura 47: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

enquanto tende à trajetória de referência, enquanto no modelo EE o comportamento se assemelha àquele de um sistema de primeira ordem. Entretanto, em ambas modelagens, o erro tende a zero em um intervalo de tempo semelhante, de aproximadamente cinco segundos.

Na direção  $z$  observa-se, conforme esperado, momentos nos quais a aeronave distancia-se da trajetória nominal por conta da influência das perturbações, porém o controlador consegue compensar o erro rapidamente, trazendo o quadricóptero de volta à trajetória de referência. As Figura 48a, Figura 48b, Figura 48c e Figura 48d apresentam esses resultados. Observa-se que o efeito das perturbações é eliminado em aproximadamente 0,5 segundos na modelagem FT e 0,2 segundos na modelagem EE.

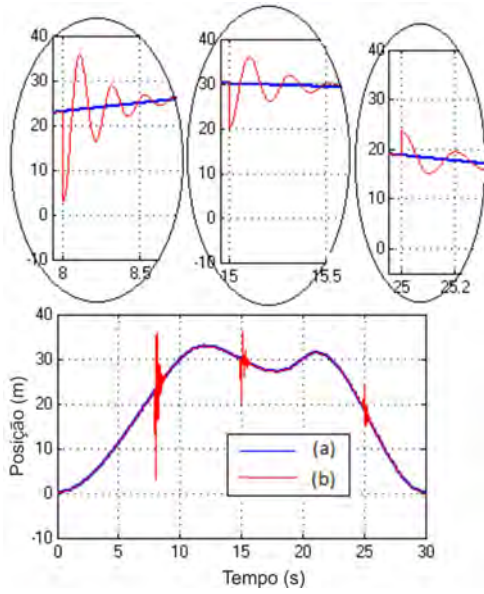
Através das Figura 49a e Figura 49b pode-se afirmar que o ângulo  $\phi$  não é influenciado pelas perturbações verticais, mantendo-se controlado. O desvio da referência no momento inicial do trajeto deve-se a influência da componente no plano  $x - y$ . Nas Figura 49c e Figura 49d ressalta-se o erro com relação ao ângulo  $\phi$ .

O ângulo  $\theta$  não sofre influência das perturbações verticais tal como pode-se notar nas Figura 50a, Figura 50b, Figura 50c e Figura 50d.

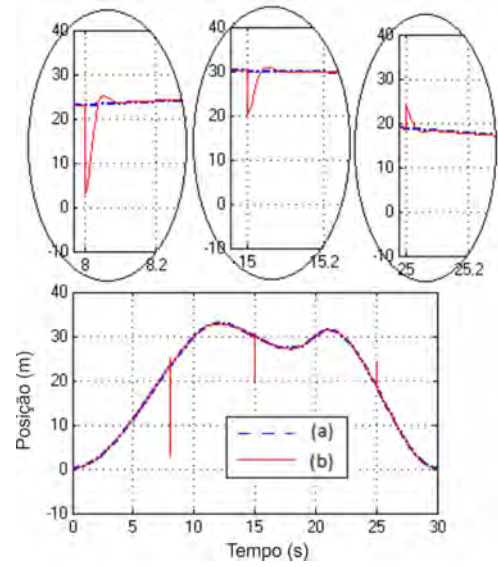
O ângulo  $\psi$  deve manter-se em zero ao longo de todo o percurso, conforme especificação de projeto. As Figura 51a, Figura 51b, Figura 51c e Figura 51d comprovam que este ângulo mantém-se controlado, não sendo influenciado pelas perturbações verticais impostas a aeronave.

Em resumo, a aeronave supera com facilidade as perturbações verticais com o esquema de controle proposto, sendo que ambas as modelagens da planta, tal como esperado, demonstram comportamentos semelhantes. As diferenças aparecem em termos de amplitude, principalmente, dos sinais de erro, algo que deve ser comparado com o comportamento experimental do sistema em trabalhos futuros na expectativa de validar ambos os modelos e identificar aquele que mais se aproxima da planta real. Em linhas gerais, pode-se afirmar que os resultados apresentam sobrevalores máximos e percentuais razoáveis com baixos tempos de assentamento. Ademais, as perturbações emuladas ajudam a dar ideia das magnitudes deste tipo de sinal que podem levar a aeronave a colidir com o chão ou a construção quando acima dela. A perturbação no trecho inicial (em  $t=8$  segundos), por exemplo, leva a aeronave a reduzir altitude a aproximadamente 5 metros do chão, enquanto o sinal vertical indesejado no instante de 15 segundos, com intensidade média, leva a aeronave a quase colidir com o edifício. portanto, a margem de segurança de 10 metros imposta no projeto mostra-se limítrofe para perturbações desta ordem. No trecho de descida do quadricópteros, a perturbação de baixa intensidade imposta não leva a risco algum. Por fim, cabe ressaltar que nas situações avaliadas até aqui, o modelo EE apresenta resultados melhores do que o modelo FT, com erros e tempos de assentamento menores tanto nas posições

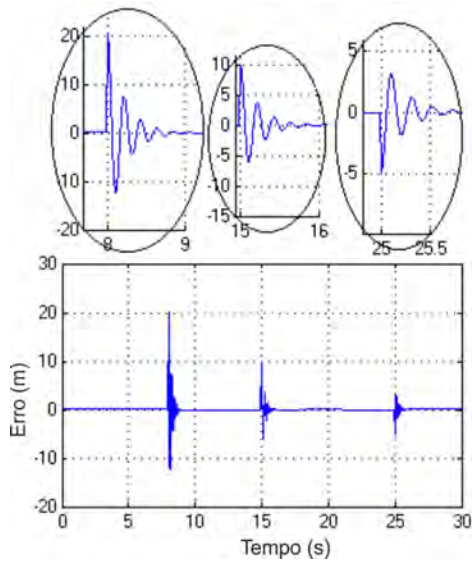




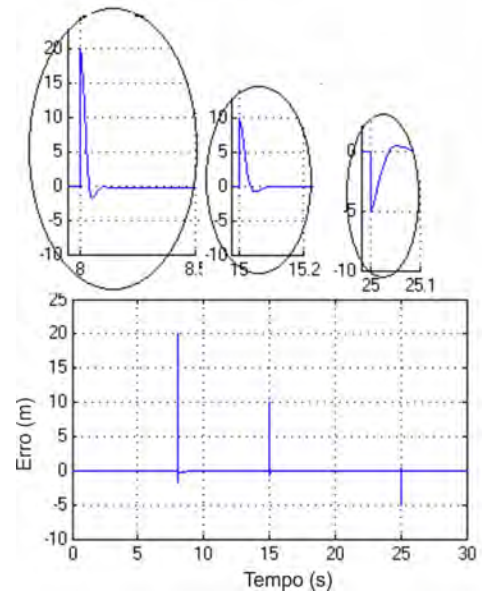
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
 Fonte: O Autor.



(b) - Direção  $z$  ( $EE$ ).  
 Fonte: O Autor.

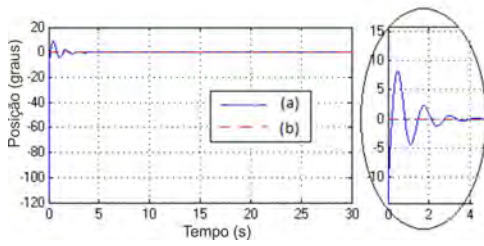


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
 Fonte: O Autor.

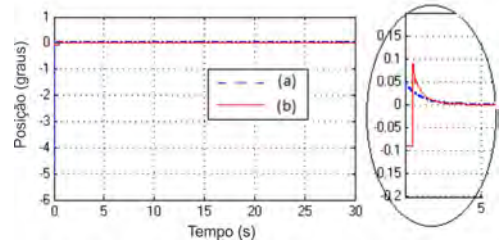


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
 Fonte: O Autor.

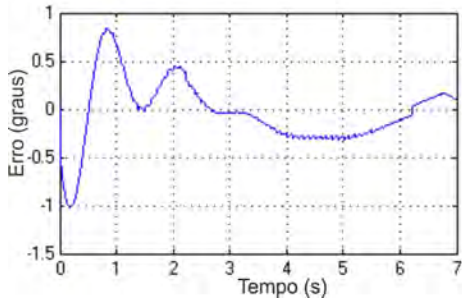
Figura 48: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



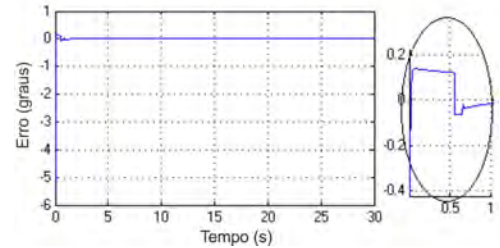
(a) Ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

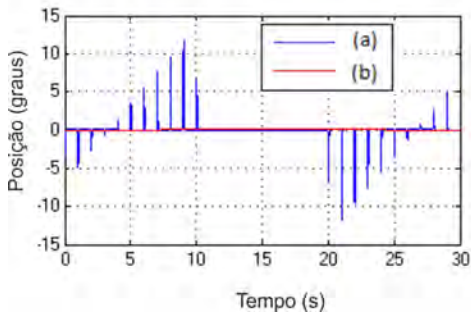


(c) Erro do ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.

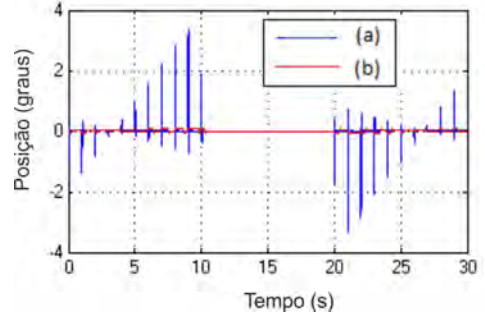


(d) Erro do ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

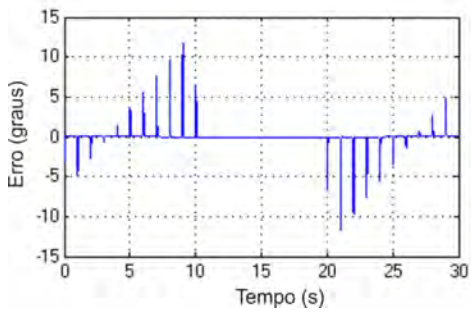
Figura 49: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



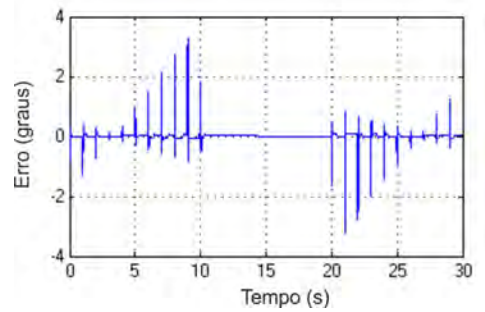
(a) Ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

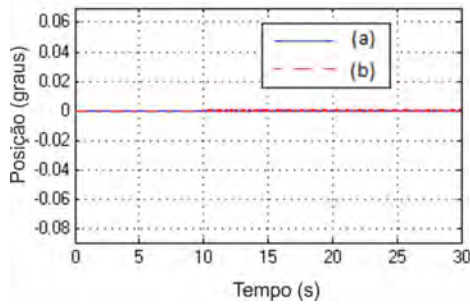


(c) Erro do ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.

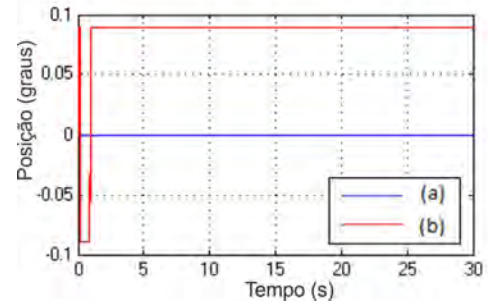


(d) Erro do ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

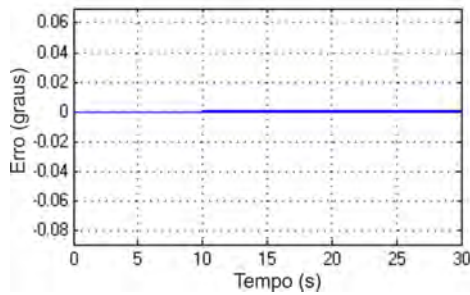
Figura 50: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



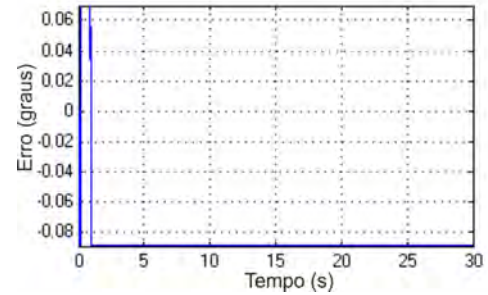
(a) Ângulo  $\psi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\psi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro do ângulo  $\psi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro do ângulo  $\psi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

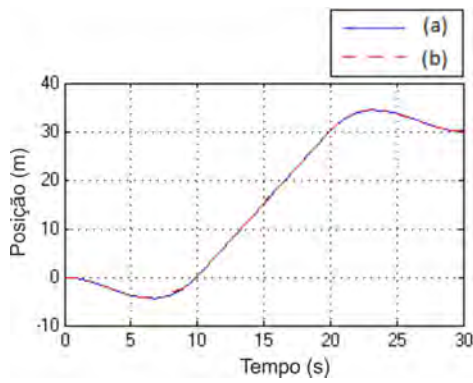
Figura 51: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .

$(x, y, z)$  quanto nos ângulos de Euler  $(\phi, \theta, \psi)$ .

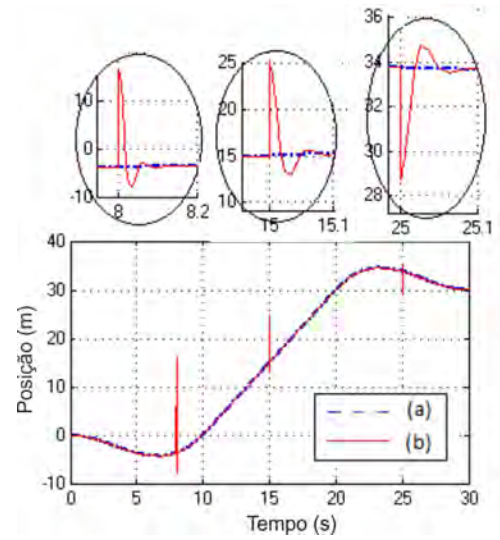
### 6.1.3 Perturbações horizontais

Esta seção apresenta resultados da aplicação de perturbações horizontais ao quadricóptero, emulando ventos laterais no plano  $x - y$ , perpendiculares à direção de movimento da aeronave. Tal como na seção anterior, impõe-se os sinais desejados em trechos distintos da trajetória, a saber: subida, passagem por cima do edifício e descida para pouso. As três perturbações apresentam intensidades diferentes. A primeira desloca a aeronave a 20 metros da referência, a segunda, de intensidade média, leva a mesma a 10 metros de distância a trajetória nominal e a terceira, de baixa intensidade, desloca o quadricóptero de 5 metros em relação a trajetória de referência.

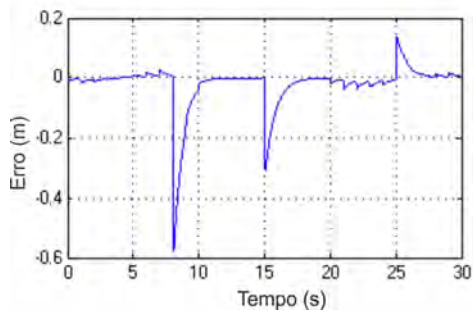
As Figura 52a e Figura 52b apresentam a trajetória desempenhada pela aeronave na direção  $x$ . O modelo FT não transparece influência das perturbações horizontais, porém um olhar mais detalhado, tal como o da Figura 52c demonstra que ele existe, embora bem pequeno. Na modelagem EE o desvio da trajetória de referência é mais evidente, com o sinal de erro assumindo valores maiores. Entretanto, o sistema de controle atua sobre a planta levando o erro



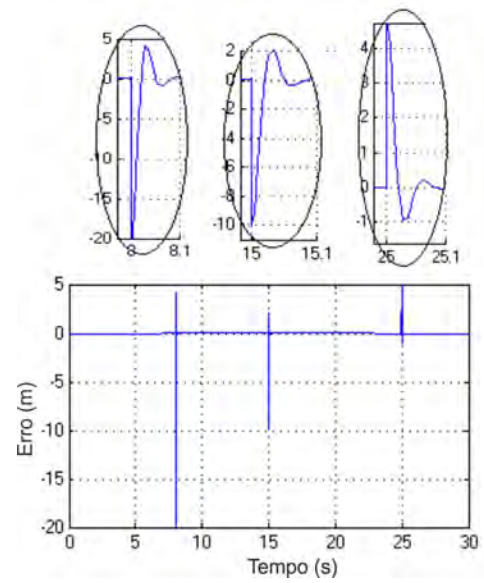
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

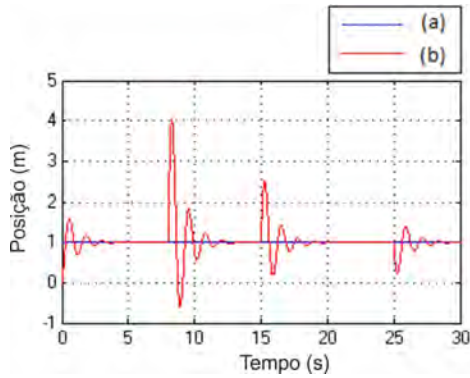


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

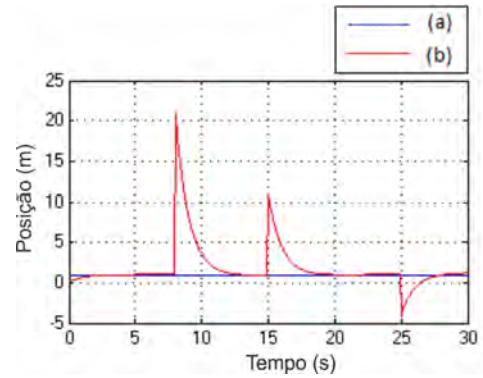


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

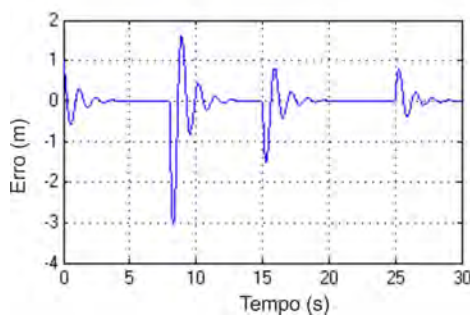
Figura 52: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



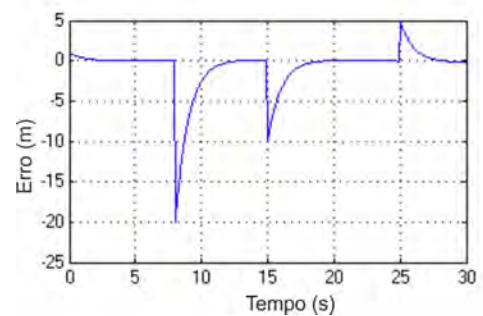
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 53: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

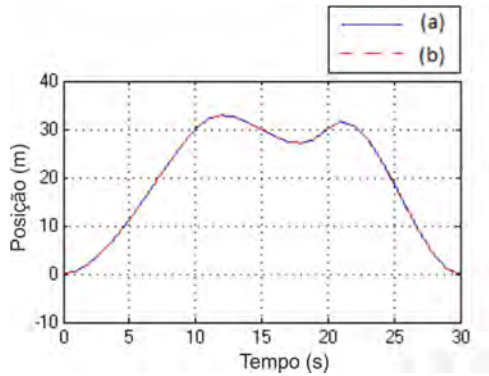
a zero rapidamente (0,1 segundos).

Na movimentação na direção  $y$  é possível perceber a influência das perturbações horizontais, sendo que o modelo  $FT$  apresenta melhores resultados, sendo as amplitudes do erro com o modelo  $EE$  maior. Em ambos os casos, entretanto, o tempo de tendência do erro a zero é aproximadamente o mesmo, em torno de 5 segundos. Esse comportamento pode ser observado nas Figura 53a, Figura 53b, Figura 53c e Figura 53d.

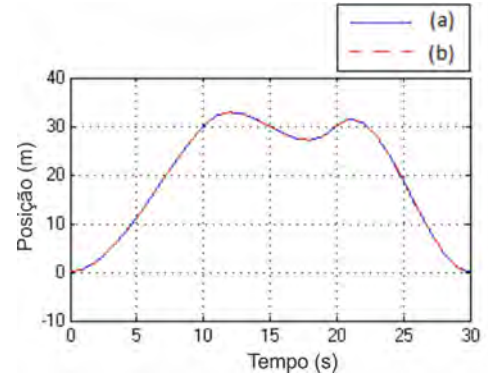
O comportamento do sistema sujeito à perturbações horizontais com relação à direção  $z$  pode ser observado nas Figura 54a, Figura 54b, Figura 54c e Figura 54d. Fica evidente a não influência dos sinais indesejados nesta direção, sendo o erro mantido abaixo de 0,05 metros em todo o percurso.

O ângulo  $\phi$  é perturbado significativamente pelos sinais indesejados impostos com orientação horizontal, chegando a apresentar erro da ordem de 45 graus na representação  $FT$  e 95 graus na representação  $EE$ . O controlador, entretanto, compensa rapidamente estes desvios, como pode ser observado nas Figura 55a, Figura 55b, Figura 55c e Figura 55d.

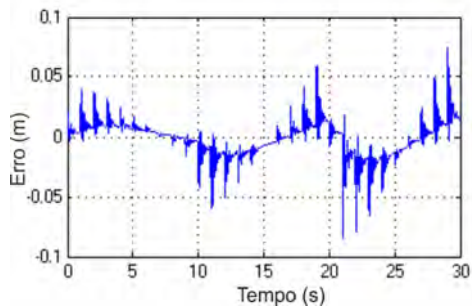
Assim como  $\phi$ , o ângulo  $\theta$  sofre influência das perturbações horizontais, porém o sistema de controle compensa os desvios rapidamente, tal como comprovado nas Figura 56a, Figura 56b,



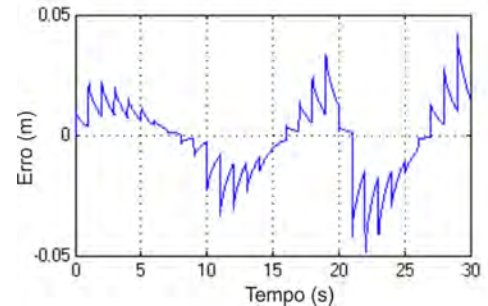
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 54: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .

Figura 56c e Figura 56d.

O ângulo  $\psi$  é mantido nulo ao longo de todo o trajeto, conforme comprovado pelas Figura 57a e Figura 57b.

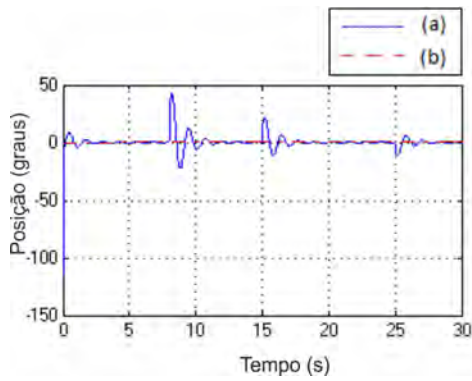
## 6.2 Trajetória 2

Nesta seção são apresentados resultados de simulação para o seguimento da Trajetória 2 descrita na Seção 4.2. Esta tem por objetivo fazer a aeronave decolar e subir até alcançar 50 metros de altitude para em seguida contornar uma região e retornar ao ponto inicial.

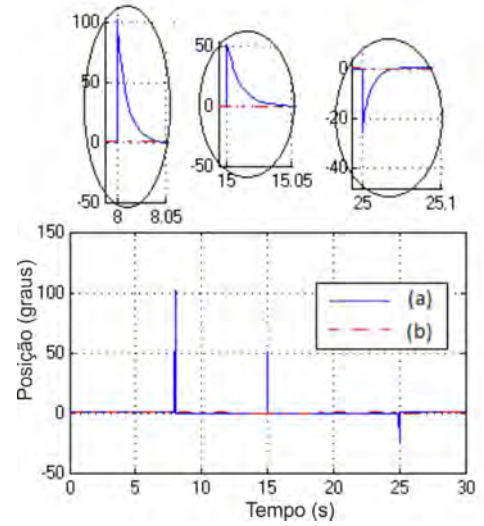
### 6.2.1 Sem perturbações

A comparação entre as trajetórias de referência e rastreada pela aeronave é apresentada nas Figura 58a e Figura 58b.

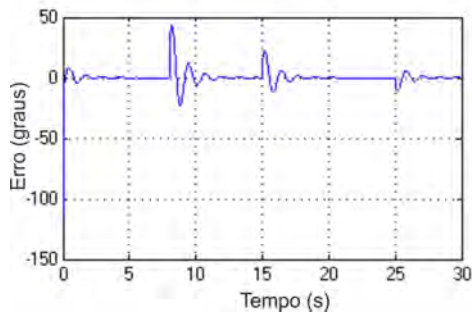
O comportamento do sistema ao se movimentar na direção  $x$  é evidenciado nas Figura 59a, Figura 59b, Figura 59c e Figura 59d. Nota-se o bom seguimento da trajetória de referência, com erro máximo abaixo de 0,4 metros.



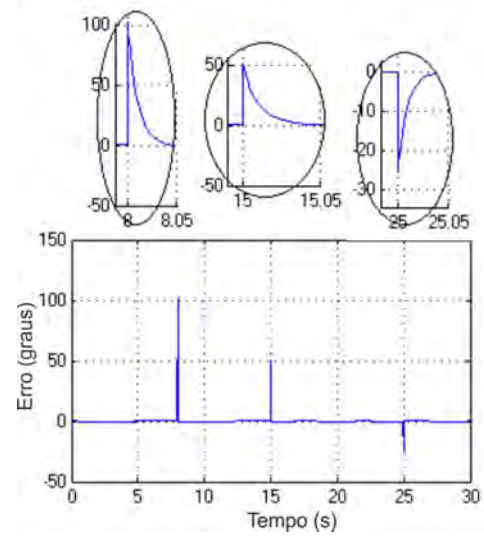
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

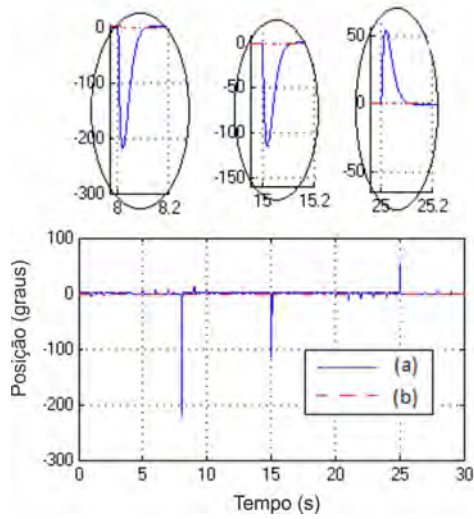


(c) Erro do ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

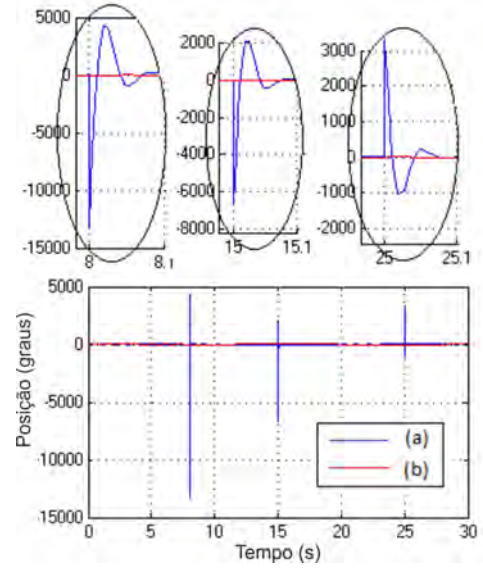


(d) Erro do ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

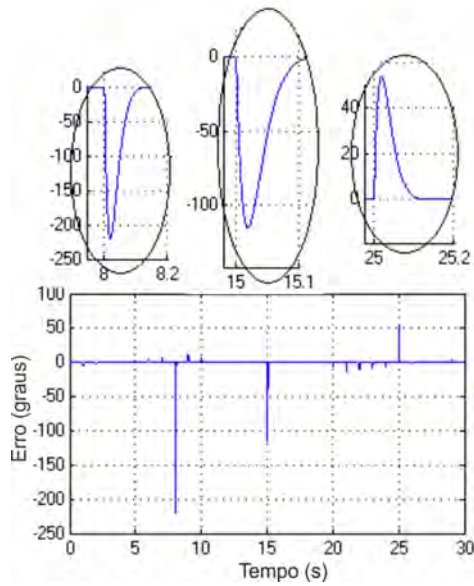
Figura 55: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



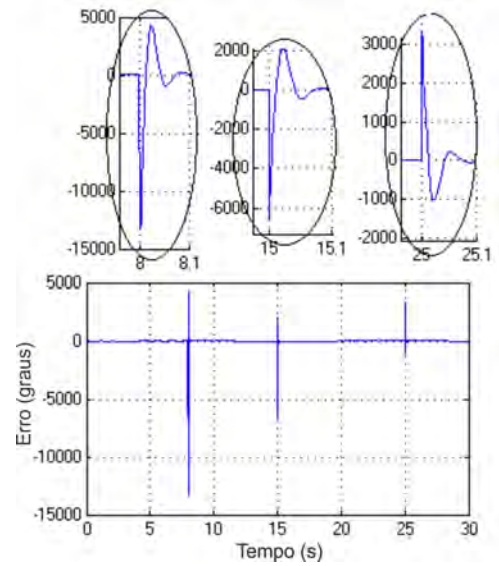
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
 Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
 Fonte: O Autor.



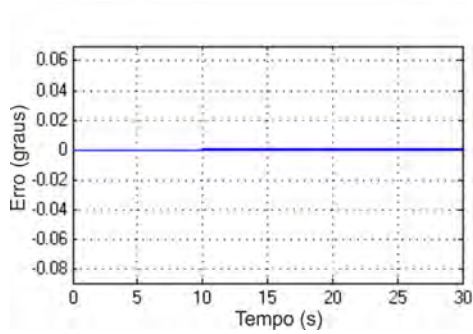
(c) Erro do ângulo  $\theta$  (*FT*).  
 Fonte: O Autor.



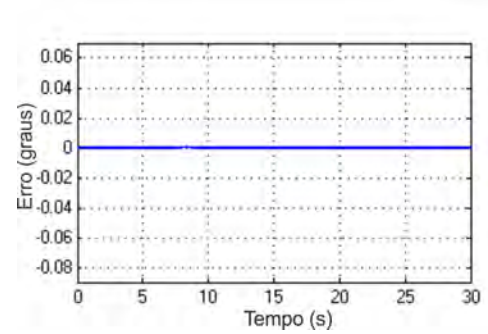
(d) Erro do ângulo  $\theta$  (*EE*).  
 Fonte: O Autor.

Figura 56: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



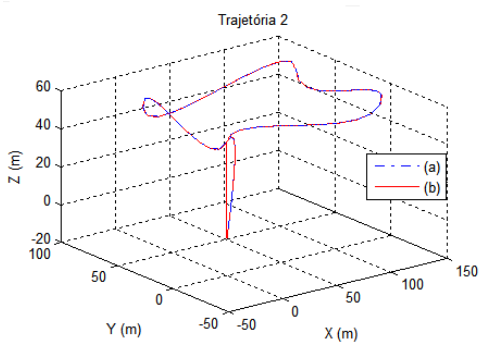


(a) Erro do ângulo  $\psi$  (FT).  
Fonte: O Autor.

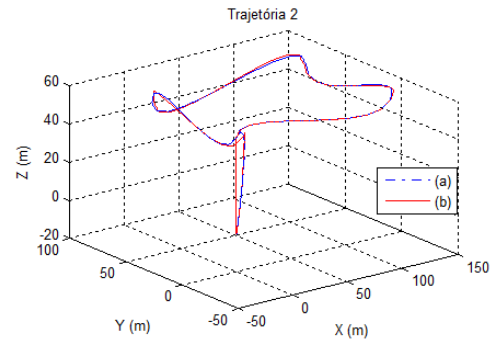


(b) Erro do ângulo  $\psi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 57: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .

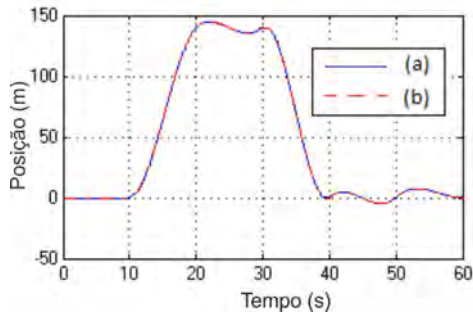


(a) Trajetória 2 (FT).  
Fonte: O Autor.

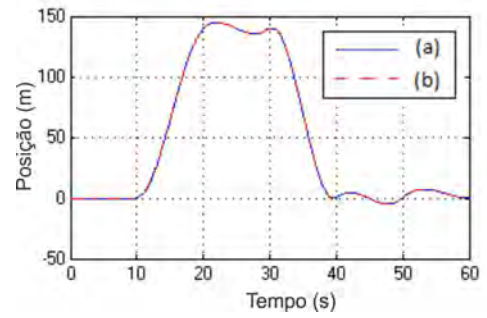


(b) Trajetória 2 (EE).  
Fonte: O Autor.

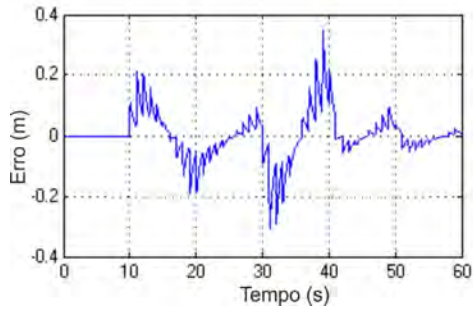
Figura 58: Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 2.



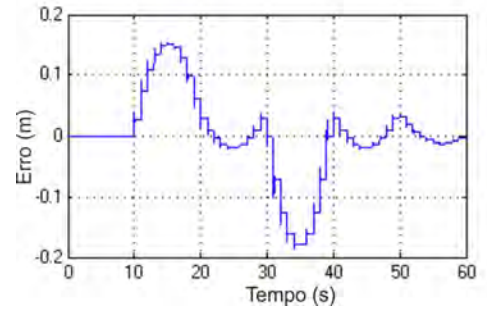
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

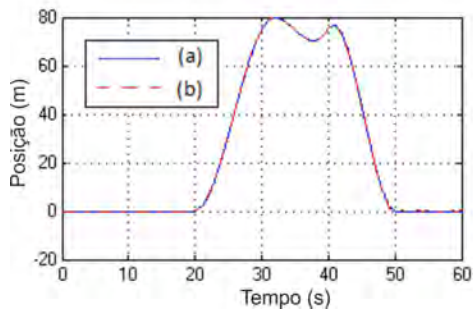


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

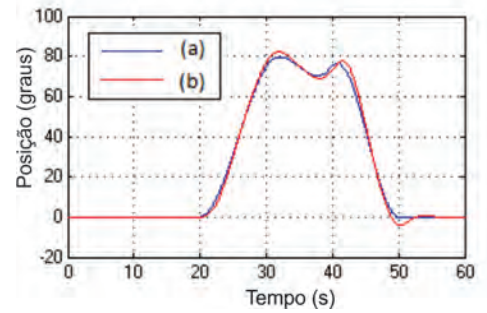


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

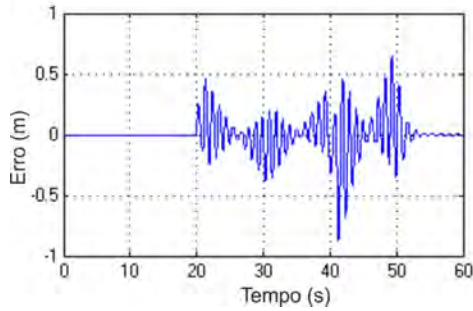
Figura 59: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



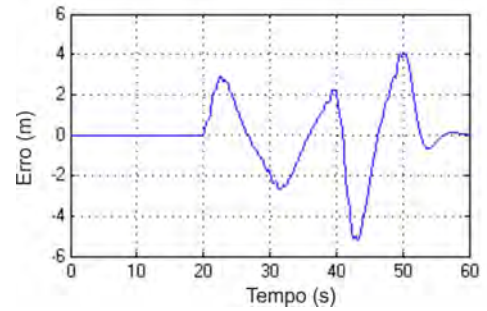
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

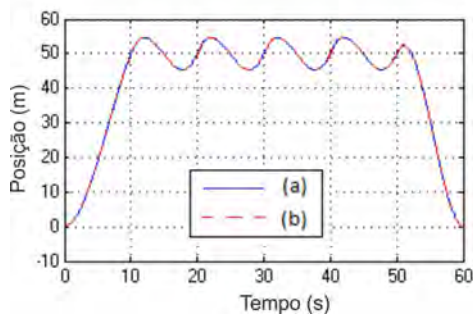


(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

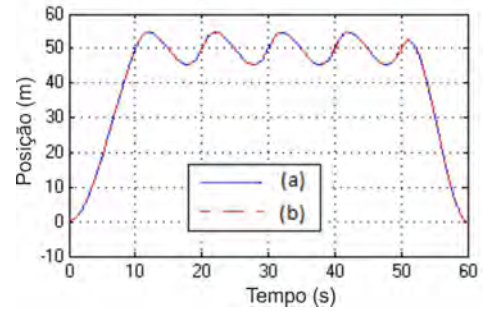


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

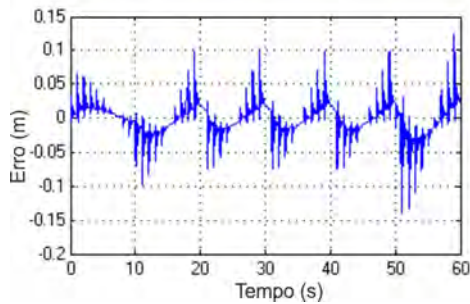
Figura 60: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



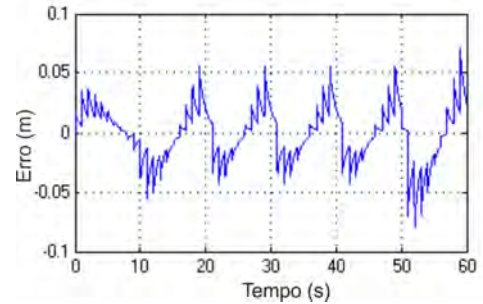
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 61: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .

Com relação a movimentação na direção  $y$ , observa-se um melhor desempenho do sistema quando modelado utilizando FT, sendo que o EE apresenta um erro maior no final da trajetória, no trecho de aterrissagem. Esses comportamentos são evidenciados nas Figura 60a, Figura 60b, Figura 60c e Figura 60d.

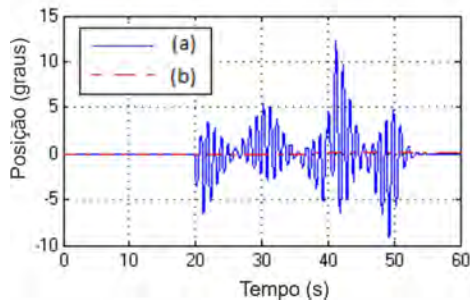
Na direção  $z$ , os erros de seguimento ficam abaixo de 0,05 metros, tal como pode ser visto nas Figura 61a a Figura 61d.

Nas Figura 62a, Figura 62b, Figura 62c e Figura 62d são apresentados os valores relativos a movimentação angular  $\phi$ . O modelo no espaço de estados produz erro próximo de zero enquanto no modelo FT este assume valores máximos que se aproximam de 15 graus.

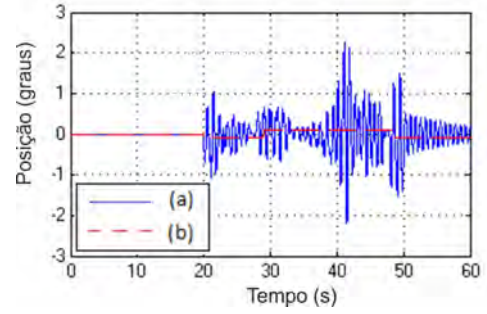
As Figura 63a a Figura 63d apresentam as trajetórias e erros associados ao ângulo  $\theta$ , e comprovam o bom desempenho do sistema de controle.

Por fim, o ângulo  $\psi$  é mantido em zero tal como especificado no planejamento de movimentos. Desse modo, os gráficos deste ângulo são suprimidos nesta seção.

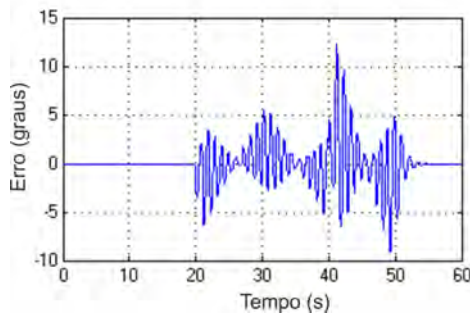
De maneira geral, pode-se afirmar que o sistema de controle apresenta resultado adequado e leva a aeronave a desempenhar a Trajetória 2 com erros pequenos e respostas rápidas.



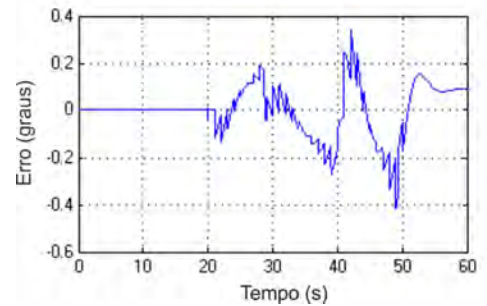
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

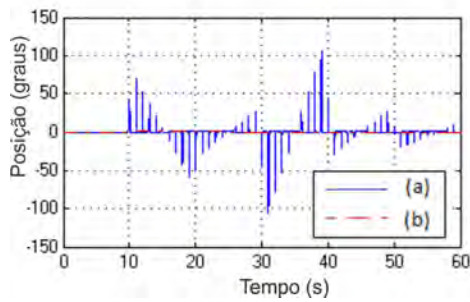


(c) Erro do ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

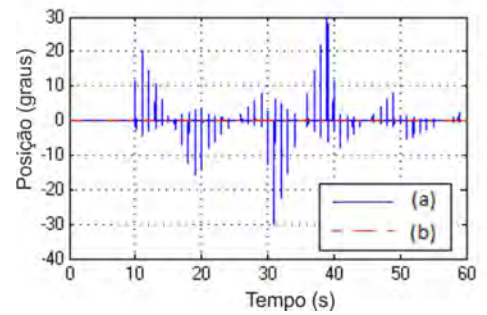


(d) Erro do ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

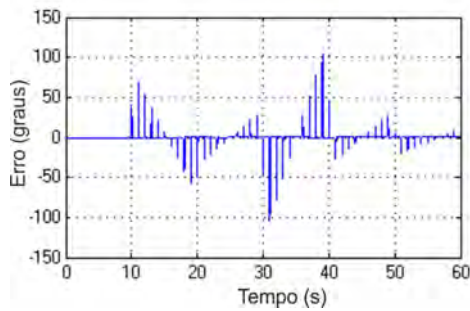
Figura 62: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



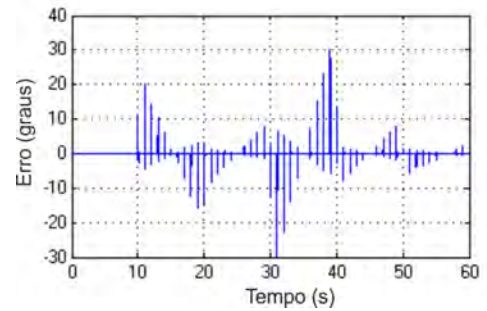
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

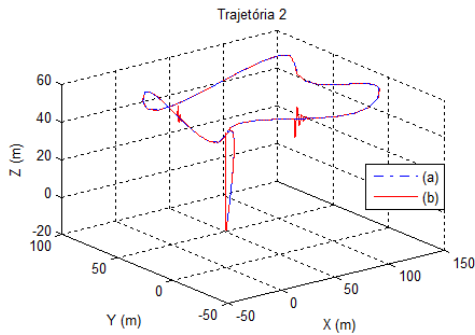


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



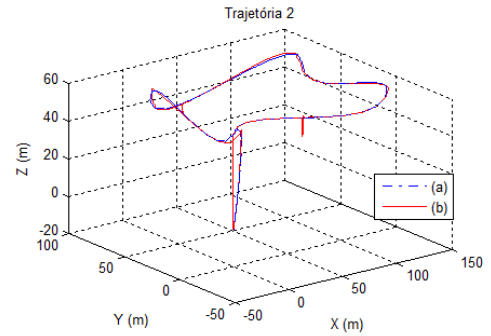
(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 63: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



(a) Trajetórias de Referência e executada (*FT*).

Fonte: O Autor.



(b) Trajetórias de Referência e executada (*EE*).

Fonte: O Autor.

Figura 64: Trajetória 2 com perturbações verticais.

### 6.2.2 Perturbações verticais

Nesta seção, avalia-se a resposta do sistema quando sujeito à perturbações verticais. estas são aplicadas nos instantes  $t_1 = 8s$ ,  $t_2 = 15s$  e  $t_3 = 45s$ , emulando situações de subida, voo pairado e descida. As perturbações possuem intensidades diferentes, de maneira semelhante ao exposto na Seção 6.1.2.

As Figura 64a e Figura 64b apresentam a comparação entre a Trajetória 2 de referência e aquela realizada.

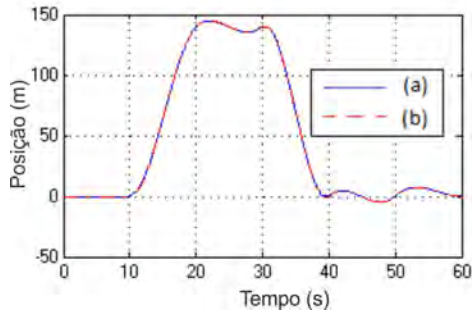
As Figura 65a a Figura 65d dão detalhes da movimentação da aeronave na direção  $x$ . Nesta direção o movimento não é influenciado pelas perturbações verticais e o desvio máximo entre a trajetória projetada e a executada apresenta-se abaixo de 0,4 metros.

As Figura 66a a Figura 66d apresentam os detalhes da movimentação na direção  $y$  e comprovam a não influência das perturbações verticais nesta direção.

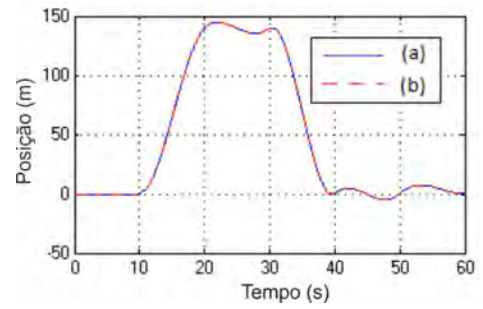
Observando-se as Figura 67a, Figura 67b, Figura 67c e Figura 67d. é fácil perceber a influência das perturbações verticais na direção  $z$ , sendo que o sistema de controle é capaz de compensar os desvios de maneira eficiente. Enquanto o modelo FT leva o erro à vizinhança de zero em 0,5 segundos, o modelo EE o faz em 0,1 segundos.

As Figura 68a a Figura 69d apresentam os resultados da movimentação controlada nos ângulos  $\phi$  e  $\theta$ . O ângulo  $\psi$  é mantido em zero e seus gráficos é aqui suprimido. Fica evidente a eficiência da estrutura de controle proposta em fazer a aeronave seguir a referência desejada.

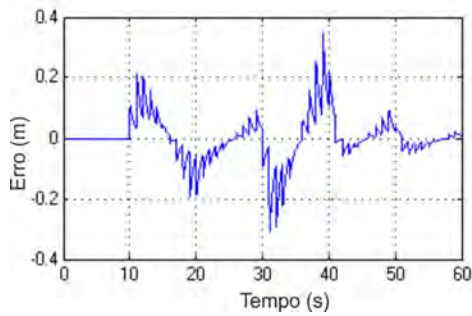
As simulações comprovam a capacidade do sistema de controle em lidar com perturbações verticais e conduzir a aeronave de volta a trajetória desejada nas três situações consideradas, com erros e tempos de assentamento pequenos.



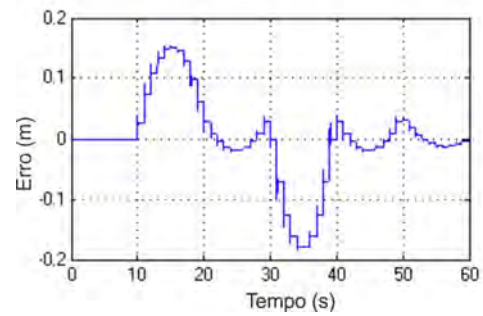
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

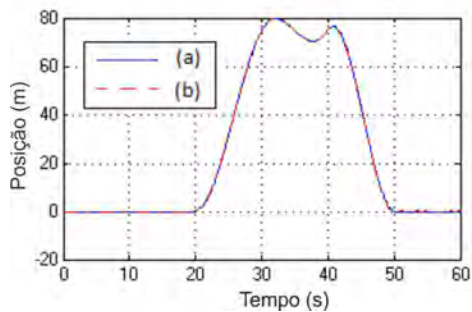


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

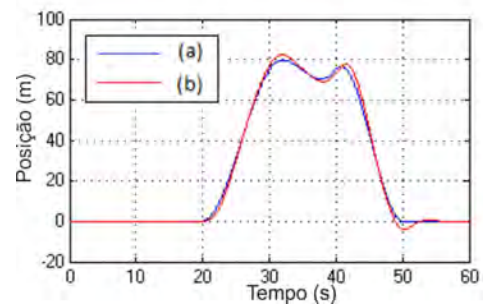


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

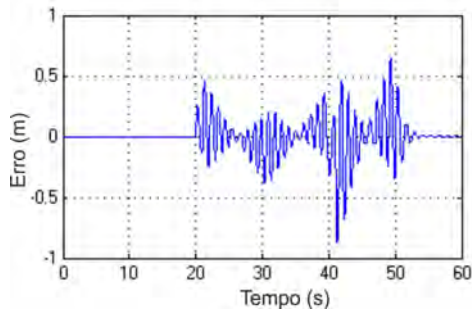
Figura 65: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



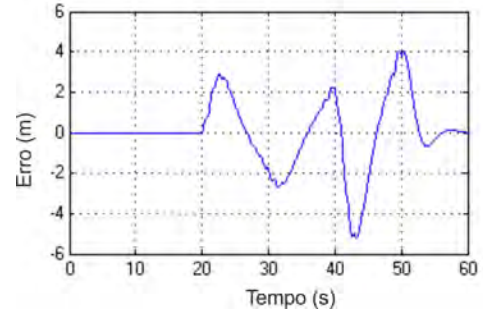
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

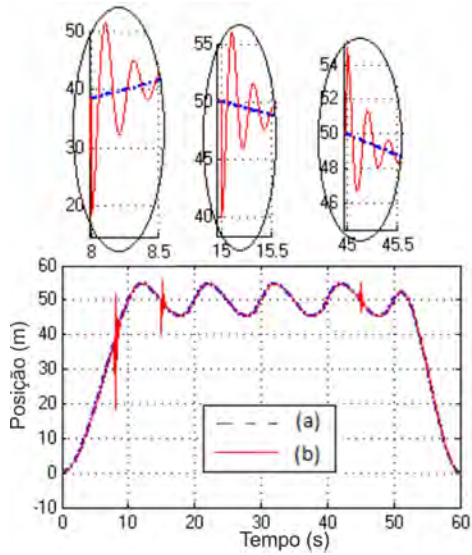


(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

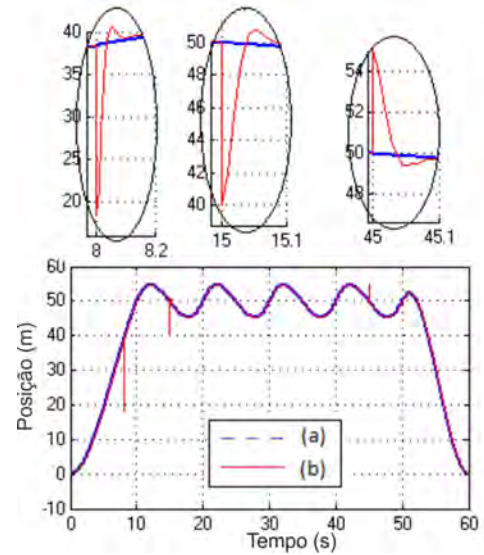


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

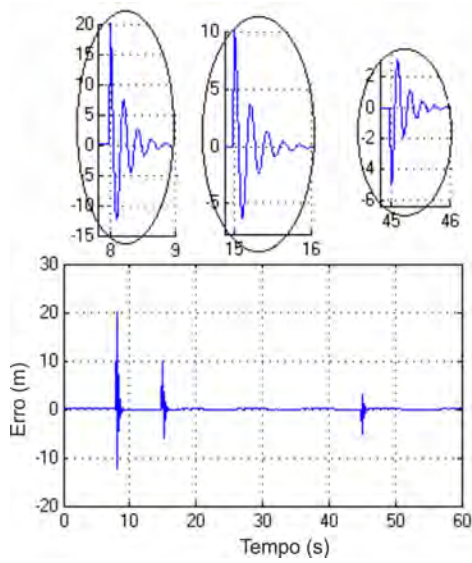
Figura 66: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



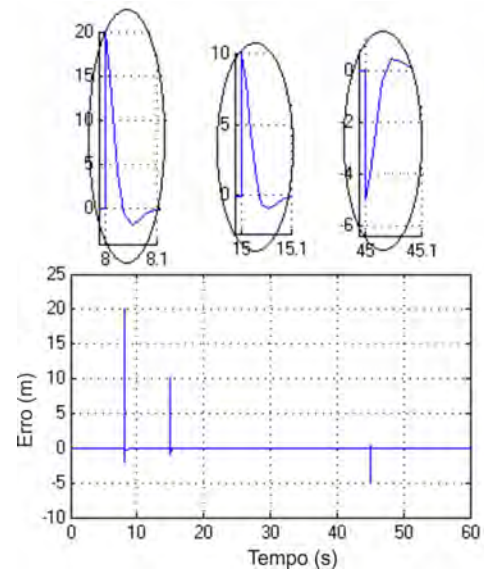
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

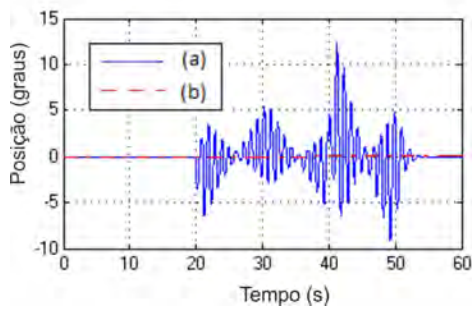


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

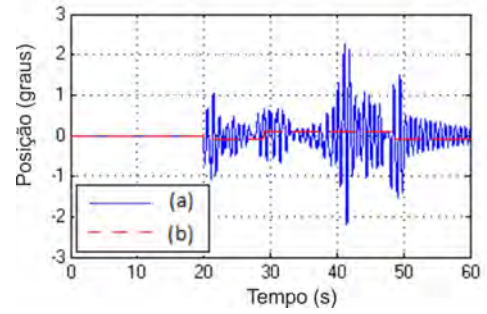


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

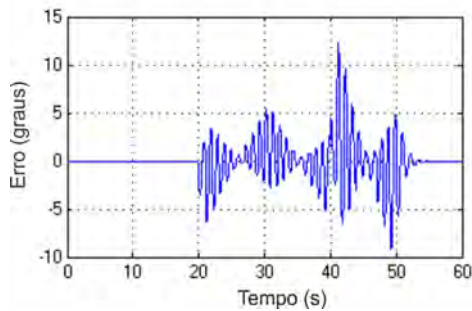
Figura 67: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



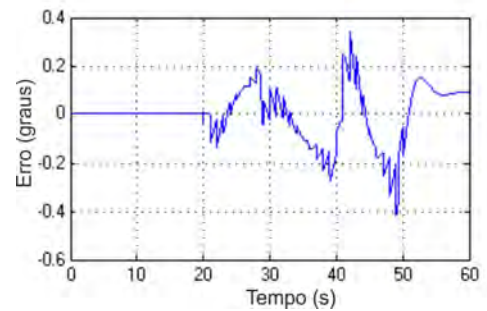
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

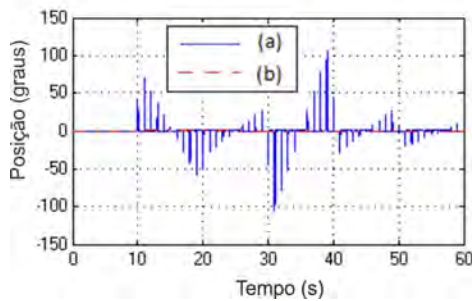


(c) Erro no ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

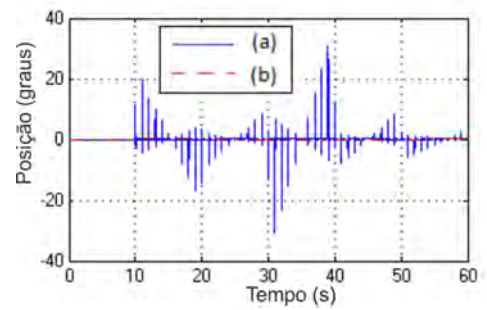


(d) Erro no ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

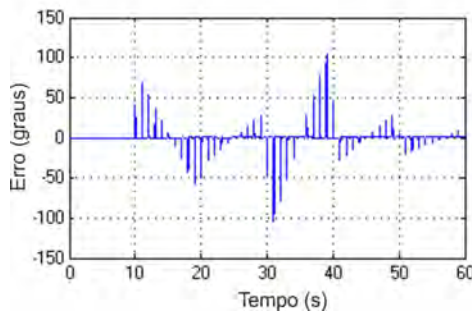
Figura 68: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



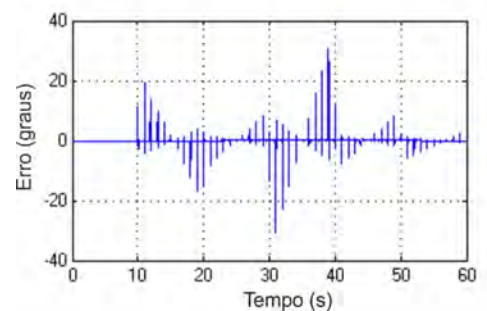
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.



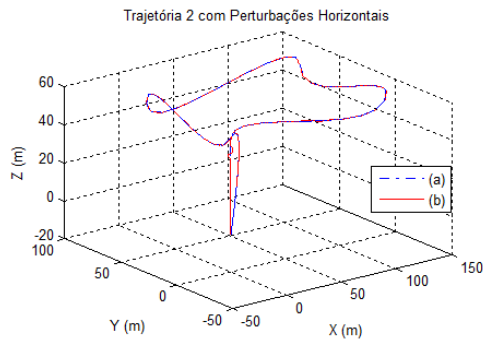
(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

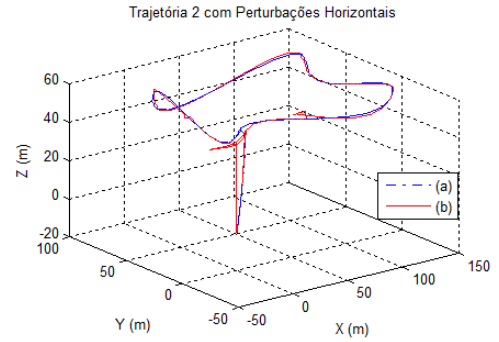
Figura 69: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .





(a) Trajetórias de Referência e executada (*FT*).

Fonte: O Autor.



(b) Trajetórias de Referência e executada (*EE*).

Fonte: O Autor.

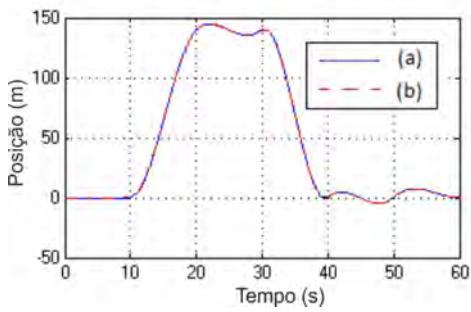
Figura 70: Trajetória 2 com perturbações horizontais.

### 6.2.3 Perturbações horizontais

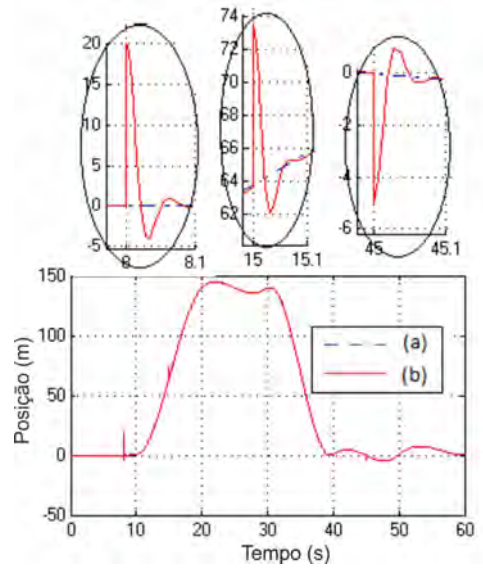
Para avaliar o comportamento do sistema quando sujeito à perturbações horizontais ao desempenhar a Trajetória 2, aplicam-se sinais nos mesmos instantes de tempo e com as mesmas intensidades daqueles descritos na Seção 6.2.2. As Figura 70a e Figura 70b apresentam a comparação entre as trajetórias de referência e realizada.

As Figura 71a a Figura 72d apresentam a movimentação e os erros associados às direções  $x$  e  $y$  enquanto a aeronave realizada a Trajetória 2 sujeita à perturbações horizontais. Observa-se que o sistema de controle corrige com eficiência e de maneira rápida os erros de posição impostos pelos sinais indesejados.

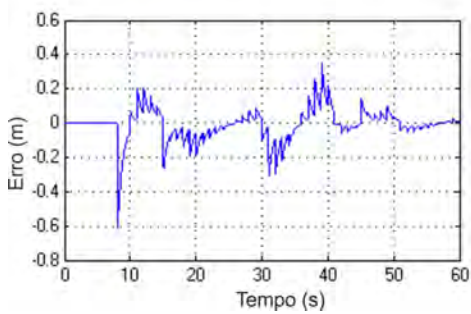
As Figura 73a, Figura 73b, Figura 73c e Figura 73d apresentam as posições e os erros associados na direção  $z$ . Observa-se que a magnitude deste último é mantida abaixo de 0,10 metros.



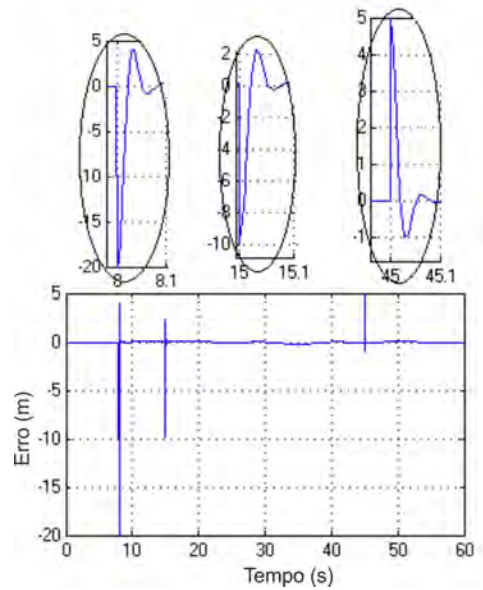
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

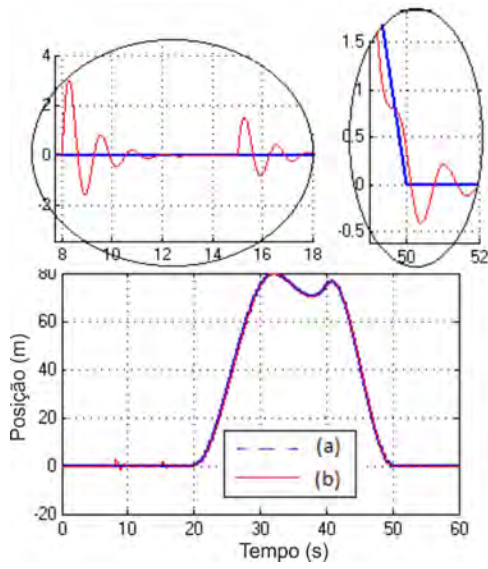


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



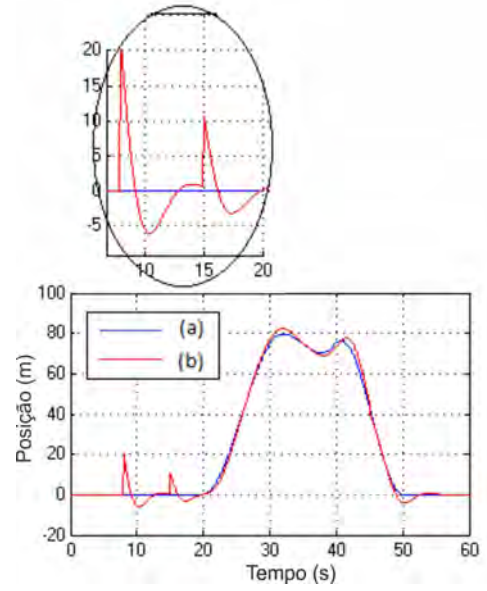
(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 71: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



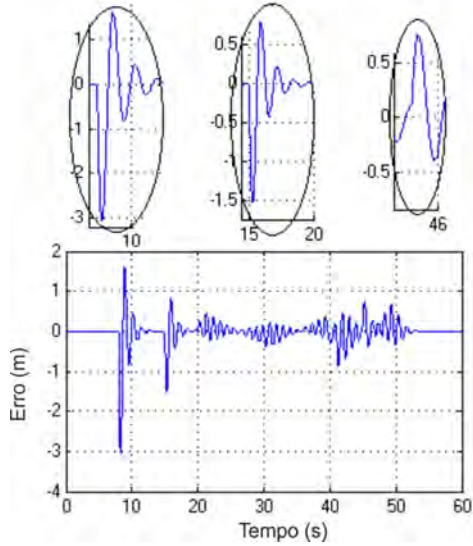
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).

Fonte: O Autor.



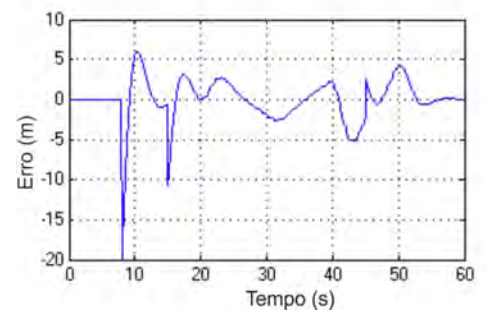
(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).

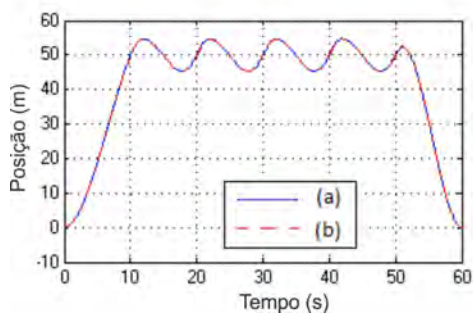
Fonte: O Autor.



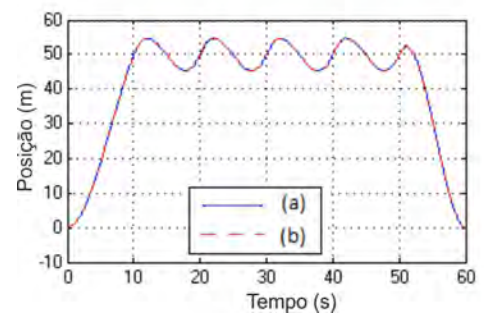
(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).

Fonte: O Autor.

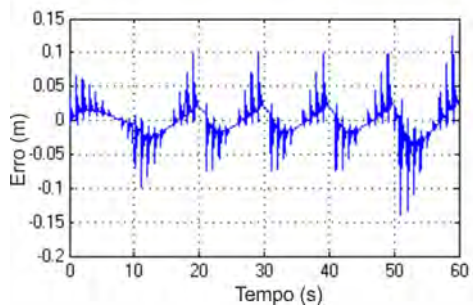
Figura 72: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



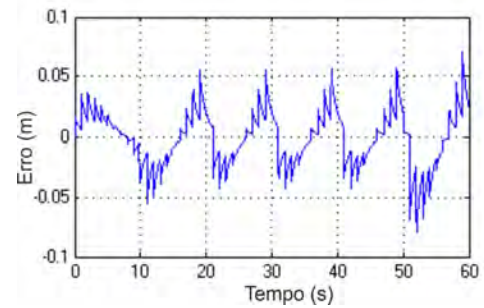
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

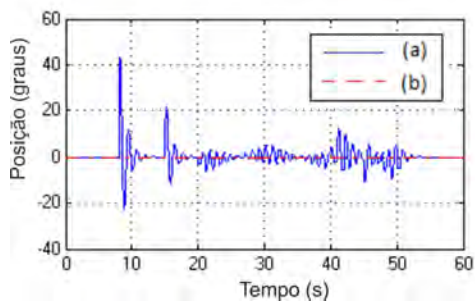


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

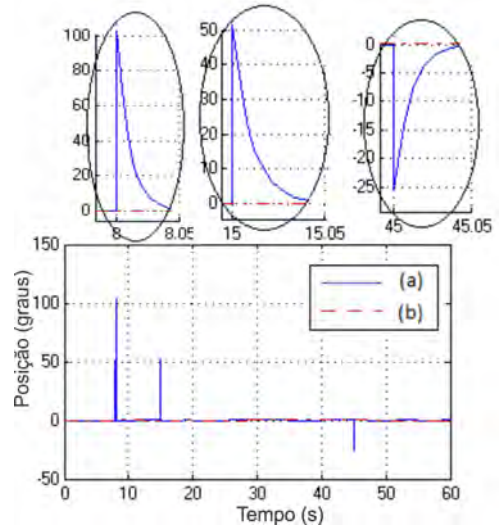


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

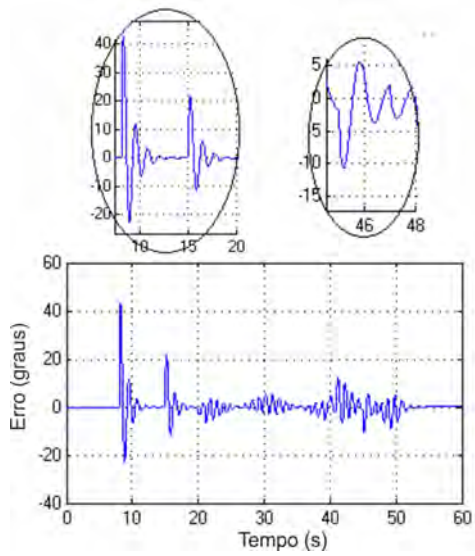
Figura 73: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



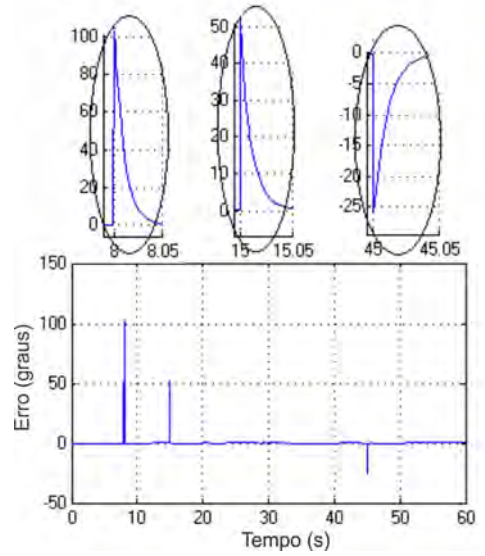
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro no ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



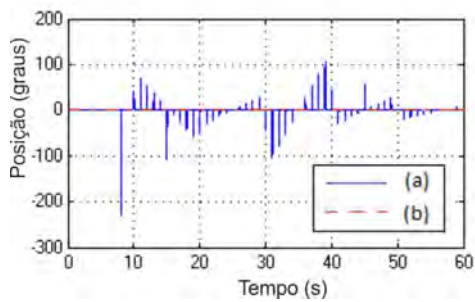
(d) Erro no ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 74: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .

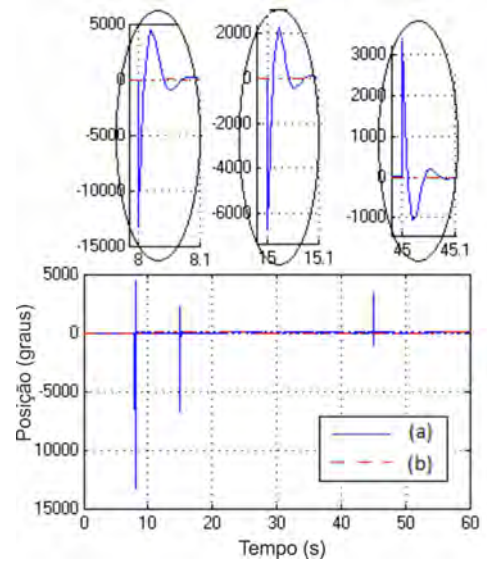
Nas Figura 74a a Figura 75d pode-se observar a influência das perturbações nos ângulos  $\phi$  e  $\theta$  enquanto a Trajetória 2 é realizada sujeita às restrições descritas acima. O sistema de controle compensa os erros de maneira adequada e o quadricóptero retorna a trajetória de referência de maneira eficiente.

O ângulo  $\psi$  não sofre influência das perturbações horizontais e, assim, os gráficos de posição e erro a eles associados não são aqui apresentados.

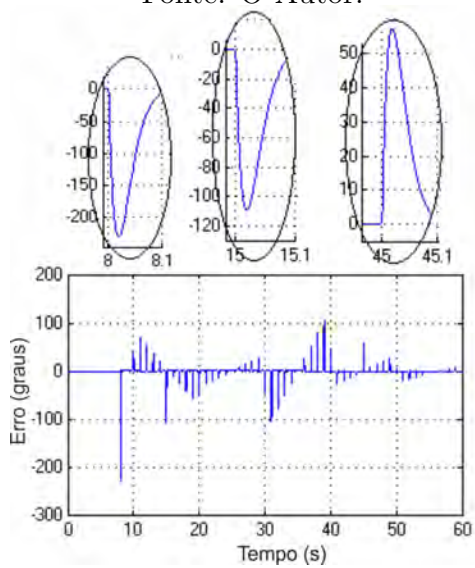
Analisando-se os resultados apresentados para a execução da Trajetória 2 é possível concluir que as perturbações horizontais são sentidas pelo sistema nas direções  $x$  e  $y$ , e nas orientações  $\phi$  e  $\theta$ , conforme esperado. A estrutura de controle proposta têm a capacidade de compensar os erros de maneira adequada.



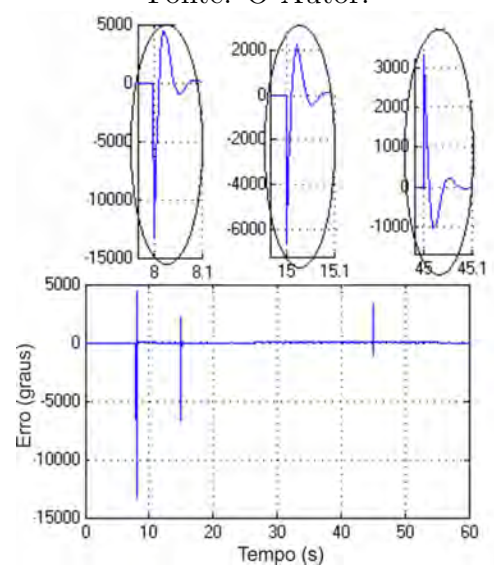
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

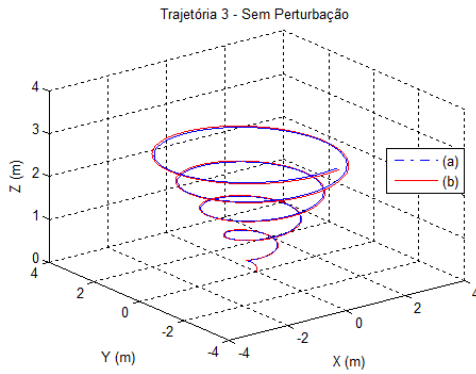


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

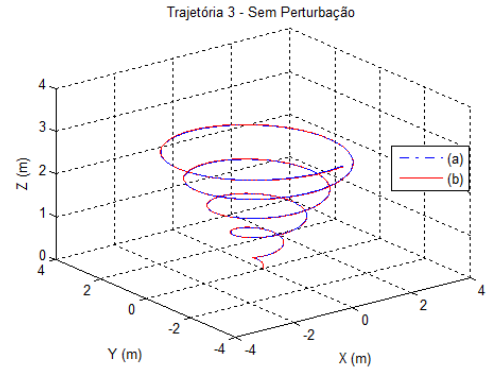


(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 75: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

(a) Trajetória 3 (*FT*).

Fonte: O Autor.

(b) Trajetória 3 (*EE*).

Fonte: O Autor.

Figura 76: Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 3.

### 6.3 Trajetória 3

Esta seção apresenta resultados de simulação para a realização da Trajetória 3 descrita na Seção 4.3.

#### 6.3.1 Sem perturbações

As Figura 76a e Figura 76b comparam a trajetória desempenhada pela aeronave e a trajetória de referência.

As Figura 77a, Figura 77b, Figura 77c e Figura 77d apresentam o comportamento da movimentação do quadrirrotor na direção  $x$ . Observa-se erro abaixo de 0,06 metros.

As Figura 78a a Figura 78d apresentam as posições e os erros associados a movimentação da aeronave na direção  $y$ . Observa-se o bom desempenho do sistema, com erros abaixo de 0,1 metros.

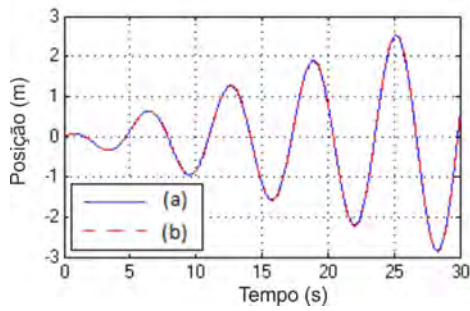
A movimentação no eixo vertical é realizada exatamente como planejada, apresentando erro aproximadamente zero para todo o percurso, tal como pode ser observado nas Figura 79a a Figura 79d.

Nas Figura 80a e Figura 80b observa-se a movimentação do ângulo  $\phi$  do sistema. Os controladores o mantêm com valor próximo de zero ao longo de toda a trajetória. O modelo FT apresenta erros abaixo de 2 graus enquanto o modelo EE tem erros abaixo de 0,2 graus, como pode ser visto nas Figura 80c e Figura 80d.

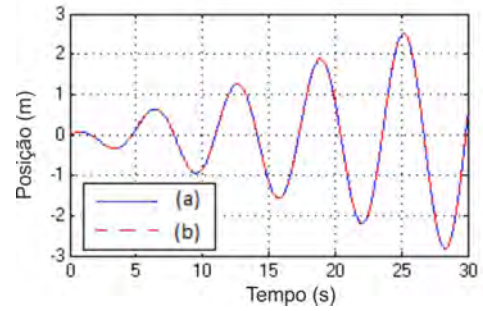
As Figura 81a a Figura 81d demonstram o bom desempenho do controlador na regulação do ângulo  $\theta$  da aeronave. Os erros obtidos são de, no máximo, 4 graus no modelo FT e 1 grau no EE.

O ângulo  $\psi$  é especificado como nulo ao longo de toda a trajetória e o controlador o

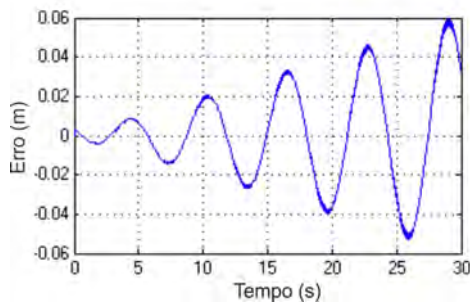




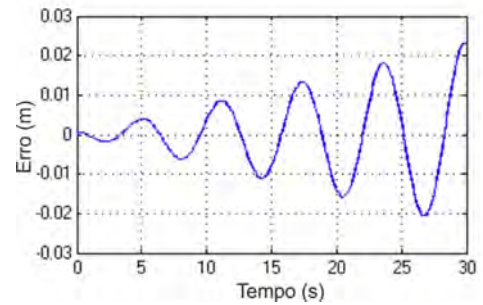
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

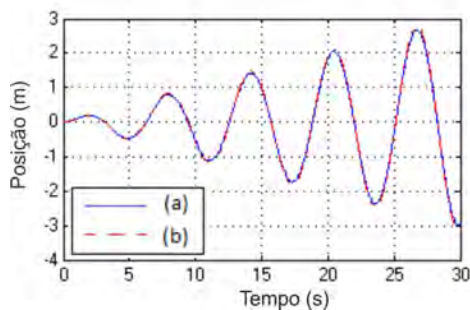


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

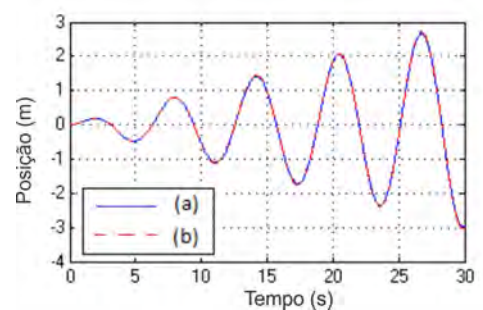


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

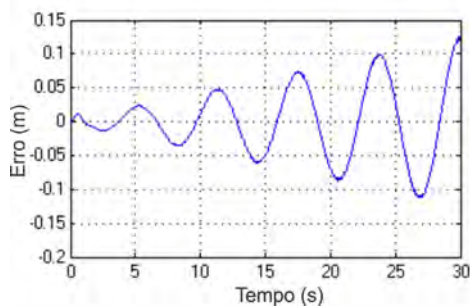
Figura 77: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



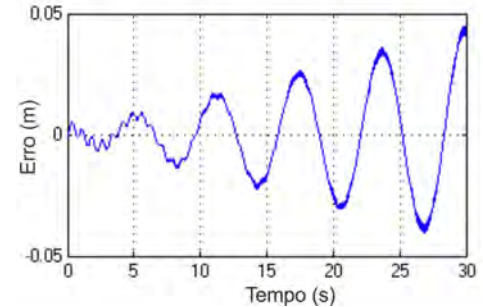
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

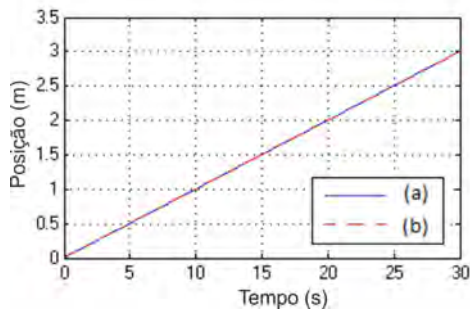


(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

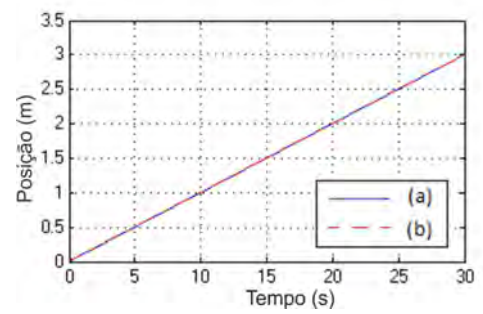


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

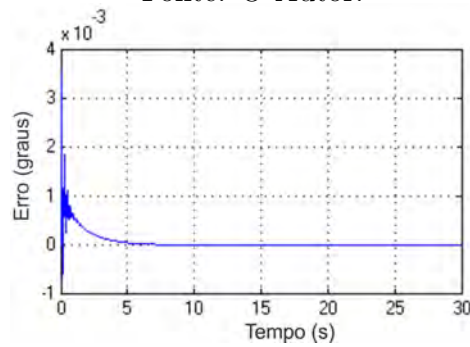
Figura 78: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



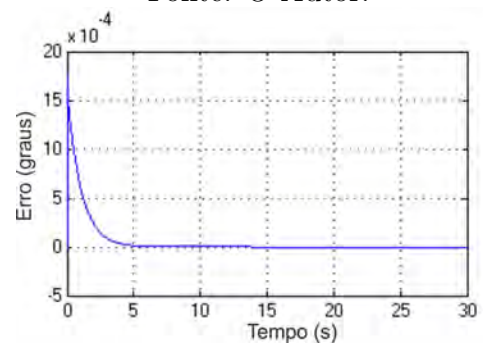
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

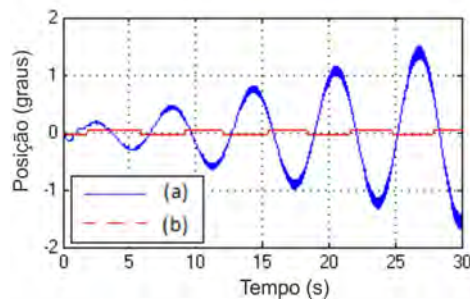


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

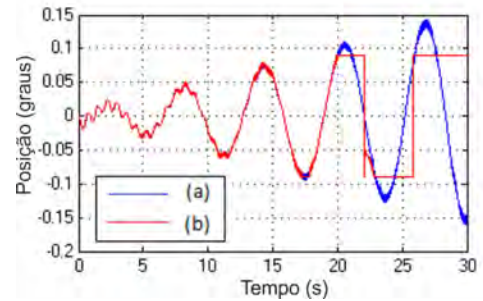


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

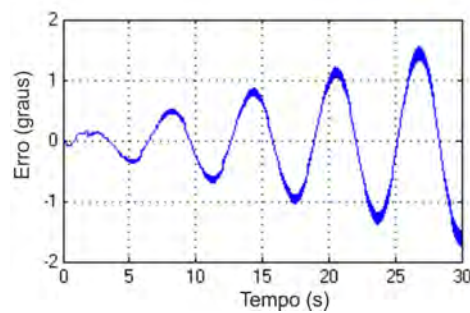
Figura 79: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



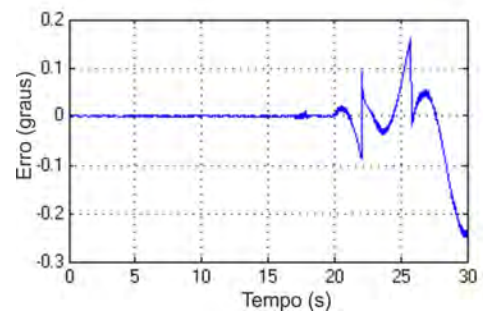
(a) Ângulo  $\phi$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

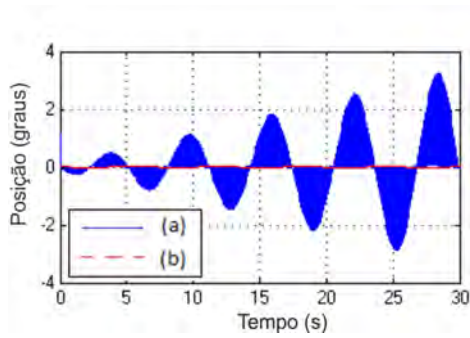


(c) Erro no ângulo  $\phi$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

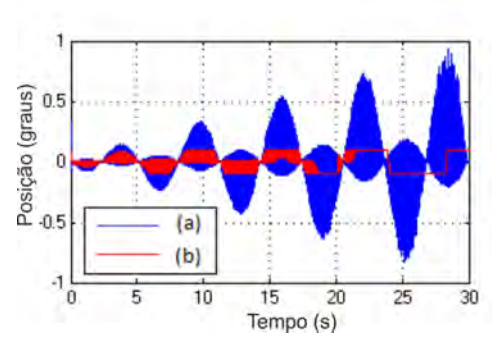


(d) Erro no ângulo  $\phi$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

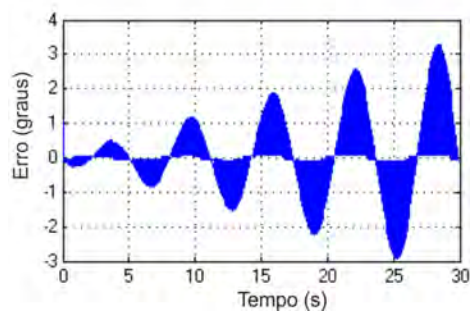
Figura 80: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



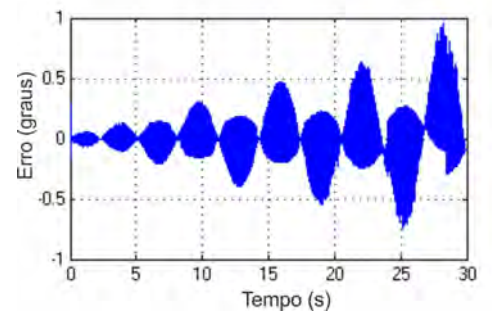
(a) Ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro no ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro no ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 81: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

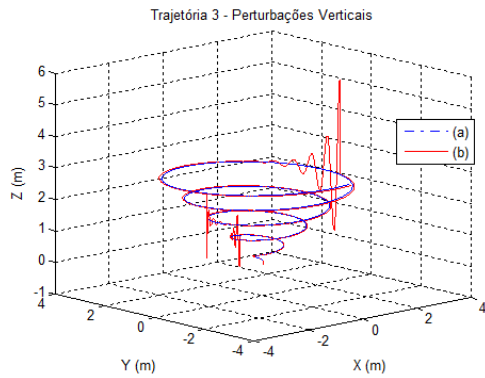
mantém nessa condição de maneira semelhante ao já explicitado antes. Desse modo, suprime-se, aqui, a apresentação dos gráficos de variação e erro do ângulo  $\psi$ . Pelo exposto, conclui-se que o sistema de controle regula adequadamente os seis graus de liberdade da aeronave fazendo-a executar a Trajetória 3 com eficiência.

### 6.3.2 Perturbações verticais

As perturbações verticais são aplicadas em três instantes de tempo, a saber: 8 segundos, com capacidade de deslocar o quadricóptero por 1 metro, 15 segundos, deslocando o quadricóptero por 1,3 metros e 25 segundos, com capacidade de deslocar a aeronave por 3 metros com relação à trajetória de referência.

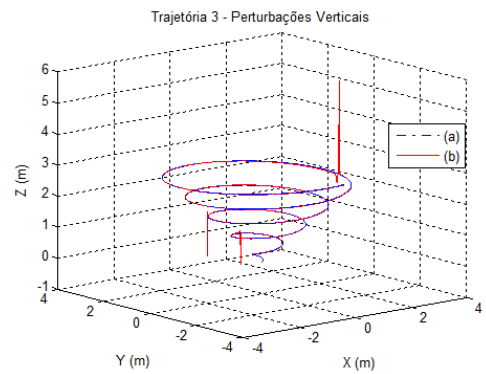
As Figura 82a e Figura 82b apresentam a comparação entre a entrada de referência do sistema e a saída do mesmo. Evidencia-se a capacidade de resposta da aeronave às perturbações verticais impostas.

As Figura 83a a Figura 84d apresentam as posições e erros associados à movimentação do quadricóptero nas direções  $x$  e  $y$ . Nota-se o seguimento adequado das trajetórias de referência com erros da ordem de 0,06 metros na direção  $x$  e 0,1 metros na direção  $y$ .



(a) Trajetórias de Referência e executada (*FT*).

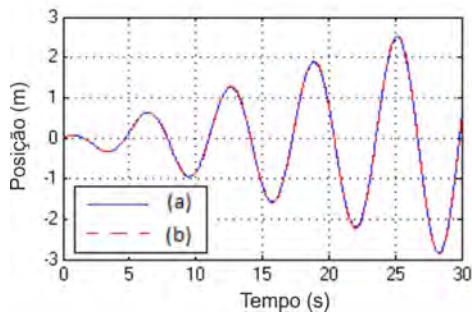
Fonte: O Autor.



(b) Trajetória de Referência e executada (*EE*).

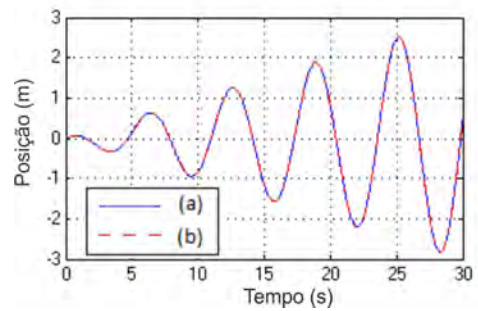
Fonte: O Autor.

Figura 82: Trajetória 3 com perturbações verticais.



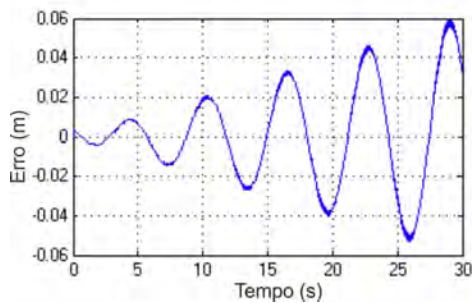
(a) Direção  $x$  (*FT*).

Fonte: O Autor.



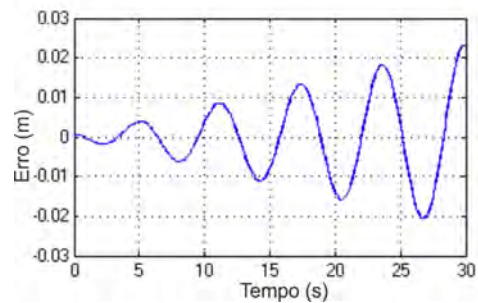
(b) Direção  $x$  (*EE*).

Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $x$  (*FT*).

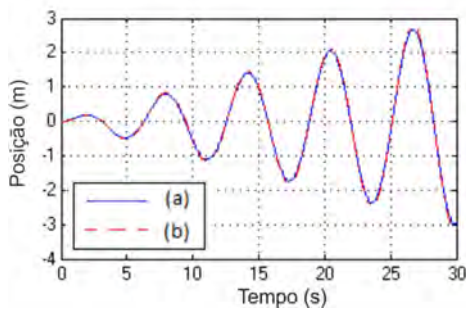
Fonte: O Autor.



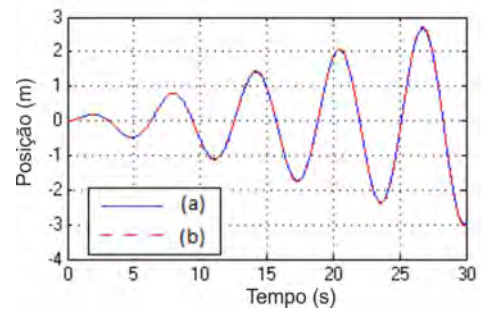
(d) Erro na direção  $x$  (*EE*).

Fonte: O Autor.

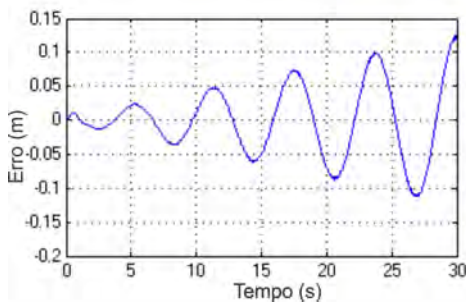
Figura 83: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



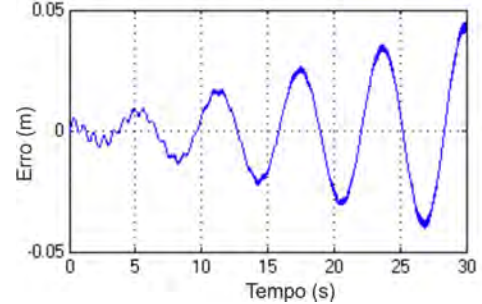
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

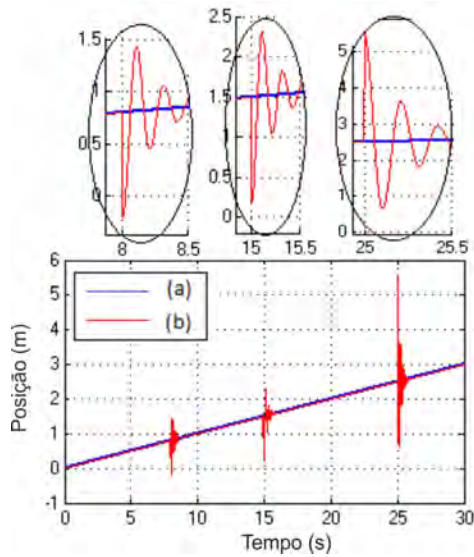


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

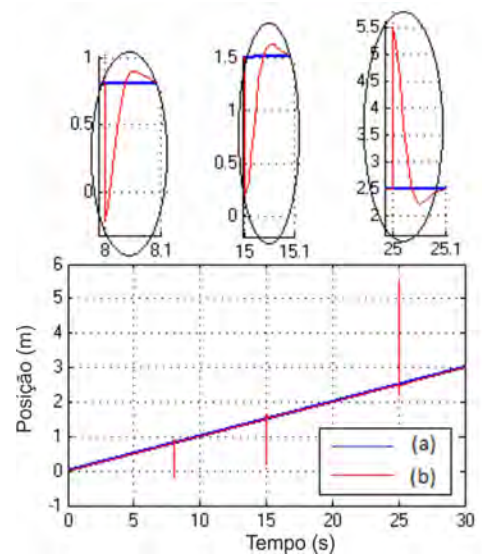
Figura 84: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

Na direção  $z$  o sistema sofre, tal como esperado, forte influência das perturbações verticais, porém os controladores mantém a regulação de altitude com a resposta. A eliminação do erro ocorre em torno de 0,5 segundos no modelo  $FT$  e 0,1 segundos no modelo  $EE$ , tal como evidenciado nas Figura 85a, Figura 85b, Figura 85c e Figura 85d.

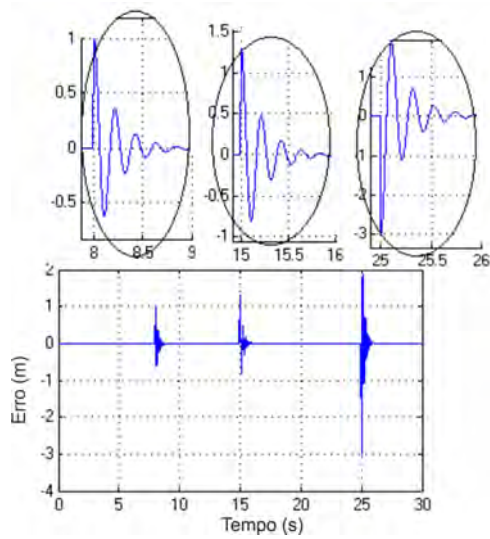
A variação dos ângulos  $\phi$  e  $\theta$  é explicitada nas Figura 86a a Figura 87d. Nota-se o bom desempenho da aeronave em seguir os valores de referência ao longo do tempo. A movimentação do ângulo  $\psi$ , por definição de projeto, é nula e já foi comprovada anteriormente. Sendo assim, os gráficos para esta variável não são apresentados nesta seção.



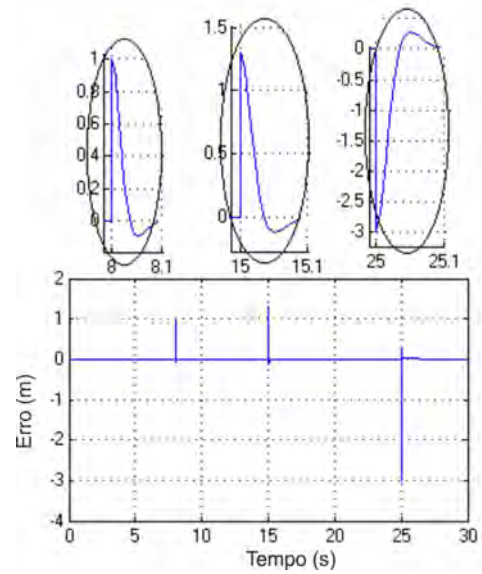
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
 Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
 Fonte: O Autor.

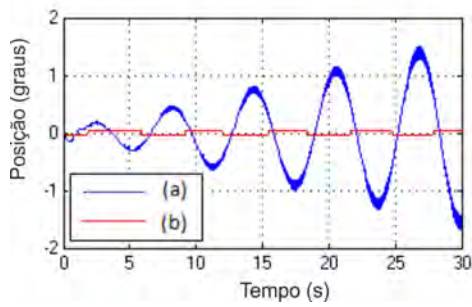


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
 Fonte: O Autor.

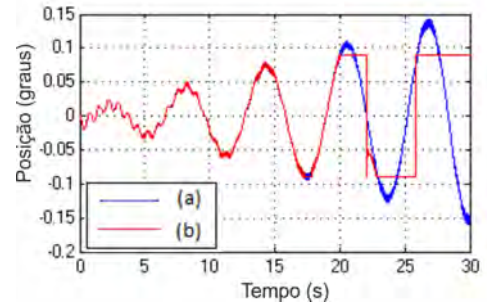


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
 Fonte: O Autor.

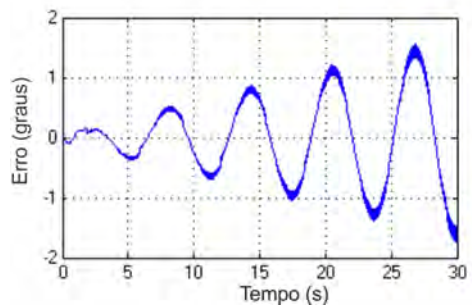
Figura 85: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



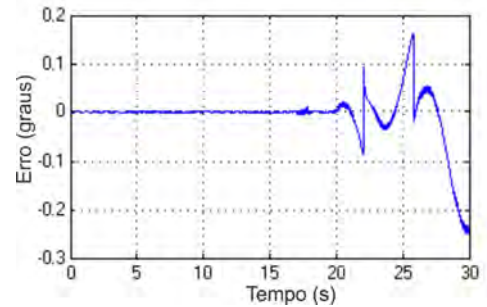
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

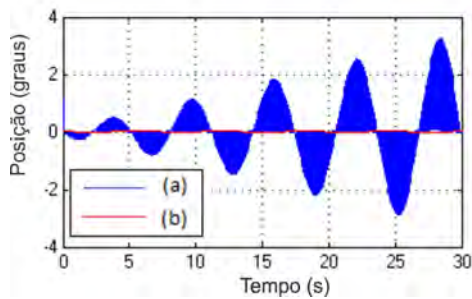


(c) Erro no ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

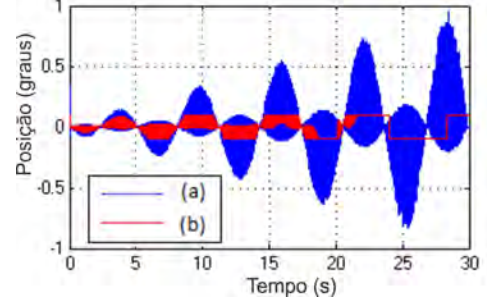


(d) Erro no ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

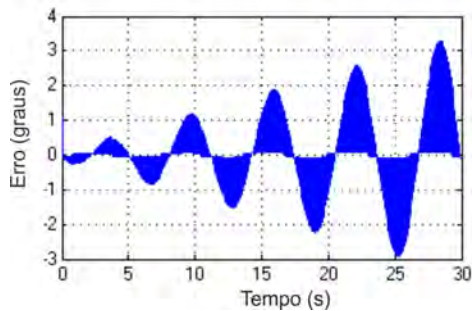
Figura 86: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



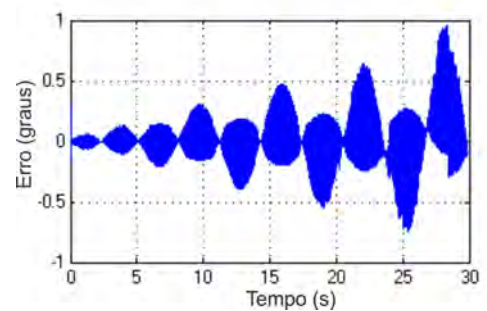
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

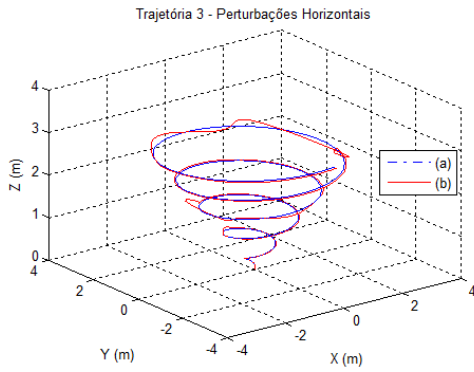


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



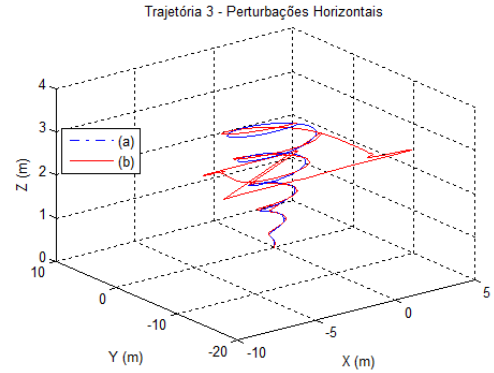
(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 87: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



(a) Trajetórias de Referência e executada (*FT*).

Fonte: O Autor.



(b) Trajetórias de Referência e executada (*EE*).

Fonte: O Autor.

Figura 88: Trajetória 3 com perturbações horizontais.

### 6.3.3 Perturbações horizontais

As perturbações horizontais são aplicadas em três instantes de tempo distintos, com intensidades diferentes. A primeira ocorre em  $t = 8$  com intensidade baixa (desloca o quadricóptero por 1 metro), a segunda no instante  $t = 15$  segundos com intensidade média (implica em um deslocamento da aeronave por 5 metros) e a terceira em  $t = 25$  segundos com intensidade alta (desloca o quadricóptero por 10 metros).

As Figura 88a e Figura 88b apresentam a Trajetória 3 tal como realizada pela aeronave considerando os modelos FT e EE para a planta.

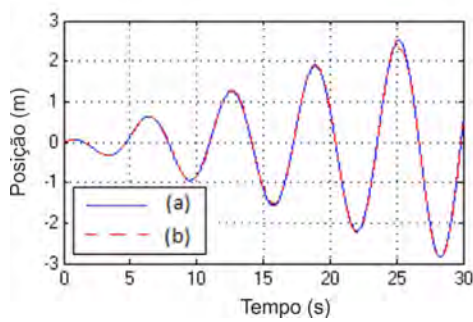
Através das Figura 89a e Figura 89b, Figura 89c e Figura 89d pode-se observar o bom desempenho da aeronave em sua movimentação na direção  $x$ . A resposta apresenta baixo sobrevalor e o erro fica abaixo de 0,3 metros no modelo FT, enquanto na modelagem EE o erro é aproximadamente zero ao longo de todo o percurso.

O comportamento da aeronave ao se movimentar na direção  $y$  pode ser observado através das Figura 90a, Figura 90b, Figura 90c e Figura 90d. Fica evidente a influência dos sinais indesejados, bem como a capacidade do sistema de controle em levar a aeronave de volta a trajetória de referência.

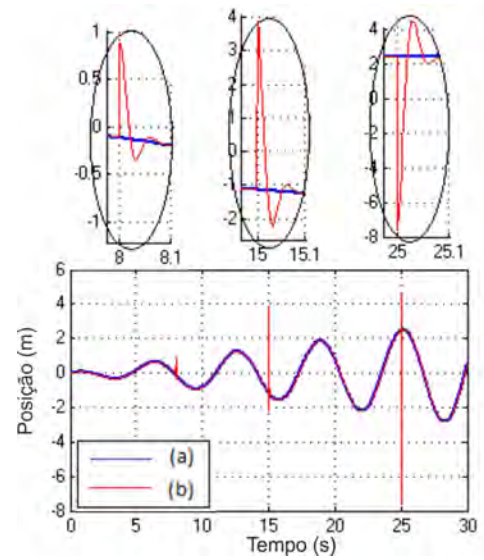
As Figura 91a a Figura 91d explicitam o comportamento da aeronave enquanto movimentada na direção  $z$ . Não são observadas perturbações nessa direção e o sistema de controle mantém a aeronave na trajetória de referência após o rastreamento nos instantes iniciais.

As Figura 92a, Figura 92b, Figura 92c e Figura 92d. apresentam o comportamento da aeronave ao rotacionar com ângulo  $\phi$ . Fica evidente a capacidade do sistema de controle em manter a referência desejada para esta orientação.

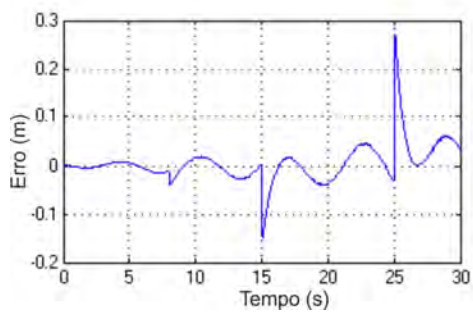




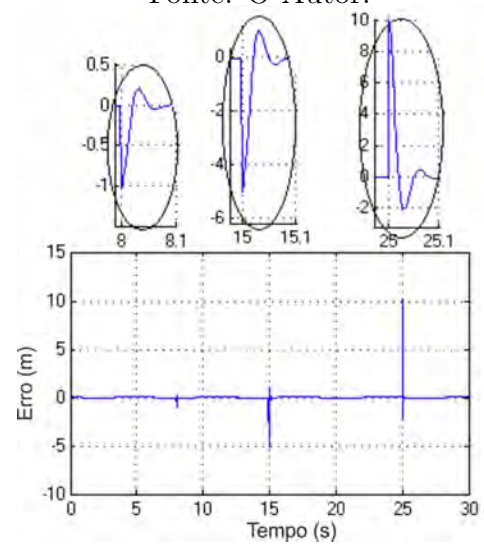
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

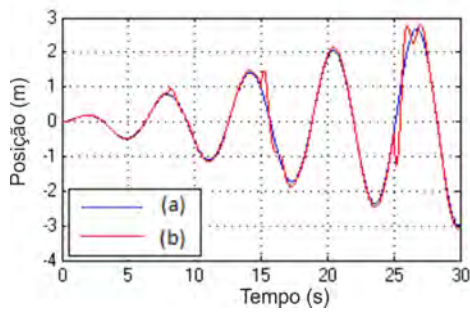


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

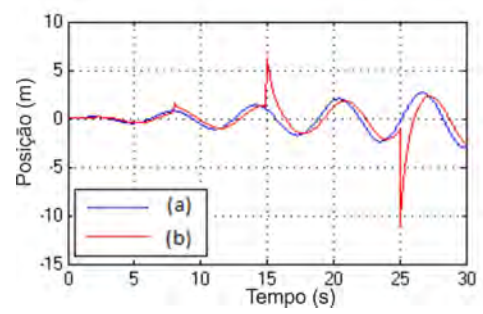


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

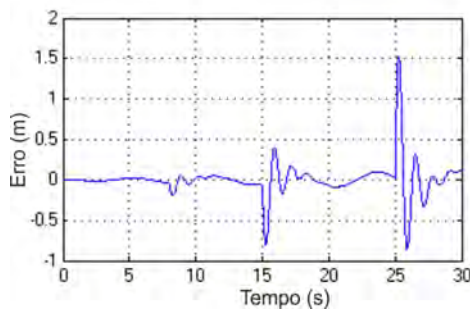
Figura 89: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



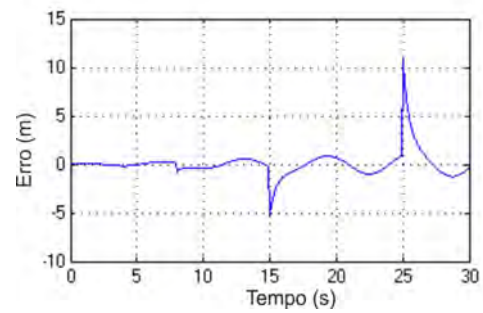
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

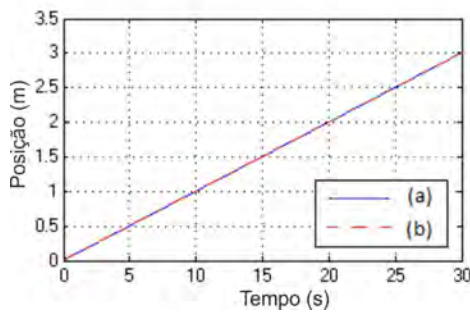


(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

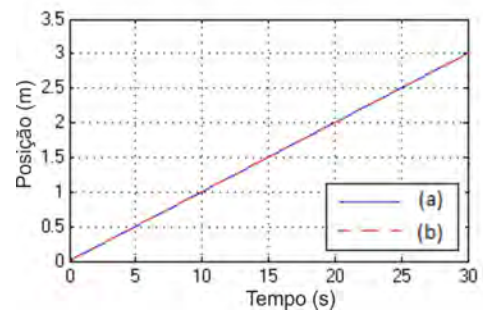


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

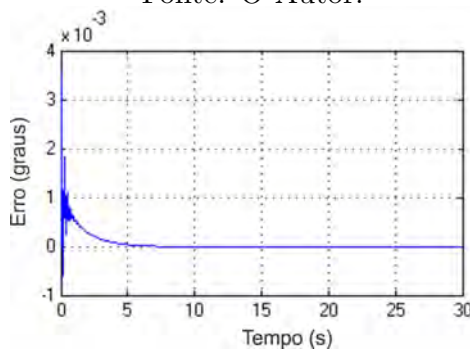
Figura 90: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



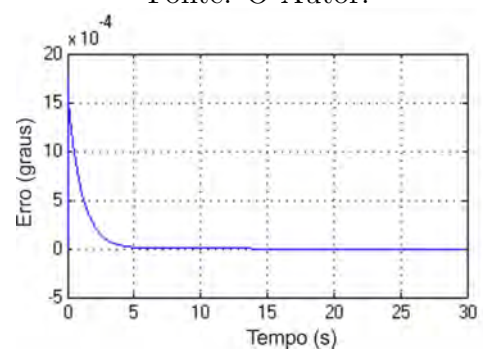
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

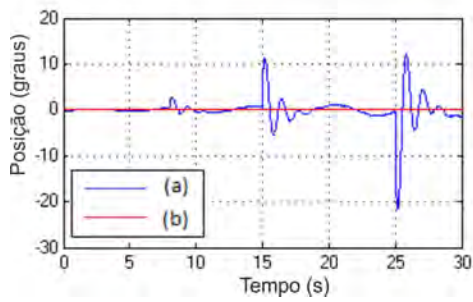


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

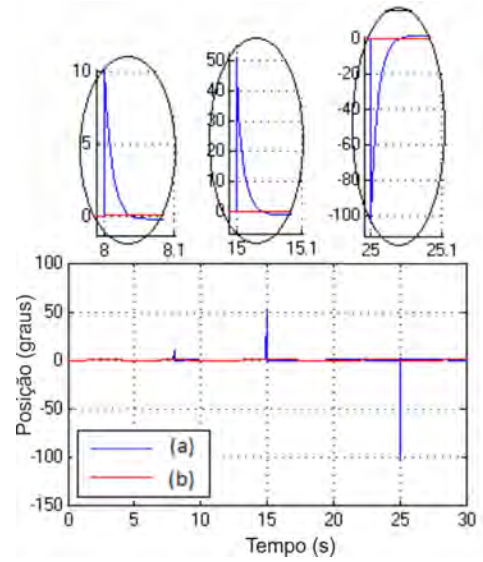


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

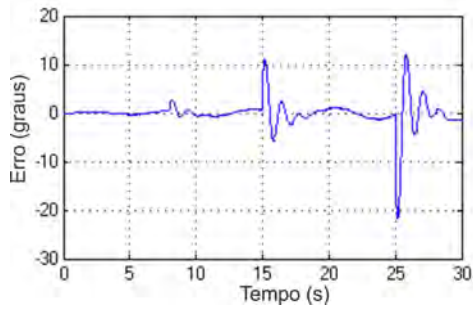
Figura 91: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



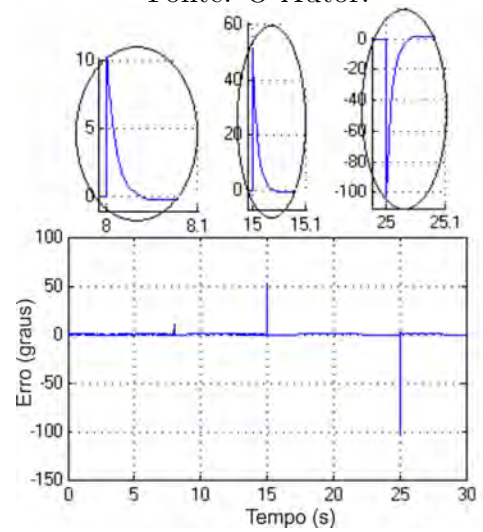
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

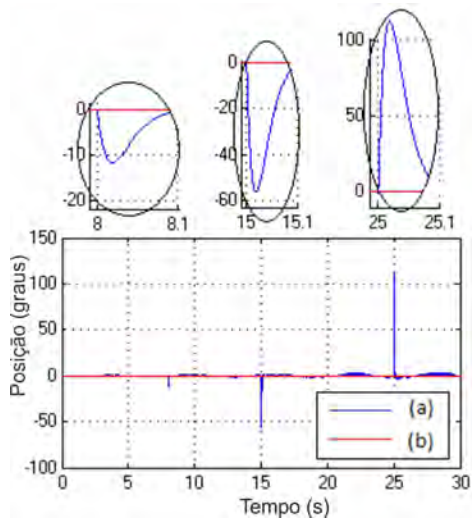


(c) Erro no ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

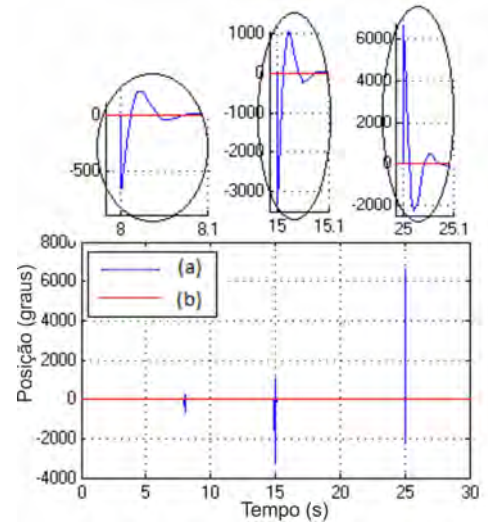


(d) Erro no ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

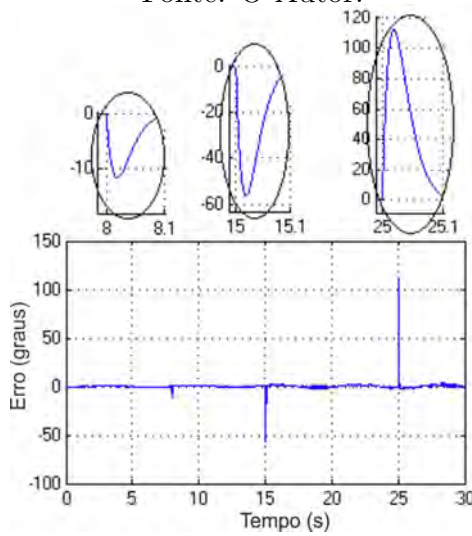
Figura 92: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



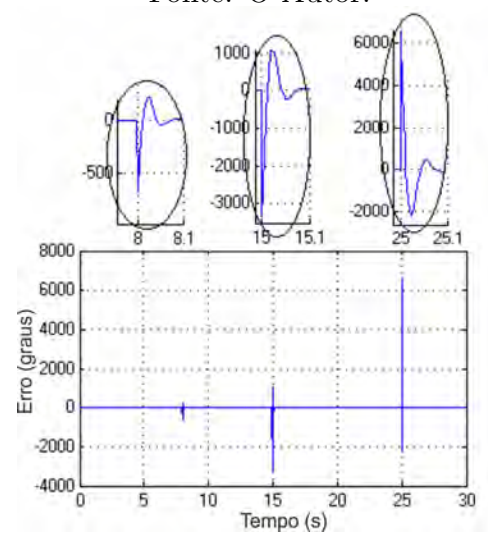
(a) Ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

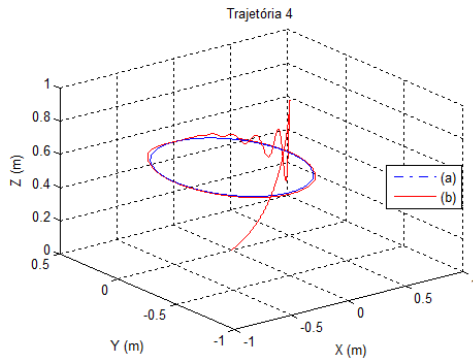


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.

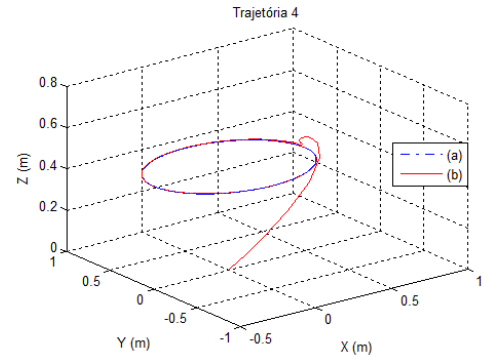


(d) Erro no ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 93: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

(a) Trajetória 4 (*FT*).

Fonte: O Autor.

(b) Trajetória 4 (*EE*).

Fonte: O Autor.

Figura 94: Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 4.

As Figura 93a a Figura 93d apresentam as variações e os erros com relação ao ângulo  $\theta$  enquanto a aeronave desempenha a Trajetória 3 sujeita à perturbações horizontais. O sistema de controle atua sobre o sistema levando o erro a zero rapidamente após a ocorrência das perturbações.

A movimentação do ângulo  $\psi$ , por definição de projeto é nula e já foi comprovada anteriormente. Sendo assim, os gráficos para esta variável não são apresentados nesta seção.

Conclui-se que o sistema de controle do quadricóptero apresenta bom desempenho ao rastrear a Trajetória 3 com tempo de assentamento, erros e sobrevalores baixos.

## 6.4 Trajetória 4

Nesta seção, são apresentados resultados de simulação para o seguimento da Trajetória 4 descrita na Seção 4.4.

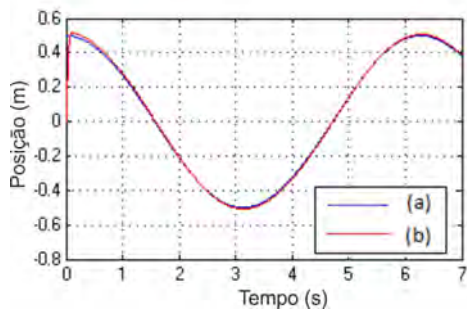
### 6.4.1 Sem perturbações

Nas Figura 94a e Figura 94b pode-se observar comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 4, considerando as modelagens realizadas utilizando funções de transferência e espaço de estados. Evidencia-se a capacidade da aeronave em seguir o trajeto de referência.

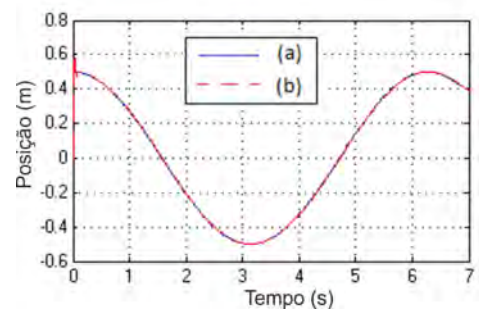
As Figura 95a, Figura 95b, Figura 95c e Figura 95d apresentam o comportamento da movimentação da aeronave na direção  $x$ . Observa-se que o erro fica abaixo de 0,1 metros.

As Figura 96a e Figura 96b apresentam o comportamento da aeronave ao se movimentar na direção  $y$ . Observa-se erros abaixo de 0,08 metros na modelagem FT e 0,004 metros na modelagem EE, tal como evidenciado nas Figura 96c e Figura 96d.

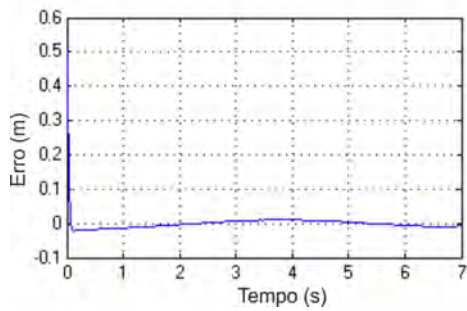
As Figura 97a e Figura 97b apresentam os resultados da movimentação na direção  $z$ .



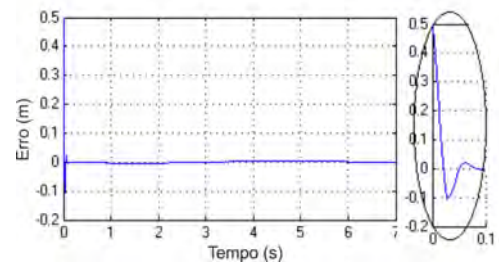
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

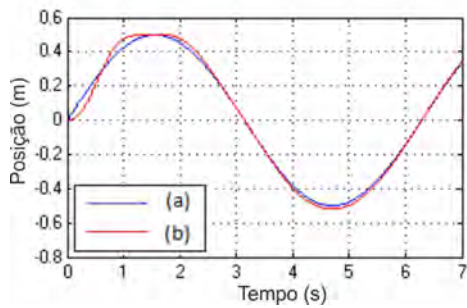


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

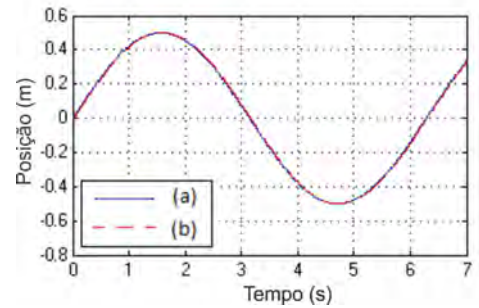


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

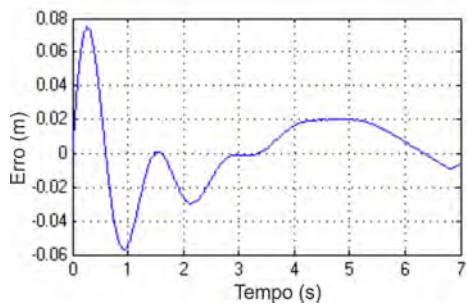
Figura 95: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



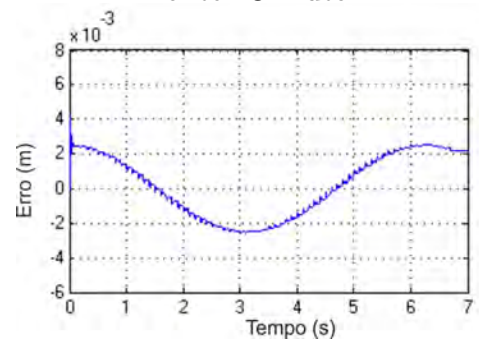
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

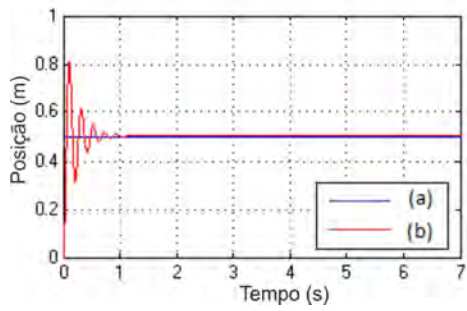


(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

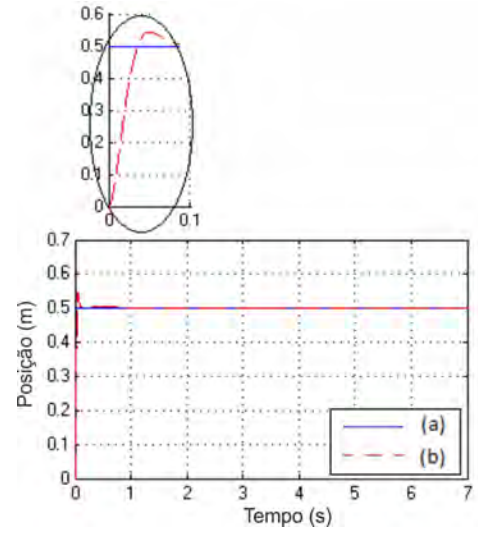


(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

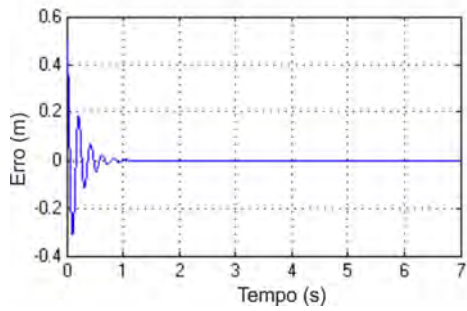
Figura 96: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .



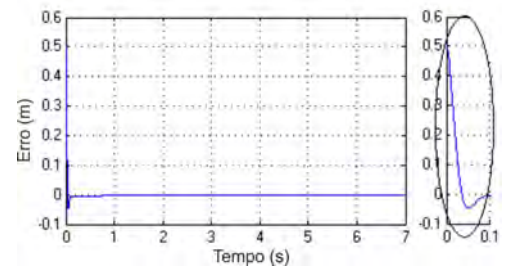
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

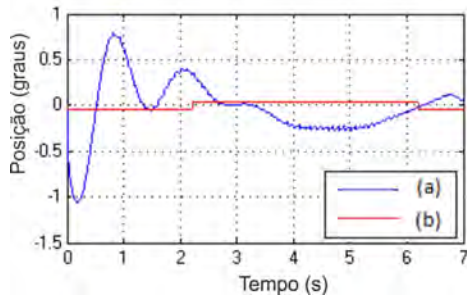


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

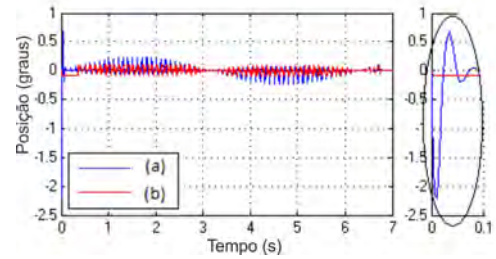


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

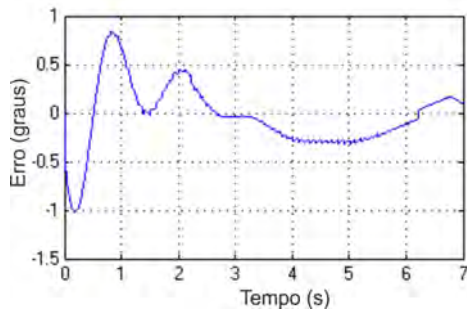
Figura 97: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



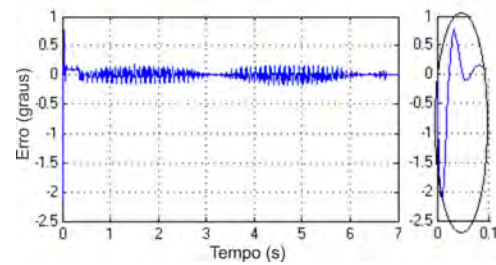
(a) Ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro no ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro no ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 98: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .

A aeronave tende à trajetória de referência com tempo de 1 segundo com o modelo FT e 0,1 segundos com o EE, sendo os erros obtidos abaixo de 0,4 metros, tal como evidenciado nas Figura 97c e Figura 97d.

As Figura 98a a Figura 98d apresentam o movimento da aeronave com relação ao ângulo  $\phi$ . A magnitude do erro apresenta valores abaixo de 1 grau na modelagem FT e 0,5 graus na modelagem EE.

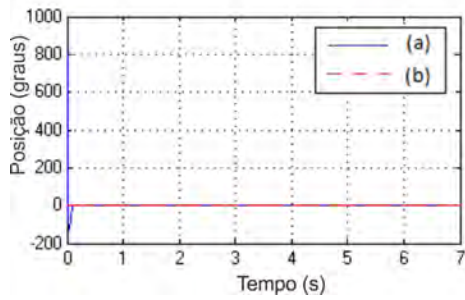
Nas Figura 99a e Figura 99b pode-se observar os valores assumidos pelo ângulo  $\theta$  ao longo da Trajetória 4. O ângulo  $\theta$  possui valor inicial alto e é levado à zero tanto na modelagem FT quanto na EE. As Figura 99c e Figura 99d evidenciam os valores de erro ao longo do trajeto.

A movimentação do ângulo  $\psi$ , por definição de projeto é nula e já foi comprovada anteriormente. Sendo assim, os gráficos para esta variável não são apresentados nesta seção.

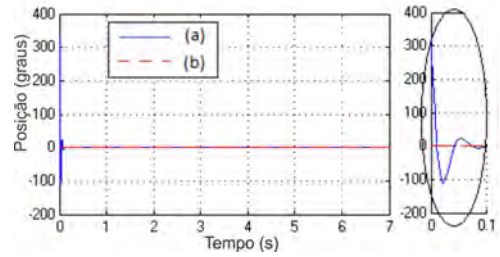
#### 6.4.2 Perturbações verticais

As perturbações verticais são aplicadas em dois instantes de tempo, a saber: 3 segundos com capacidade de deslocar o quadricóptero por 0,4 metros e 5 segundos com capacidade de deslocar o quadricóptero por 1 metro de distância da trajetória de referência.

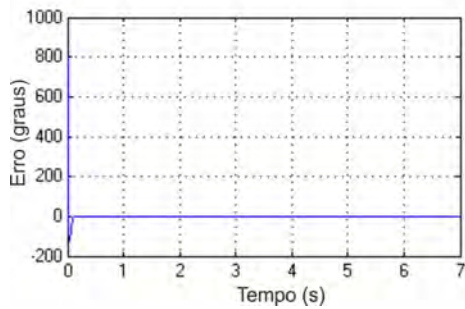




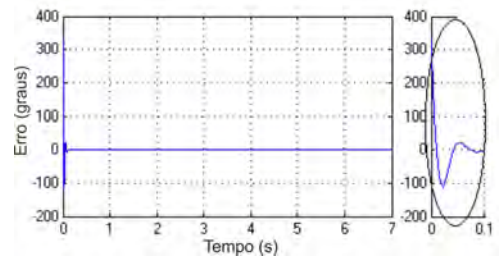
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

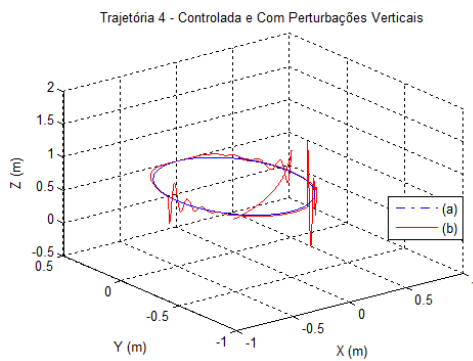


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

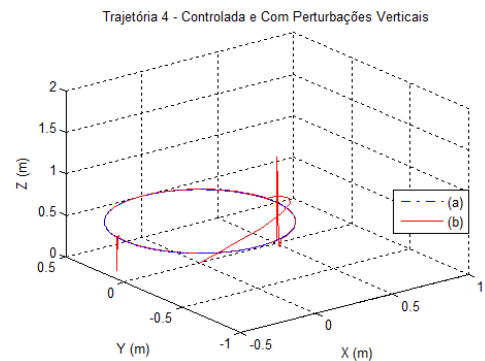


(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 99: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

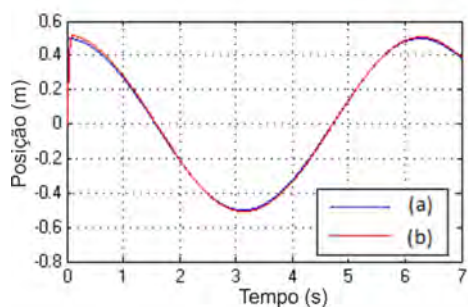


(a) Trajetória de Referência e executada (*FT*).  
Fonte: O Autor.

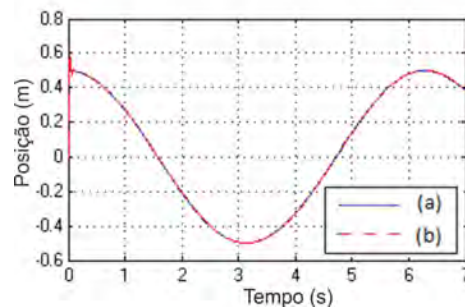


(b) Trajetória de Referência e executada (*EE*).  
Fonte: O Autor.

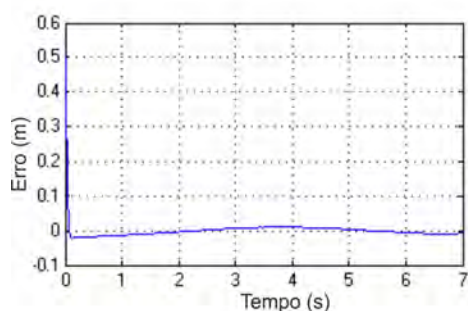
Figura 100: Trajetória 4 com perturbações verticais.



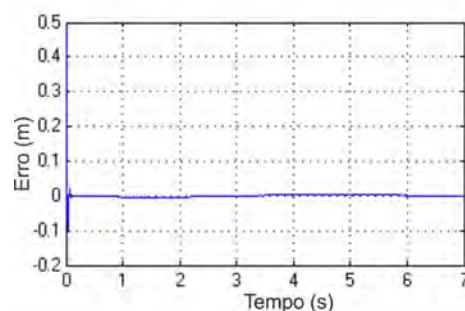
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 101: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .

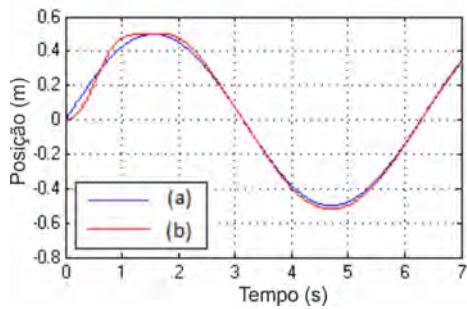
Nas Figura 100a e Figura 100b é apresentada a comparação entre a trajetória de referência e àquela realizada. Fica evidente a influência das perturbações verticais e a capacidade do sistema de controle em superar estas perturbações.

Através das Figura 101a, Figura 101b, Figura 101c e Figura 101d pode-se observar que a aeronave não sofre influência das perturbações verticais na direção  $x$ , mantendo o erro com relação a referência abaixo de 0,1 metros nesta direção.

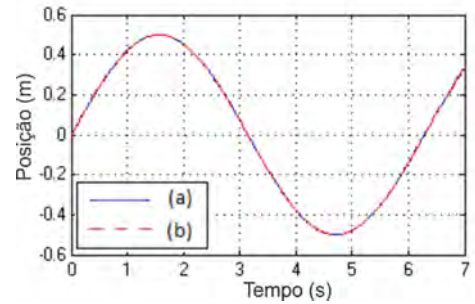
Nas Figura 102a e Figura 102b observa-se os valores associados a movimentação na direção  $y$ . Não há influência das perturbações verticais são produzindo erros abaixo de 0,08 metros na modelagem FT e abaixo de 0,004 metros na modelagem EE tal como evidenciado nas Figura 102c e Figura 102d.

Observa-se nas Figura 103a e Figura 103b, Figura 103c e Figura 103d a influência das perturbações verticais na direção  $z$ . Ocorrem sobrevalores com máximo de 0,4 metros na primeira perturbação e 1 metro na segunda, com tempo de resposta de 1 segundo na modelagem FT. Utilizando o modelo EE obtém-se os mesmos sobrevalores máximos mas com uma resposta mais rápida de 0,1 segundos.

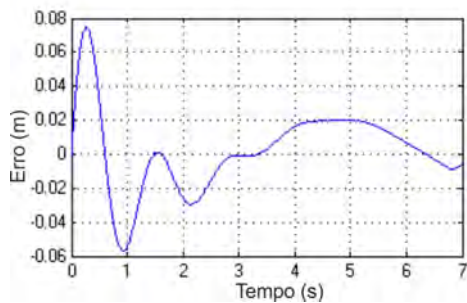
Através das Figura 104a, Figura 104b, Figura 104c e Figura 104d pode-se perceber que o ângulo  $\phi$  não sofre influência das perturbações verticais, apresentando erro abaixo de 1 grau



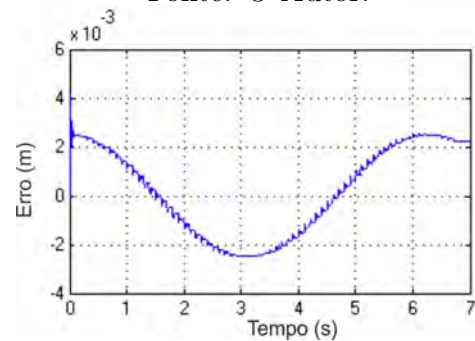
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

Figura 102: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

ao longo de todo o trajeto.

O ângulo  $\theta$  não sofre influência das perturbações verticais, o que pode ser comprovado observando-se as Figura 105a a Figura 105d.

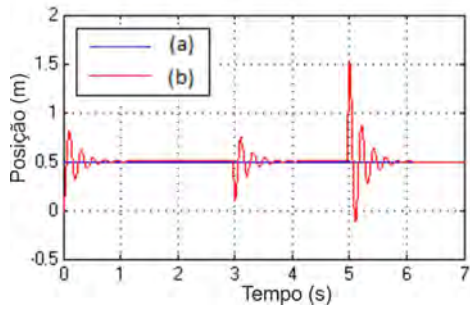
O ângulo  $\psi$  não é perturbado pelos sinais indesejados verticais tal como comprovado anteriormente. Desse modo, não são apresentados os gráficos associados a este ângulo nesta seção.

### 6.4.3 Perturbações horizontais

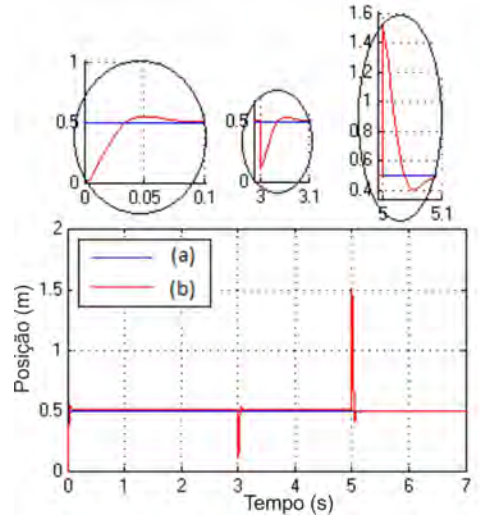
As perturbações horizontais são aplicadas em dois instantes de tempo, a saber: 3 segundos com intensidade para deslocar o quadricóptero por 5 metros de distância em relação a trajetória de referência, e 5 segundos com intensidade para deslocar a aeronave por 10 metros da referência.

As Figura 107a e Figura 107b apresentam o comportamento da aeronave ao rastrear a Trajetória 4. Fica evidente a capacidade do sistema de controle em fazê-la seguir a trajetória de referência, ainda que sujeita a perturbações horizontais.

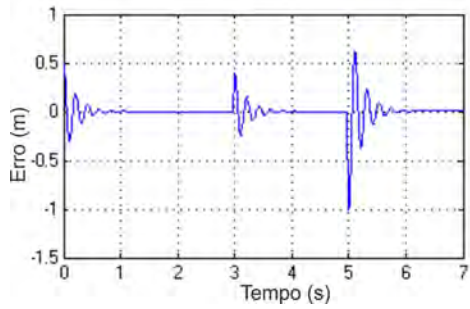
As trajetórias e erros associados à movimentação na direção  $x$  são evidenciados nas



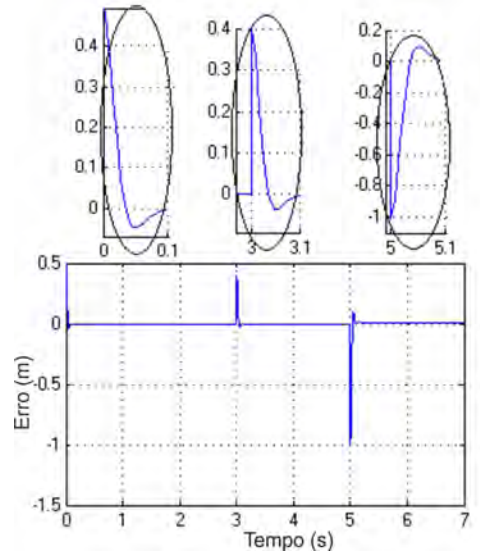
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

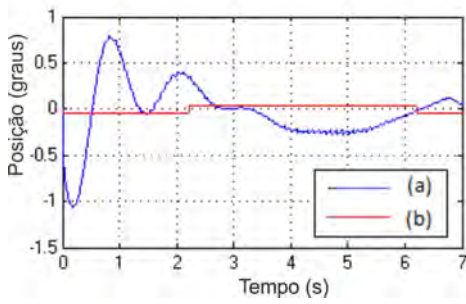


(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

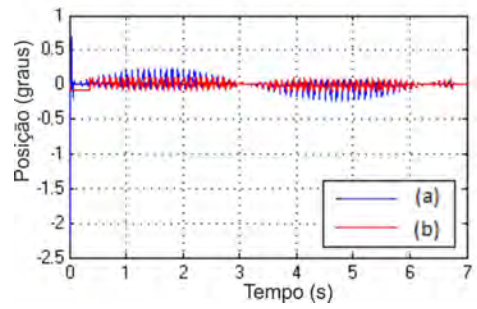


(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

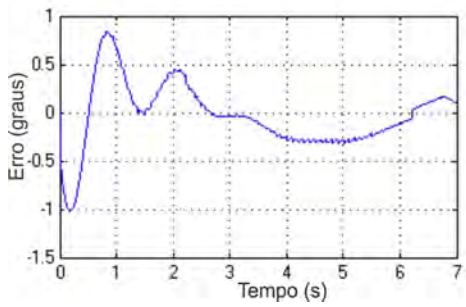
Figura 103: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .



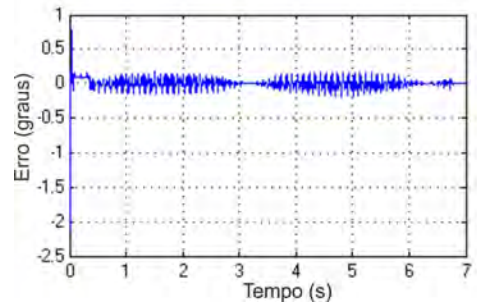
(a) Ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

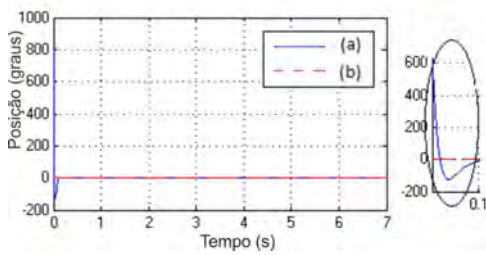


(c) Erro no ângulo  $\phi$  (FT).  
Fonte: O Autor.

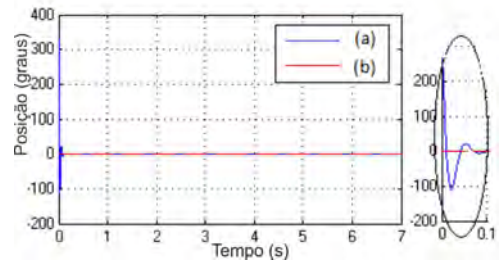


(d) Erro no ângulo  $\phi$  (EE).  
Fonte: O Autor.

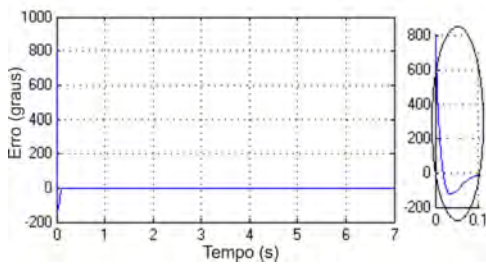
Figura 104: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



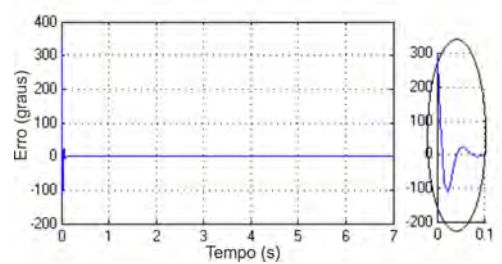
(a) Ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

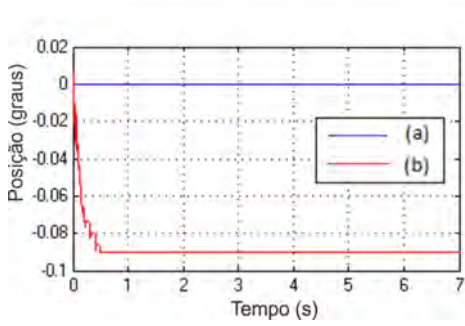


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (FT).  
Fonte: O Autor.

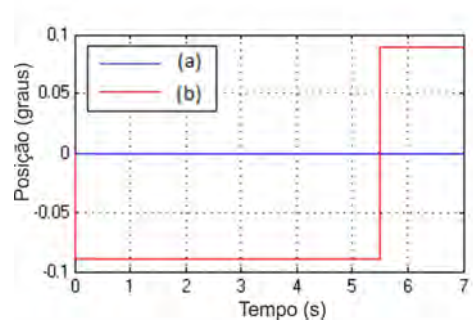


(d) Erro no ângulo  $\theta$  (EE).  
Fonte: O Autor.

Figura 105: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

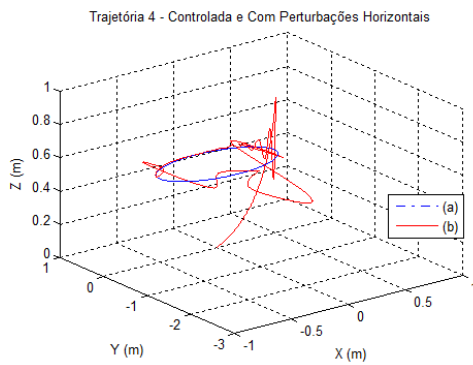


(a) Ângulo  $\psi$  (FT).  
 Fonte: O Autor.

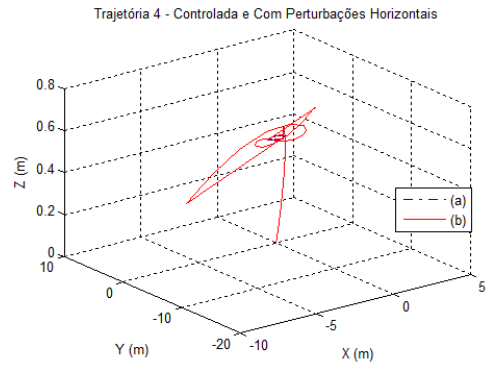


(b) Ângulo  $\psi$  (EE).  
 Fonte: O Autor.

Figura 106: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .

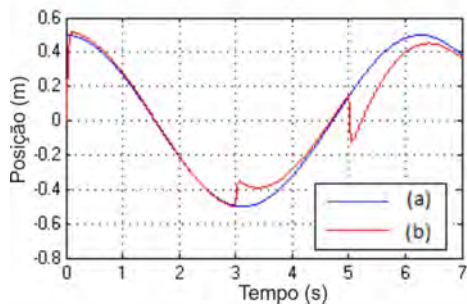


(a) Trajetória de Referência e executada (FT).  
 Fonte: O Autor.

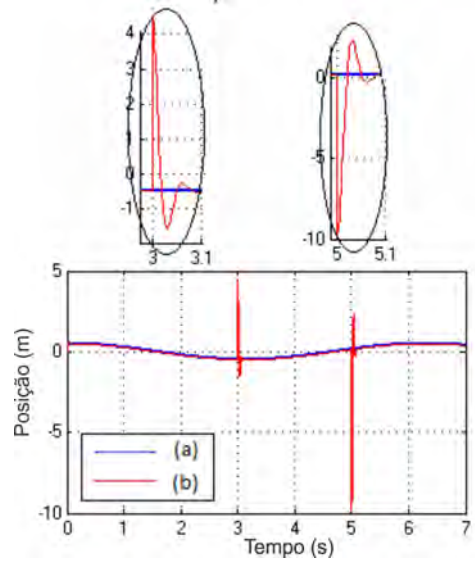


(b) Trajetória de Referência e executada (EE).  
 Fonte: O Autor.

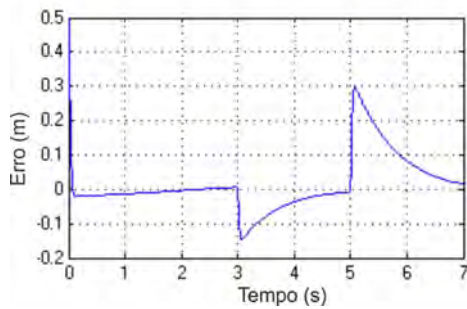
Figura 107: Trajetória 4 com perturbações horizontais.



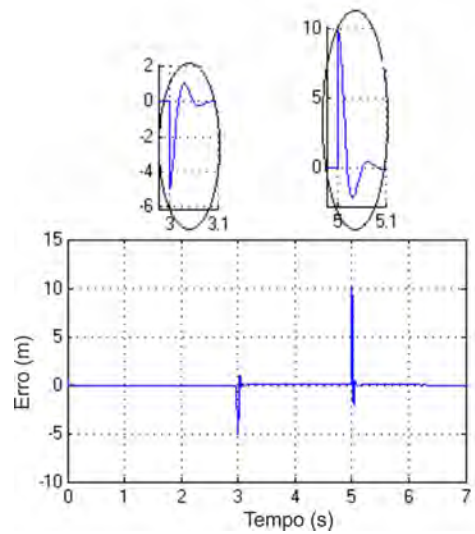
(a) Direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

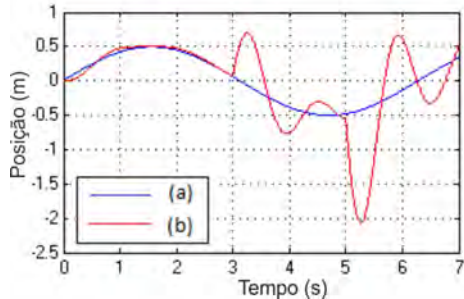


(c) Erro na direção  $x$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.

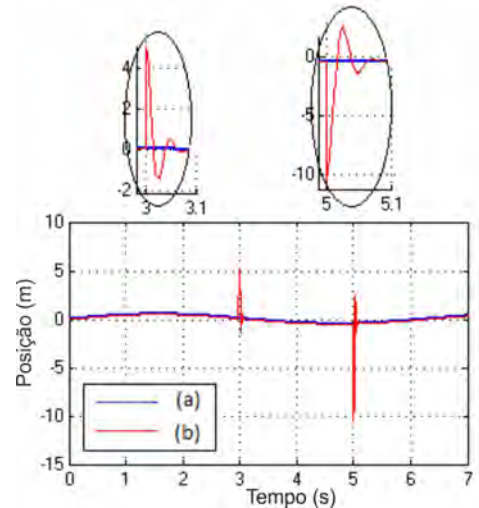


(d) Erro na direção  $x$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

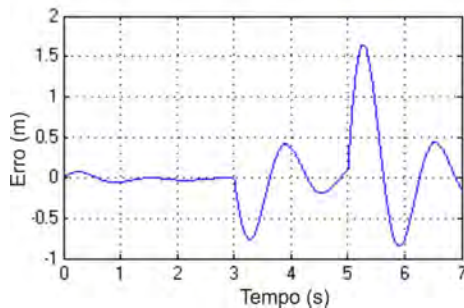
Figura 108: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



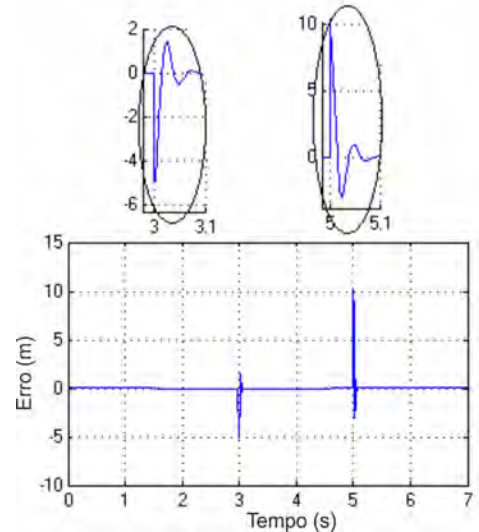
(a) Direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $y$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $y$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

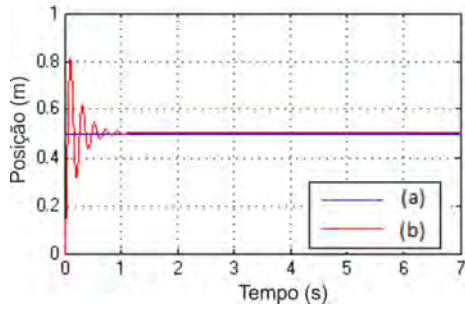
Figura 109: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

Figura 108a, Figura 108b, Figura 108c e Figura 108d. Nota-se o bom desempenho do sistema de controle em levar a aeronave de volta à referência quando sujeita às perturbações.

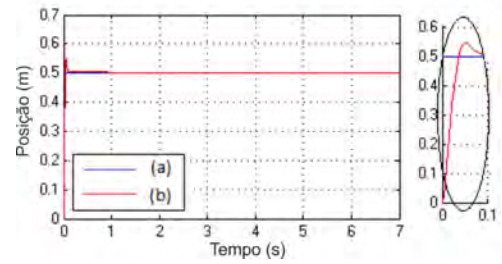
Nas Figura 109a e Figura 109b em relação a direção  $y$  do sistema. O eixo  $y$  sofre influência das perturbações horizontais, entretanto o sistema de controle consegue controlar as perturbações horizontais. Na direção  $y$ , o sistema de controle consegue amenizar a intensidade das perturbações horizontais com um tempo de 2 segundos no modelo FT e 0,1 segundos na EE, conforme destacado nas Figura 109c e Figura 109d.

Na direção  $z$ , o sistema não sofre influência das perturbações horizontais e se mantém com erros abaixo de 0,4 metros como pode ser visto nas Figura 110a, Figura 110b, Figura 110c e Figura 110d.

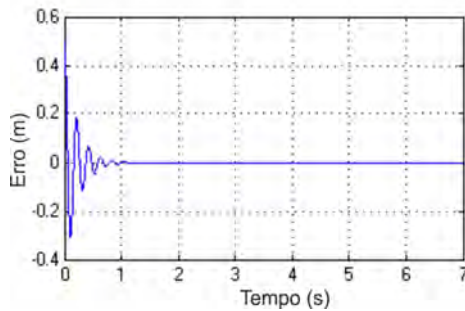




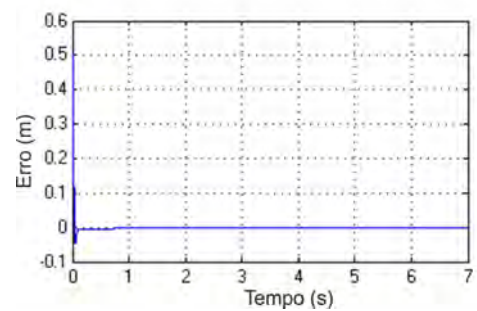
(a) Direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro na direção  $z$  ( $FT$ ).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro na direção  $z$  ( $EE$ ).  
Fonte: O Autor.

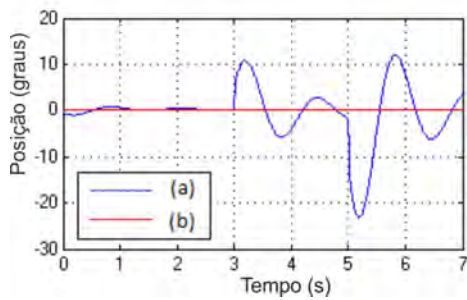
Figura 110: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .

Em ambas as modelagens da planta,  $FT$  e  $EE$ , o sistema de controle PID atua de maneira efetiva na regulação do ângulo  $\phi$  na ocorrência das perturbações horizontais, mantendo o erro nulo em praticamente todo o trajeto como pode ser visto nas Figura 111a, Figura 111b, Figura 111c e Figura 111d.

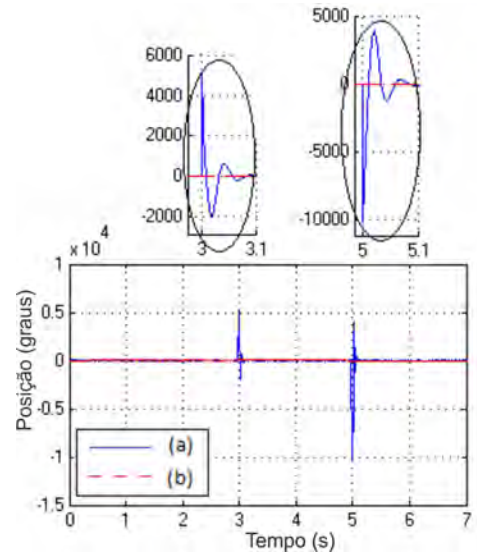
Nas Figura 112a a Figura 112d pode-se observar a trajetória desempenhada pela aeronave com relação ao ângulo  $\theta$ . Observa-se respostas rápidas com tempo de 0,1 segundos e erros nulos exceto nos instantes da aplicação das perturbações.

Não há movimentação da aeronave com relação ao ângulo  $\psi$  e os gráficos associados são suprimidos nesta seção.

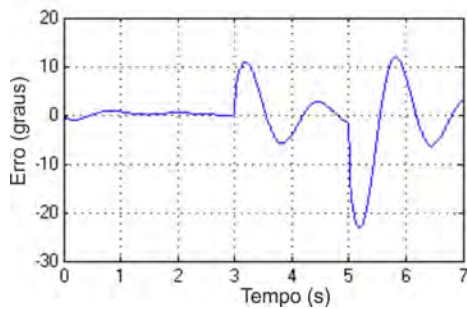
Pelo exposto, observa-se que o sistema de controle é capaz de fazer a aeronave rastrear a trajetória de referência ainda que sujeito à perturbações.



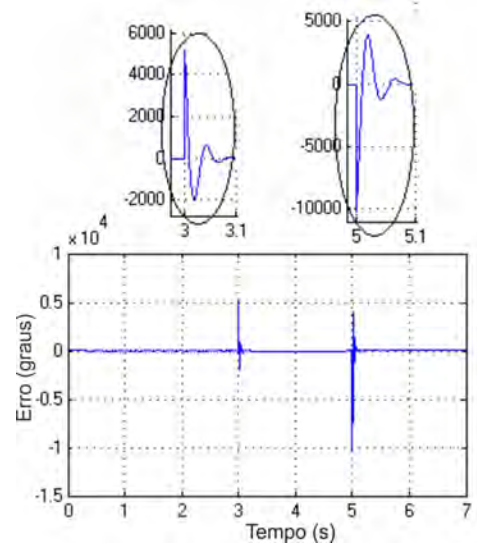
(a) Ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

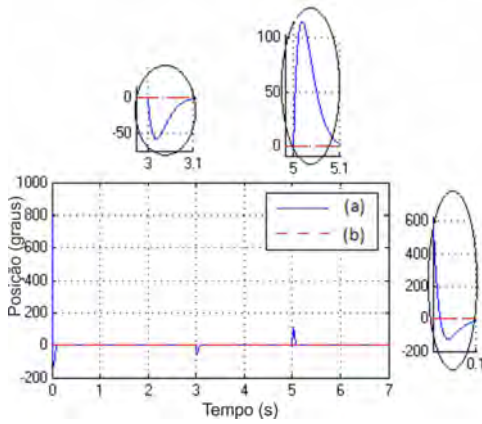


(c) Erro no ângulo  $\phi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

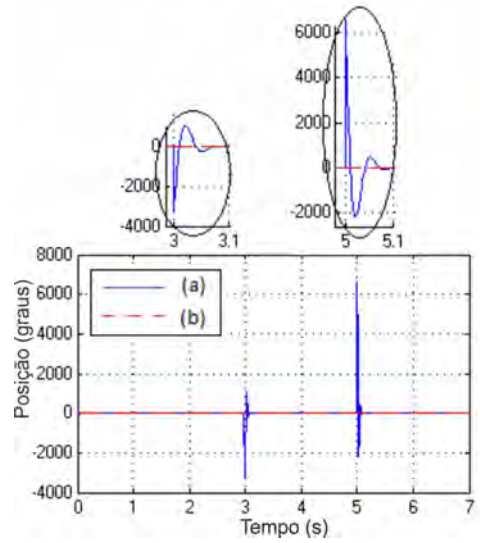


(d) Erro no ângulo  $\phi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

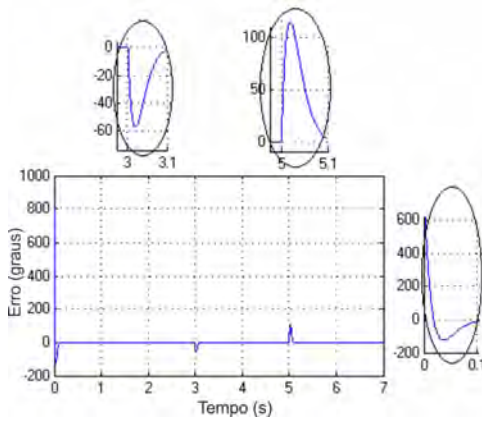
Figura 111: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



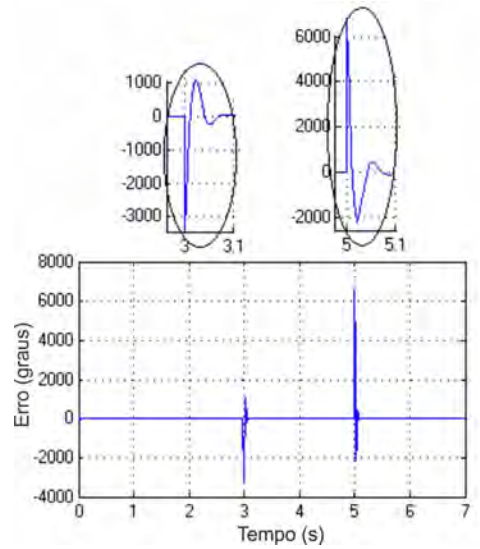
(a) Ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

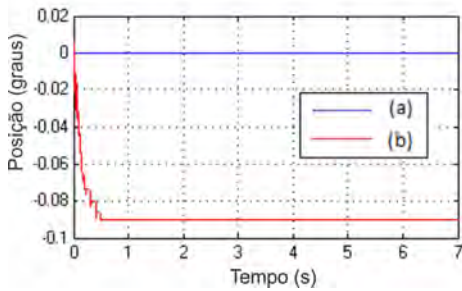


(c) Erro no ângulo  $\theta$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.

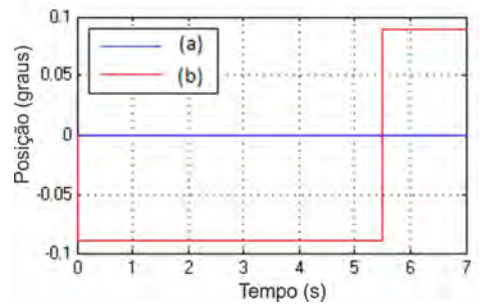


(d) Erro no ângulo  $\theta$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 112: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .



(a) Ângulo  $\psi$  (*FT*).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\psi$  (*EE*).  
Fonte: O Autor.

Figura 113: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .

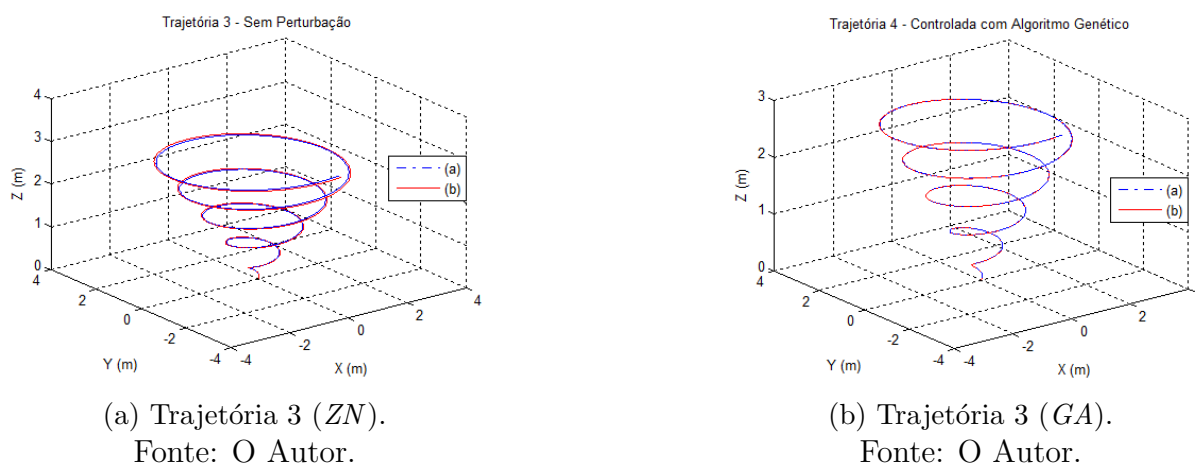


Figura 114: Comportamento da aeronave ao realizar a Trajetória 3.

## 6.5 Otimização de ganhos com algoritmos genéticos

Conforme já discutido anteriormente, um dos objetivos desta Dissertação é desenvolver um método para otimizar a sintonia dos controladores empregados. Para tal, propõe-se a aplicação do algoritmo genético descrito na Seção 5.4. Para observar a capacidade de generalização do GA, faz-se o processo de aprendizagem utilizando apenas a Trajetória 1, avaliando-se em seguida o desempenho da sintonia de ganhos para as outras três trajetórias.

As figuras que seguem apresentam a comparação dos desempenhos dos controladores sintonizados pelo método Ziegler-Nichels+ajuste empírico e com o algoritmo genético na realização da Trajetória 3, e a Tabela 14 resume os erros encontrados para as quatro trajetórias, com e sem perturbações, no emprego de ambos os métodos de sintonia.

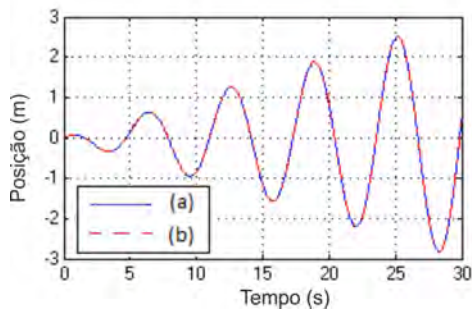
As Figura 114a e Figura 114b apresentam a execução da Trajetória 3 pela aeronave com os controladores sintonizados pelos dois métodos acima citados, com base na modelagem por espaço de estados. Pode-se perceber o melhor desempenho da aeronave quando controlada valendo-se dos ganhos obtidos a partir da otimização com o algoritmo genético.

As Figura 115a a Figura 115d evidenciam a movimentação da aeronave na direção  $x$ . Ao se observar especialmente os gráficos de erro, fica claro o melhor desempenho do sistema sintonizado pelo GA.

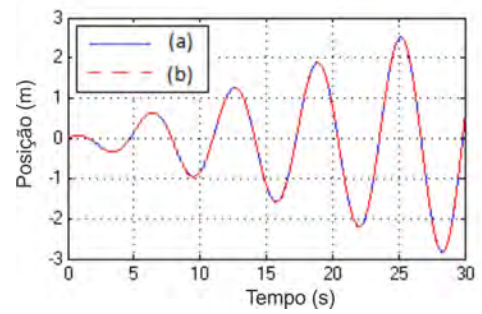
De maneira semelhante à direção  $x$ , observa-se na direção  $y$  o melhor comportamento do sistema quando sintonizado pelo algoritmo genético, tal como evidenciado nas Figura 116a a Figura 116d.

Na direção  $z$  ambas as sintonias levam a resultados semelhantes, fato evidenciado nas Figura 117a a Figura 117d.

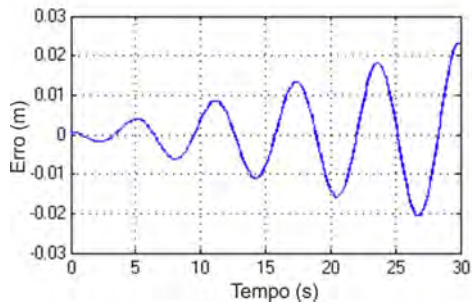
Na variação do ângulo  $\phi$ , tal como apresentado nas Figura 118a a Figura 118d, a sintonia



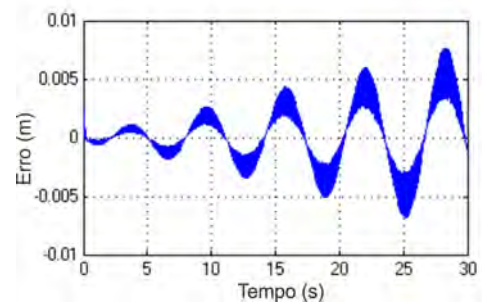
(a) Direção  $x$  (ZN).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $x$  (GA).  
Fonte: O Autor.

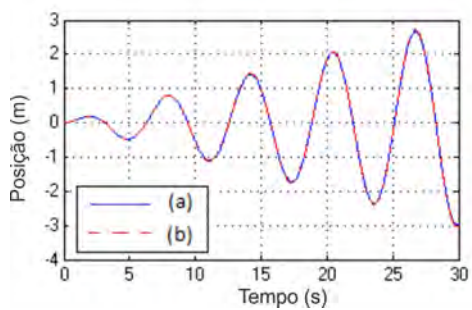


(c) Erro na direção  $x$  (ZN).  
Fonte: O Autor.

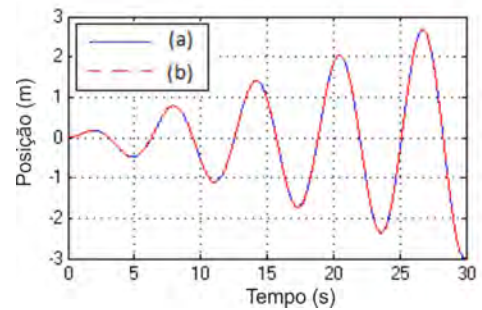


(d) Erro na direção  $x$  (GA).  
Fonte: O Autor.

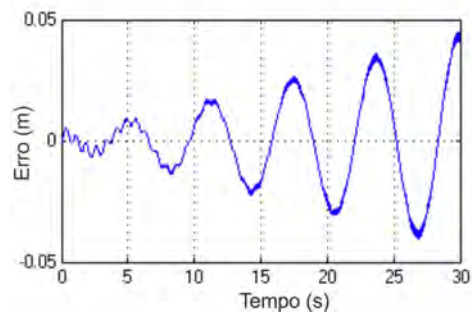
Figura 115: Deslocamento e erro na Direção  $x$ .



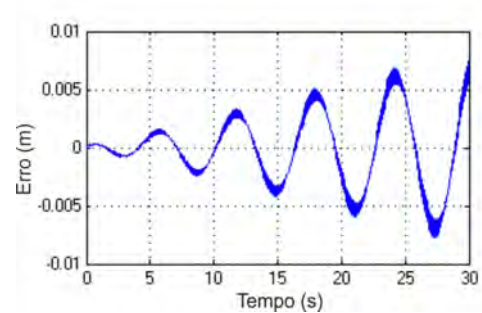
(a) Direção  $y$  (ZN).  
Fonte: O Autor.



(b) Direção  $y$  (GA).  
Fonte: O Autor.

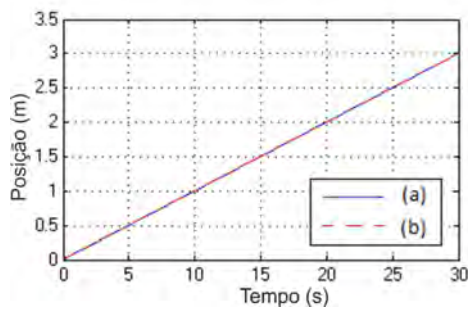


(c) Erro na direção  $y$  (ZN).  
Fonte: O Autor.

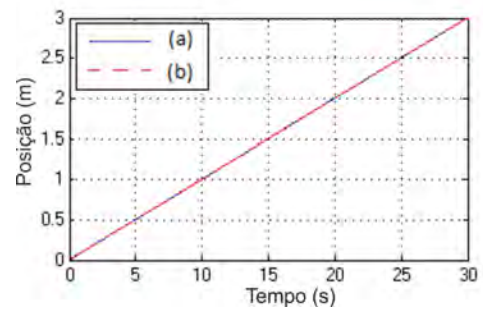


(d) Erro na direção  $y$  (GA).  
Fonte: O Autor.

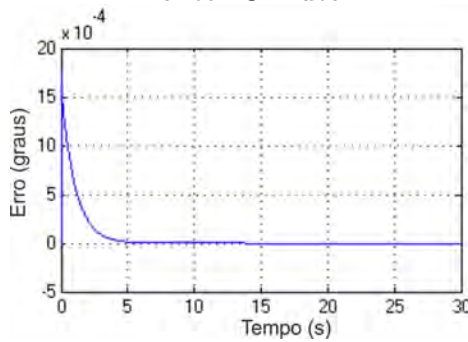
Figura 116: Deslocamento e erro na Direção  $y$ .

(a) Direção  $z$  ( $EE$ ).

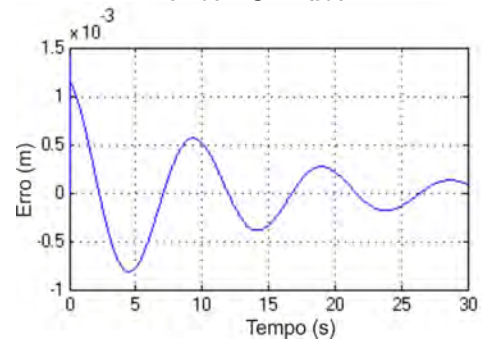
Fonte: O Autor.

(b) Direção  $z$  ( $GA$ ).

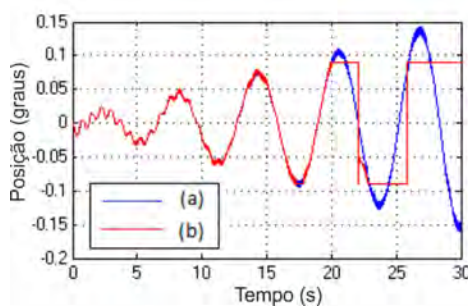
Fonte: O Autor.

(c) Erro na direção  $z$  ( $ZN$ ).

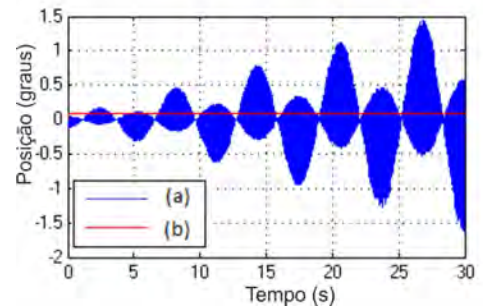
Fonte: O Autor.

(d) Erro na direção  $z$  ( $GA$ ).

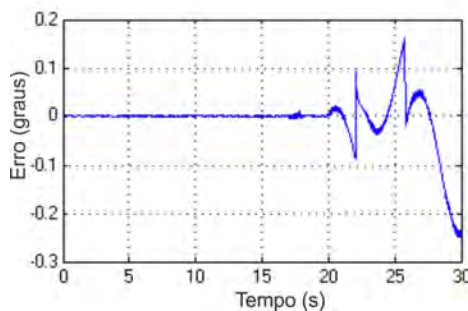
Fonte: O Autor.

Figura 117: Deslocamento e erro na Direção  $z$ .(a) Ângulo  $\phi$  ( $ZN$ ).

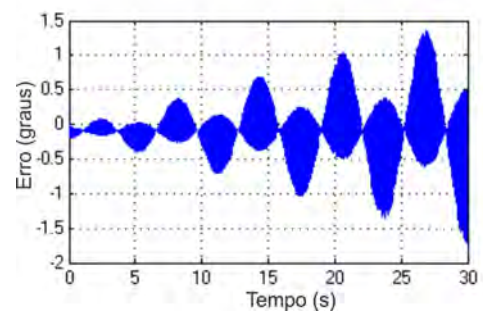
Fonte: O Autor.

(b) Ângulo  $\phi$  ( $GA$ ).

Fonte: O Autor.

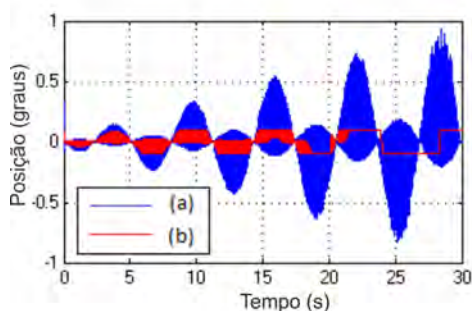
(c) Erro no ângulo  $\phi$  ( $ZN$ ).

Fonte: O Autor.

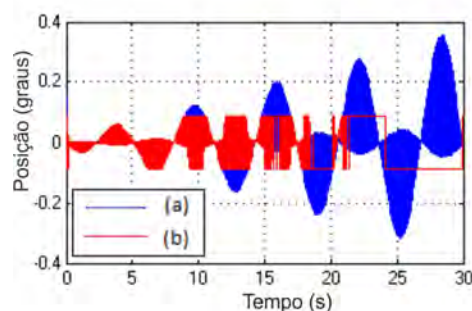
(d) Erro no ângulo  $\phi$  ( $GA$ ).

Fonte: O Autor.

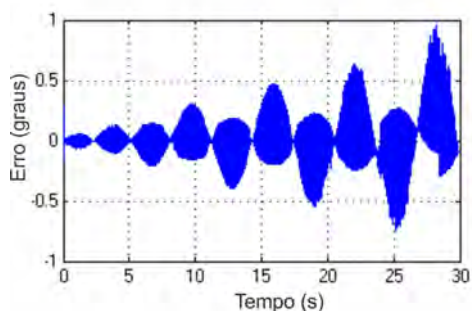
Figura 118: Deslocamento e erro no ângulo  $\phi$ .



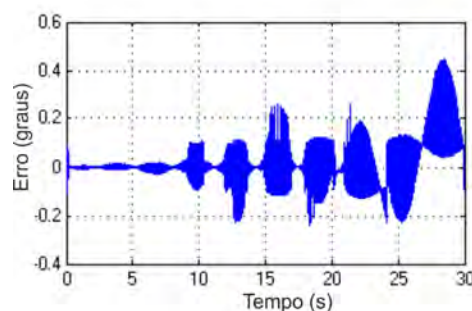
(a) Ângulo  $\theta$  (ZN).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\theta$  (GA).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro no ângulo  $\theta$  (ZN).  
Fonte: O Autor.



(d) Erro no ângulo  $\theta$  (GA).  
Fonte: O Autor.

Figura 119: Deslocamento e erro no ângulo  $\theta$ .

ZN apresenta resultados ligeiramente melhores.

As Figura 119a, Figura 119b, Figura 119c e Figura 119d evidenciam a regulação do ângulo  $\theta$  utilizando os controladores sintonizados pelos métodos ZN e GA. Observa-se o melhor desempenho do segundo.

O ângulo  $\psi$  é regulado de maneira semelhante em ambas as sintonias, tal como pode ser visto nas Figura 120a a Figura 120d.

Com o intuito de avaliar o desempenho do sistema de controle sintonizado com os dois métodos descritos anteriormente, a Tabela 14 apresenta os valores dos erros de distância médios encontrados na realização de todas as trajetórias descritas nas seções anteriores, com e sem as perturbações verticais e horizontais. Fica evidente o melhor desempenho da sintonia utilizando algoritmo genético, que alcança erros menores para todas as situações consideradas.

### 6.5.1 Perturbações aleatórias

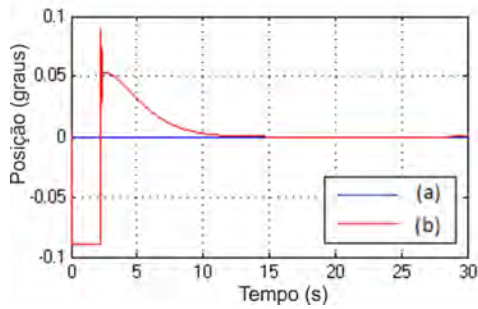
Embora os resultados apresentados nas seções anteriores comprovem a eficiência do esquema de controle proposto para fazer a aeronave rastrear diferentes tipos de trajetórias, bem como superar perturbações aplicadas nos planos vertical e horizontal, eles não evidenciam a

Tabela 14: Erro médio de distância para cada trajetória efetuada pelos controladores.

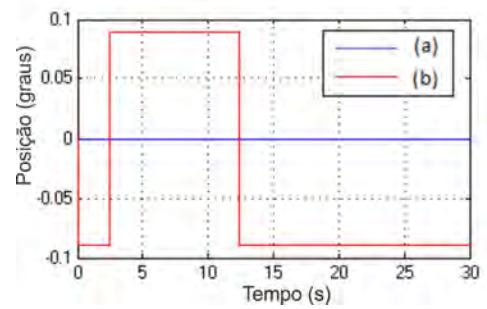
<b>Trajectoria 1</b>			
Sintonia	Perturbações nulas	Perturbações Verticais (m)	Perturbações Horizontais (m)
FT	0,0536	0,0458	0,3416
EE	0,0957	0,7734	4,4065
GA	0,0038	0,0075	0,0129
<b>Trajectoria 2</b>			
Sintonia	Perturbações nulas	Perturbações Verticais (m)	Perturbações Horizontais (m)
FT	0,1278	0,1756	0,4470
EE	2,9864	3,1215	5,0484
GA	0,0128	0,0305	0,0996
<b>Trajectoria 3</b>			
Sintonia	Perturbações nulas	Perturbações Verticais (m)	Perturbações Horizontais (m)
FT	0,0518	0,0575	0,0680
EE	0,7253	0,8303	0,7300
GA	0,0021	0,0081	0,0099
<b>Trajectoria 4</b>			
Sintonia	Perturbações nulas	Perturbações Verticais (m)	Perturbações Horizontais (m)
FT	0,5090	0,5089	0,5091
EE	0,2141	0,2262	0,3291
GA	0,0042	0,0122	0,0140

Fonte: O Autor.

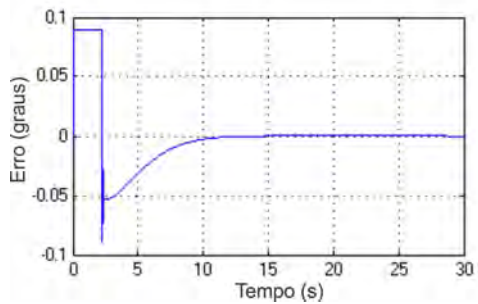




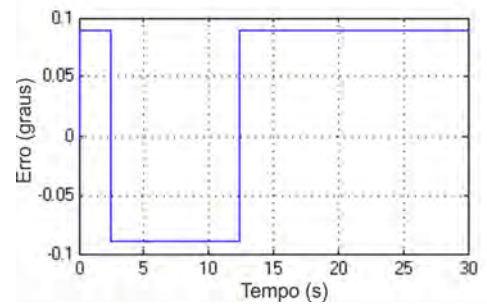
(a) Ângulo  $\psi$  (ZN).  
Fonte: O Autor.



(b) Ângulo  $\psi$  (GA).  
Fonte: O Autor.



(c) Erro no ângulo  $\psi$  (ZN).  
Fonte: O Autor.

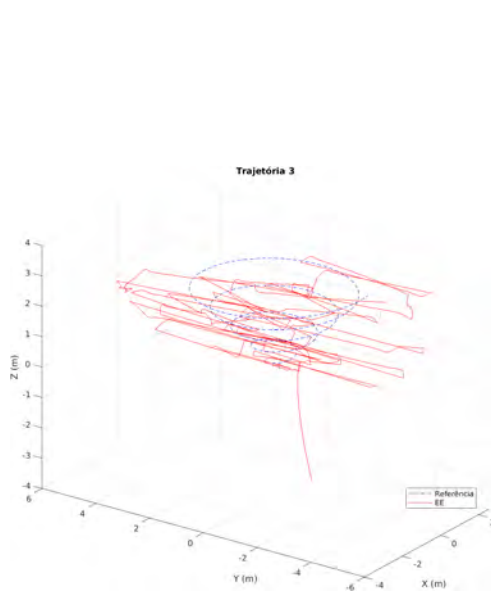


(d) Erro no ângulo  $\psi$  (GA).  
Fonte: O Autor.

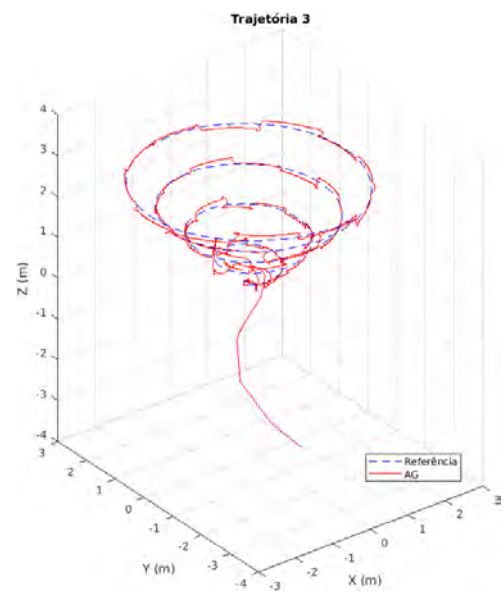
Figura 120: Deslocamento e erro no ângulo  $\psi$ .

capacidade da aeronave em superar perturbações com intensidade e orientação aleatórias, algo muito importante no que diz respeito a aeronaves não tripuladas tais como o quadricóptero considerado nesta Dissertação, pois emulam situações de ventos diversos atuando sobre a aeronave enquanto realiza voo. Desse modo, esta seção apresenta resultados de simulação obtidos para o seguimento das quatro trajetórias apresentadas anteriormente com a aeronave sujeita à perturbações aleatórias ao longo do trajeto, emuladas através de ruído branco. Dá-se especial atenção à comparação entre o desempenho do sistema sintonizado pelos métodos ZN e GA.

As Figura 121a e Figura 121b apresentam as realizações da Trajetória 3 pela aeronave sujeita à perturbações aleatórias, utilizando-se o modelo EE, para ambas as sintonias discutidas anteriormente. Pode-se perceber com facilidade a melhor capacidade do sistema sintonizado pelo GA em rastrear o trajeto de referência. De maneira mais detalhada, a Figura 122 ostenta a distância entre a trajetória de referência e aquela efetuada pelo veículo. Adicionalmente, a Tabela 15 resume os erros encontrados na realização das Trajetórias 1 a 4 sujeitas à perturbações aleatórias. Fica evidente o melhor desempenho do sistema sintonizado utilizando GA.



(a) Trajetória 3 (ZN).  
Fonte: O Autor.



(b) Trajetória 3 (GA).  
Fonte: O Autor.

Figura 121: Desempenho com Perturbações Aleatórias.

Tabela 15: Erro médio de distância para cada trajetória efetuada pelos controladores ZN e GA, utilizando o modelo EE, sujeitas a perturbações aleatórias.

<b>Trajetória 1</b>	
Sintonia	Erro (m)
EE	1,6732
GA	0,1071
<b>Trajetória 2</b>	
Sintonia	Erro (m)
EE	6,6786
GA	0,0587
<b>Trajetória 3</b>	
Sintonia	Erro (m)
EE	2,1191
GA	0,0844
<b>Trajetória 4</b>	
Sintonia	Erro (m)
EE	0.5694
GA	0.0194

Fonte: O Autor.

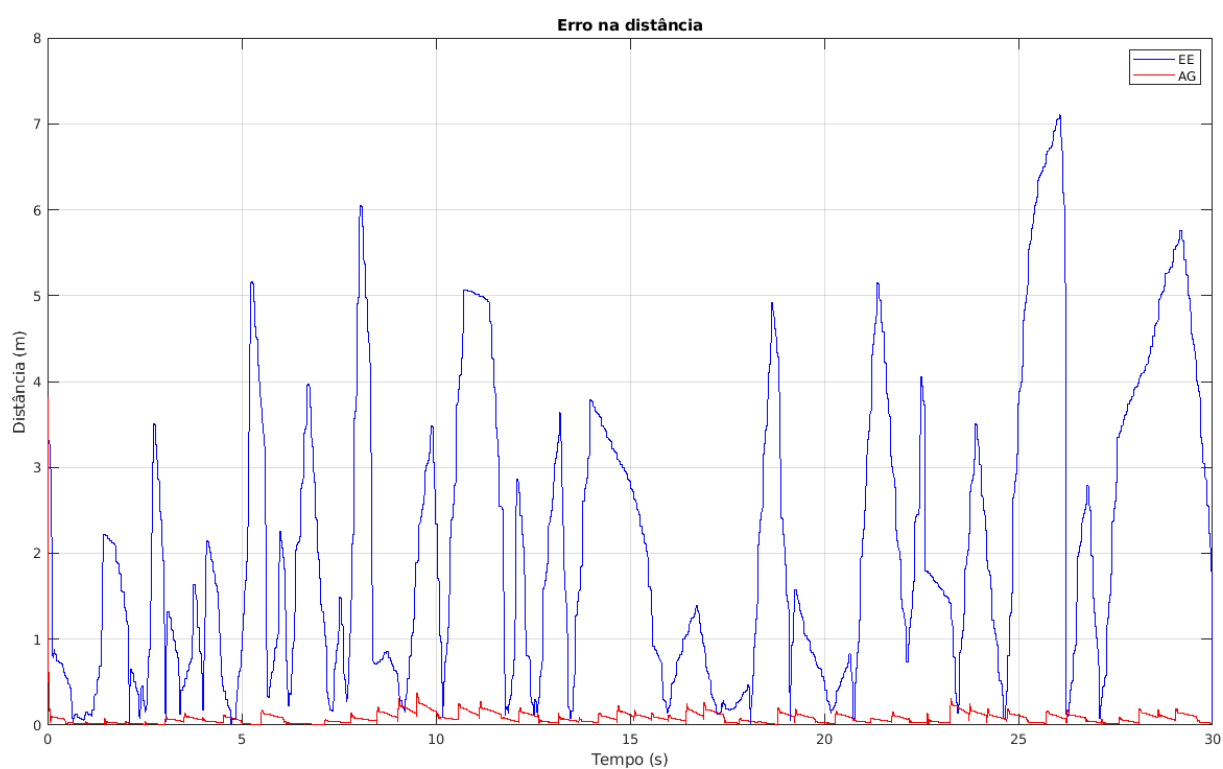


Figura 122: Erros encontrados no desempenho da Trajetória 3 utilizando as sintonias por ZN e GA

Fonte: O Autor.

## 7 CONCLUSÃO

Nesta Dissertação são apresentadas a modelagem, o planejamento de trajetórias e o controle para seguimento das mesmas para um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero.

A modelagem é baseada na mecânica Lagrangeana e o planejamento de trajetórias é feito com base em parametrização polinomial para geração de trajetórias exequíveis suaves.

A estrutura de controle é especificada em cascata para realizar atuação nas translação e atitude do quadricóptero, e vale-se de controladores do tipo proporcional-integral-derivativo para manipular as seis variáveis necessárias.

A sintonia dos controladores é realizada de duas maneiras, a saber: utilizando-se o método de Ziegler-Nichols e através de otimização com algoritmo genético.

Resultados de emulações computacionais são apresentados com base em quatro trajetórias distintas com paralelo em aplicações reais, avaliando-se a capacidade do esquema proposto em fazer a aeronave desempenhá-las sujeitas ou não à perturbações. Adicionalmente, simulações considerando perturbações aleatórias ao longo de todas as trajetórias são realizadas, provendo as bases para a comparação do desempenho das diferentes sintonias empregadas nos controladores.

Os resultados comprovam a exequibilidade do modelo e o melhor desempenho da otimização de ganhos realizada com o algoritmo genético, e dão base para experimentação futura.

### 7.1 Trabalhos futuros

Como resultado prático desta Dissertação, figura um modelo computacional para as dinâmica e cinemática de veículos quadricópteros facilmente extensível a diferentes modelos, sendo de fácil parametrização e adaptação. Além do modelo da aeronave em si, a estrutura de controle por ações proporcionais-integrais-derivativas é parte do modelo. Desse modo, a implementação computacional desenvolvida nesta Dissertação pode servir de base para realizações futuras tais como:

O modelo implementado pode ser facilmente parametrizado para representar diferentes veículos existentes, bem como adaptado para incluir eventuais diferenças que possam existir entre eles, ou mesmo para detalhar dinâmicas adicionais tais como aquelas dos motores, os sinais elétricos para atuação sobre o sistema, etc;

Outras estruturas de controle propostas para veículos quadricópteros podem facilmente ser testadas computacionalmente utilizando o modelo aqui desenvolvido;

Emulações do tipo *sym-to-real* fornecem uma maneira de simulação física de sistemas robóticos, jogos, efeitos visuais e aprendizado de máquina, com foco na transferência da simulação para o robô real [68]. Nesse sentido, podem ser encaradas como uma etapa de simulação que aproxima a validação do sistema de realizações experimentais. O modelo aqui desenvolvido pode ser utilizado em conjunto com ferramentas tais como o PyBullet, que é um módulo Python com objetivos *sym-to-real*, para realizar este tipo de emulação;

O modelo desenvolvido provê bases de comparação para validações experimentais de aeronaves do tipo quadricóptero para planejamento e seguimento de trajetórias. Ademais, a partir de medidas experimentais pode-se melhor ajustar os modelos aqui propostos, em especial observar qual dos dois modelos da planta implementados é eventualmente mais condizente com o sistema físico.

## REFERÊNCIAS

- [1] WEISS, M. C.; BERNARDES, R. C.; CONSONI, F. L. Cidades inteligentes como nova prática para o gerenciamento dos serviços e infraestruturas urbanos: a experiência da cidade de porto alegre. *Revista Brasileira de Gestão Urbana*, v. 7, n. 3, p. 310–324, 2015.
- [2] COSTA, J. A. F. D. *Análise dos impactos energéticos de veículos autônomos*. Tese (Doutorado) — Universidade de Lisboa, 2018.
- [3] MAIA, I. C. P. S. *Veículos autônomos: dos impactos à definição de estratégias de política e planeamento urbano*. Tese (Doutorado) — Universidade do Minho, 2018.
- [4] NOURINEJAD, M.; BAHRAMI, S.; ROORDA, M. J. Designing parking facilities for autonomous vehicles. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 109, p. 110–127, 2018.
- [5] RASHID, M. M. et al. Autonomous 4wd smart car parallel self-parking system by using fuzzy logic controller. *American International Journal of Sciences and Engineering Research*, v. 2, n. 2, p. 1–31, 2019.
- [6] MINUCIO, L. *Regulamentação dos Drones – Esclarecendo tudo*. dez. Acesso em: 15.12.2020. Disponível em: <https://www.anatel.gov.br/Portal/verificaDocumentos/documento.aspx?numeroPublicacao=\breaklinks346061&pub=original&filtro=1&documentoPath=346061.pdf>.
- [7] LIMA, G. V. Planejamento de trajetórias para quadricópteros em tarefas de perseguição. *Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia*, 2019.
- [8] PETRY, G. R. Navegação de um robô móvel em ambiente semi-estruturado. *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Controle e Automação, COMGRAD-CCA, Universidade Federal do Rio Grande do Sul*, 2019.
- [9] PINTO, R. M. Geração e controle de trajetória ponto a ponto para veículos agrícolas de grande porte. *Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo*, 2018.
- [10] SANTOS, A. S. Planejamento de caminhos para robôs móveis em ambientes acidentados. *Dissertação de Mestrado em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto*, 2019.

- [11] MOON, J.; BAE, I.; KIM, S. Automatic parking controller with a twin artificial neural network architecture. *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi Limited, v. 2019, p. 1–18, set. 2019.
- [12] ZHANG, J. et al. Trajectory planning and tracking control for autonomous parallel parking of a non-holonomic vehicle. *Measurement and Control*, SAGE Publications, p. 002029402094496, ago. 2020.
- [13] ANAC, A. N. de A. C. *RBAC-E94 - Regulamento Brasileiro da Aviação Civil Especial Emenda número 1 - Requisitos gerais para aeronaves não tripuladas de uso civil*. 2021.
- [14] ANAC, A. N. de A. C. *ANACpédia*. 2021. [www2.anac.gov.br/anacpedia/apresentacao.html](http://www2.anac.gov.br/anacpedia/apresentacao.html).
- [15] VELOSA, C. M. N. *Controlo da Posição e da Atitude de um Quadrotor por Referências Programáveis*. 2011. 133 f. Dissertação (mestrado) - Mestrado em Engenharia Aeronáutica, Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal.
- [16] BENIGNO, T. C. P. *Modelagem Matemática e Controle de Atitude e Posição do Quadrotor*. 2015. 72 f. Dissertação (mestrado) - Mestrado em Sistemas de Comunicação e Automação, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró-RN.
- [17] SANKET N. J.; SINGH, C. D. *Hands On Autonomous Aerial Robotics - University of Maryland*. dez. Acesso em: 18.12.2020. Disponível em: <http://prg.cs.umd.edu/ena788m>.
- [18] TAROT, T. *Tarot Frame*. dez. Acesso em: 18.12.2020. Disponível em: <http://www.tarotrc.com/Product/?Lang=en&CategoryId=90dbe451-411d-4848-a7fb-004703d8894e>.
- [19] PIZETTA IGOR H. B.; BRANDÃO, A. S. F. M. S. *Modelagem e Controle de Quadrimotor PVTOL Transportando uma Carga Suspensa*. 6 f. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória-ES.
- [20] LIMA, G. V. *Modelagem Dinâmica e Controle para Navegação de um Veículo Aéreo não Tripulado do tipo Quadricóptero*. 2015. 102 f. Dissertação (mestrado), Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.
- [21] KOGA, M. D. F. *Projeto e Construção de um Quadricóptero*. 2013. 25 f. Trabalho de Conclusão de Matéria - Curso de Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo-SP.

- [22] MONTEIRO, J. C. E. *Modelagem e Controle de um Veículo Quadricóptero*. 2015. 90 f. Trabalho de Conclusão de Curso (monografia) - Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ.
- [23] RODRIGUES, H. K. *Elaboração de Projeto para Construção de Quadricóptero Autônomo Eficiente*. 2014. 41 f. Trabalho de Conclusão de Matéria - Graduação em Engenharia Elétrica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo-SP.
- [24] ARDUCOPTER. *Software Arducopter*. dez. Acesso em: 18.12.2020. Disponível em: <https://ardupilot.org/copter/>.
- [25] PARROT, A. *Parrot Ar.Drone*. dez. Acesso em: 18.12.2020. Disponível em: <https://www.parrot.com/us>.
- [26] DJI, P. . *Phantom 3 Standard Especificações*. dez. Acesso em: 18.12.2020. Disponível em: [https://www.dji.com/br/phantom-3-standard?site=brandsite&from=landing\\_page](https://www.dji.com/br/phantom-3-standard?site=brandsite&from=landing_page).
- [27] KRANJEC, J. *Online Food Delivery Market to Hit \$151.5B in Revenue and 1.6B users in 2021, a 10% Jump in a Year*. 2021. <https://stockapps.com/blog/2021/01/05/online-food-delivery-market-to-hit-151-5b-in-revenue-and-1-6bn-users-in-2021-a-10-jump\\-in-a-year/>.
- [28] SCHNEIDER, D. The delivery drones are coming. *IEEE Spectrum*, v. 57, n. 1, p. 28–29, 2020.
- [29] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5a ed. [S.l.]: São Paulo: Pearson, 2010.
- [30] LIMA, G. V. *Planejamento de Trajetórias para Quadricópteros em Tarefas de Perseguição*. 2019. 115 f. Dissertação (Doutorado), Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.
- [31] MARTINS, F. F. *Planejamento de Trajetória, Controle de Seguimento de Trajetória e Interface Gráfica de Simulação para Veículos Aéreos não-Tripulados*. 2017. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (monografia) - Curso de Graduação em Engenharia Elétrica com Habilitação em Robótica e Automação Industrial, Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG.
- [32] O'DWYER, A. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. [S.l.]: Imperial College Press, 2009.






- [33] SILVA, W. S.; CASTRO, T. S. Modelagem matemática de quadricópteros através da análise de sistemas dinâmicos no espaço de estados Navier-Stokes equations. *Revista Multiverso*, p. 12, 2018.
- [34] NISE, N. S. *Engenharia de Sistemas de Controle*. [S.l.]: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Uma editora integrante do GEN/ Grupo Editorial Nacional, 2009.
- [35] ENGELBRECHT, A. P. *Computational intelligence: an introduction*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.
- [36] PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. *Fuzzy systems engineering: toward human-centric computing*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.
- [37] GOLDBERG, D. E. Genetic algorithms in search. *Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley Publishing Co. Inc., 1989.
- [38] PACHECO, M. A. C. et al. Algoritmos genéticos: princípios e aplicações. *ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada. Departamento de Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Fonte desconhecida*, p. 28, 1999.
- [39] LINDEN, R. *Algoritmos genéticos (2a edição)*. [S.l.]: Brasport, 2008.
- [40] ARGENTO, E. V.; VIEIRA, R. P. *Estacionamento autônomo de robôs móveis tipo carro sujeitos a restrições não holonômicas*. [S.l.], 2021.
- [41] BLICKLE, T. *Theory of evolutionary algorithms and application to system synthesis*. [S.l.]: vdf Hochschulverlag AG, 1997.
- [42] DAVIS, L. Handbook of genetic algorithms. CumInCAD, 1991.
- [43] MICHALEWICZ, Z. *Genetic algorithms+ data structures= evolution programs*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- [44] SILVA, L. F. da. Planejamento Ótimo de trajetórias para um robô escalador. *Dissertação de Mestrado em Engenharia de Sistemas, Universidade de São Paulo*, 2019.
- [45] HEIDARI, H.; SASKA, M. Trajectory planning of quadrotor systems for various objective functions. *Robotica*, Cambridge University Press, v. 39, n. 1, p. 137–152, 2021.
- [46] ZJUP, C.-I. et al. Survey of uav motion planning. v. 2, p. 14–21, 03 2020.

- [47] ELMOKADEM, T.; SAVKIN, A. V. Towards fully autonomous uavs: A survey. *Sensors*, v. 21, n. 18, 2021. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/21/18/6223>>.
- [48] SAYYAADI, H.; SOLTANI, A. Decentralized polynomial trajectory generation for flight formation of quadrotors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, v. 231, n. 4, p. 690–707, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1464419317694277>>.
- [49] SHAFEI, A.; SHAFEI, H. A systematic method for the hybrid dynamic modeling of open kinematic chains confined in a closed environment. *Multibody System Dynamics*, v. 38, 09 2016.
- [50] DEMIRLI, K.; KHOSHNEJAD, M. Autonomous parallel parking of a car-like mobile robot by a neuro-fuzzy sensor-based controller. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 160, n. 19, p. 2876–2891, 2009.
- [51] GOODRICH, M. et al. Supporting wilderness search and rescue using a camera-equipped mini uav: Research articles. *Journal of Field Robotics*, v. 25, p. 89 – 110, 02 2008.
- [52] BOUABDALLAH, S.; NOTH, A.; SIEGWART, R. Pid vs lq control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In: *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566)*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 2451–2456 vol.3.
- [53] JANECKI, D. Globally stable and exponentially convergent adaptive control. *International Journal of Control*, Taylor Francis, v. 43, n. 2, p. 601–613, 1986. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207178608933487>>.
- [54] AMMAR, N. B.; BOUALLÈGUE, S.; HAGGÈGE, J. Modeling and sliding mode control of a quadrotor unmanned aerial vehicle. In: . [S.l.: s.n.], 2016.
- [55] HERRERA, M. et al. Sliding mode control: An approach to control a quadrotor. In: *2015 Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 314–319.
- [56] RABHI, A.; CHADLI, M.; PEGARD, C. Robust fuzzy control for stabilization of a quadrotor. In: *2011 15th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 471–475.

- [57] CHENG, L. L.; LIU, H. B. Examples of quadrocopter control on ros. In: *2015 IEEE 9th International Conference on Anti-counterfeiting, Security, and Identification (ASID)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 92–96.
- [58] FLOREK, M. et al. Comparing approaches to quadrocopter control. In: *2014 23rd International Conference on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region (RAAD)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.
- [59] PRAVEEN, V.; PILLAI, A. Modeling and simulation of quadcopter using pid controller. v. 9, p. 7151–7158, 01 2016.
- [60] CEDRO, L.; WIECZORKOWSKI, K. Optimizing pid controller gains to model the performance of a quadcopter. *Transportation Research Procedia*, v. 40, p. 156–169, 2019. ISSN 2352-1465. TRANSCOM 2019 13th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352146519301875>>.
- [61] PARK, D. et al. Online tuning of pid controller using a multilayer fuzzy neural network design for quadcopter attitude tracking control. *Frontiers in Neurorobotics*, v. 14, p. 118, 2021. ISSN 1662-5218. Disponível em: <<https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fnbot.2020.619350>>.
- [62] SILVA, A. T. da. *controle de posição com restrição à orientação de um veículo aéreo não-tripulado tipo quadricóptero*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014.
- [63] NIKU, S. B. *An introduction to robotics : analysis, control, applications - 2nd ed.* [S.l.]: Pearson Education, Inc, 2010.
- [64] HOUCK, C. R.; JOINES, J.; KAY, M. G. A genetic algorithm for function optimization: a matlab implementation. *Ncsu-ie tr*, v. 95, n. 09, p. 1–10, 1995.
- [65] MATLAB. *version 9.4.0 (R2018a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2018.
- [66] Parrot S.A. *Parrot AR Drone 2.0 User's Guide*. 174 quai de Jemmapes, Paris, França, 2021.
- [67] Parrot S.A. *Parrot S.A.* 2021.
- [68] MICHALIK, R.; JANOTA, A. The PyBullet module-based approach to control the collaborative YuMi robot. In: *2020 ELEKTRO*. IEEE, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/elektro49696.2020.9130233>>.

## ANEXO A - Certidão de Cadastro de Aeronave Não Tripulada

	REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL FEDERATIVE REPUBLIC OF BRAZIL AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL NATIONAL CIVIL AVIATION AGENCY	
<b>CERTIDÃO DE CADASTRO DE AERONAVE NÃO TRIPULADA – USO NÃO RECREATIVO</b> UNMANNED AIRCRAFT INSCRIPTION CERTIFICATE – NON-RECREATIONAL		
<p>Esta certidão de cadastro, emitida de acordo com o RBAC-E nº 94, é válida até <b>09/08/2021</b>, salvo em caso de cancelamento, suspensão ou revogação pela Autoridade de Aviação Civil Brasileira.</p> <p>This inscription Certificate, issued in accordance with RBAC-E nr. 94, shall remain valid <b>08/08/2021</b>, unless it is cancelled, suspended or revoked by the Brazilian Civil Aviation Authority.</p> <p>Operador (Operator) <b>WELINGTON DE SOUZA SILVA</b></p> <p>CPF (document): [REDACTED]</p>	<p>Nº do cadastro (Inscription Number): <b>PP-[REDACTED]</b></p> <p>Uso (Purpose): não recreativo (non-recreational) Ramo de atividade (Business): Aerofotografia Fabricante (Maker): DJI Modelo (Model): Phantom 3 Nº de série (Serial Number): P3AUDJ210100HD Peso máximo de decolagem (MTOW): 1,22 kg Foto (Picture):</p> 	
<p><b>O descumprimento da regulamentação aplicável pode ensejar consequências administrativas, civis e/ou criminais para o infrator.</b></p>	<p>Informações adicionais (additional information):</p>	
<p>O detentor desta certidão de cadastro (o operador), ou aquele com quem for compartilhada sua aeronave, é considerado apto pela ANAC a realizar voos <b>recreativos e não recreativos</b> no Brasil, com a aeronave não tripulada acima identificada, em conformidade com os regulamentos aplicáveis da ANAC. É responsabilidade do operador tomar as providências necessárias para a operação segura da aeronave, assim como conhecer e cumprir os regulamentos do DECEA, da Anatel, e de outras autoridades competentes.</p>		
<p>The holder of this inscription certificate (the operator), or the person with whom this aircraft is shared, is considered apt by Brazilian Civil Aviation Authority to perform <b>recreational and non-recreational</b> flights in Brazil, using the above identified unmanned aircraft, in conformity with the applicable regulations of Brazilian Civil Aviation Authority. It's the operator's responsibility to take the necessary actions to ensure a safe operation, as well as know and comply with the regulations of air traffic control (ATC), telecommunications, and other competent authorities.</p>		
<p>A validade desta certidão pode ser verificada pelo link <a href="https://sistemas.anac.gov.br/SISANT/Aeronave/ConsultarAeronave">https://sistemas.anac.gov.br/SISANT/Aeronave/ConsultarAeronave</a></p>		
<p>Local e data de emissão (Place and date of issue) Brasília, 23 de julho de 2019 Brasília, July 23rd, 2019</p>		
<p>Esta certidão de cadastro não é válida para aeronaves não tripuladas acima de 25 kg de peso máximo de decolagem, ou em voos além da linha de visão visual (BVLOS) ou acima de 400 pés ou 120 metros acima do nível do solo (AGL). This inscription certificate is not valid for unmanned aircraft of more than 25 kg maximum takeoff weight, or flying beyond visual line of sight (BVLOS) or over 400 feet or 120 meters above ground level (AGL).</p>		

## ANEXO B - Modelo de Solicitação de Voo pela DECEA

## SOLICITAÇÃO DE VOO #0759F9

EM ANÁLISE

---

### Operação

- Solicitante: **Leonardo Felipe Minuio**
- Objetivo: **FOTO/FILMAGEM**
- Tipo/Regra: **VLOS/V**
- Payload:

### Equipamento

- Nº SISANT: [REDACTED]

Ver Certificado SISANT

---

### Localização

- Decolagem
  - Lat: **-23.581747**
  - Lng: **-46.606746**
- Destino
  - Lat: **-23.581747**
  - Lng: **-46.606746**
- Área: **50m**
- Altura: **50ft**

### Piloto

- Nome: **Leonardo Felipe Minuio**
- Código: [REDACTED]
- CPF: **326.777.54**

---

### Janela de Operação

Data	Inicio	Fim
29.06.2017	13:30 UTC	17:30 UTC



**Departamento de Controle do Espaço Aéreo**  
CONSTITUÍDO EM 1964



---

### Comunicações

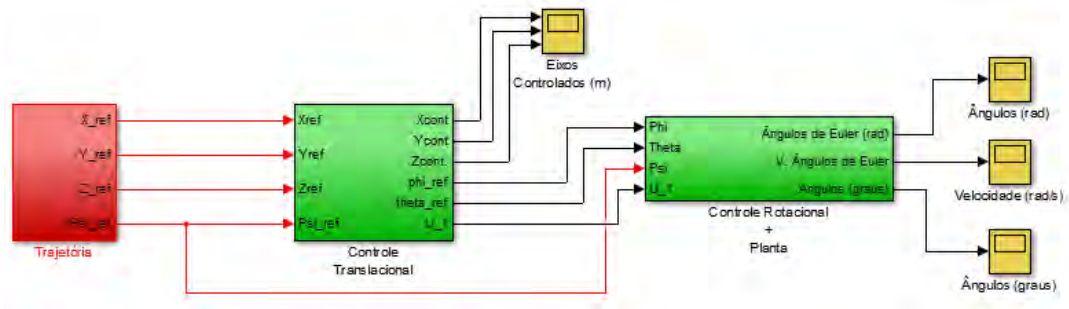
- Código de Chamada: [REDACTED]
- ATS: **NÃO SE APLICA**
- Piloto: **NÃO SE APLICA**

---

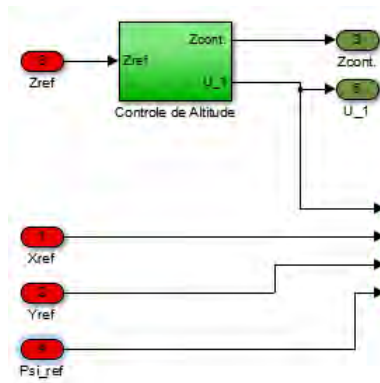
### RPS (1)

RPS	Lat/Lng	Telefone
Leonardo Felipe Minuio	-23.581747, -46.606746	(1) [REDACTED]

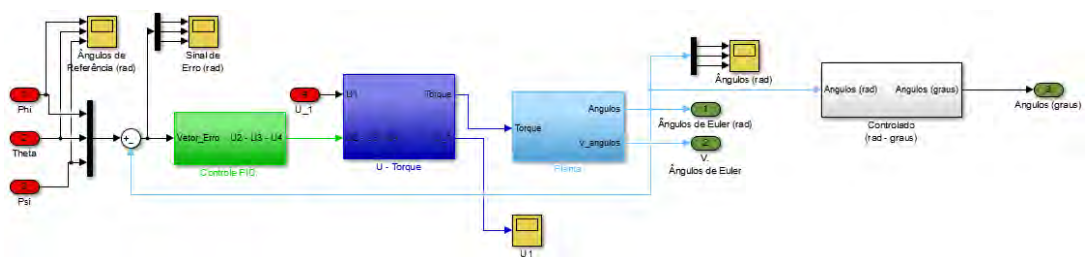
ANEXO C - Telas no Simulink



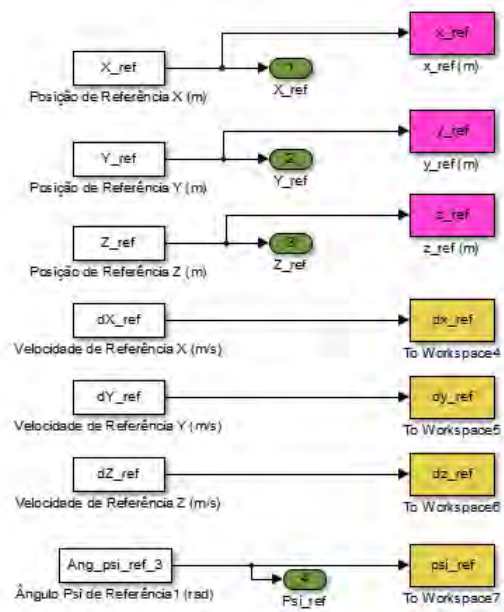
Tela - Principal



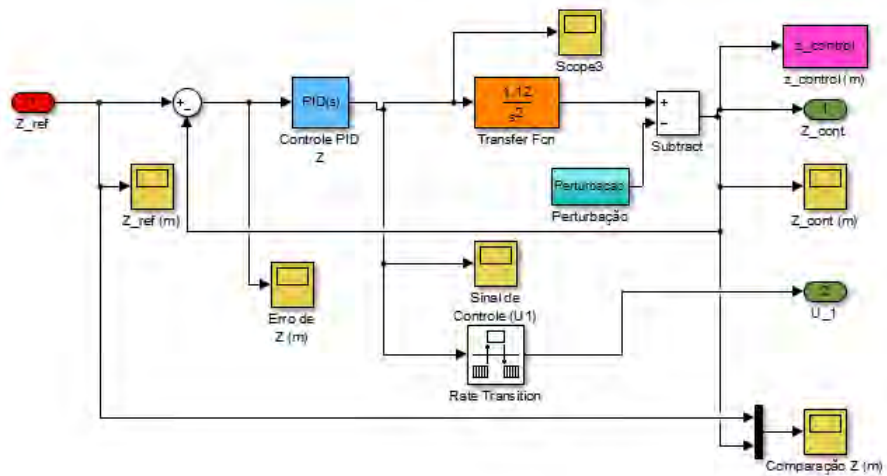
Tela - Controle Translacional



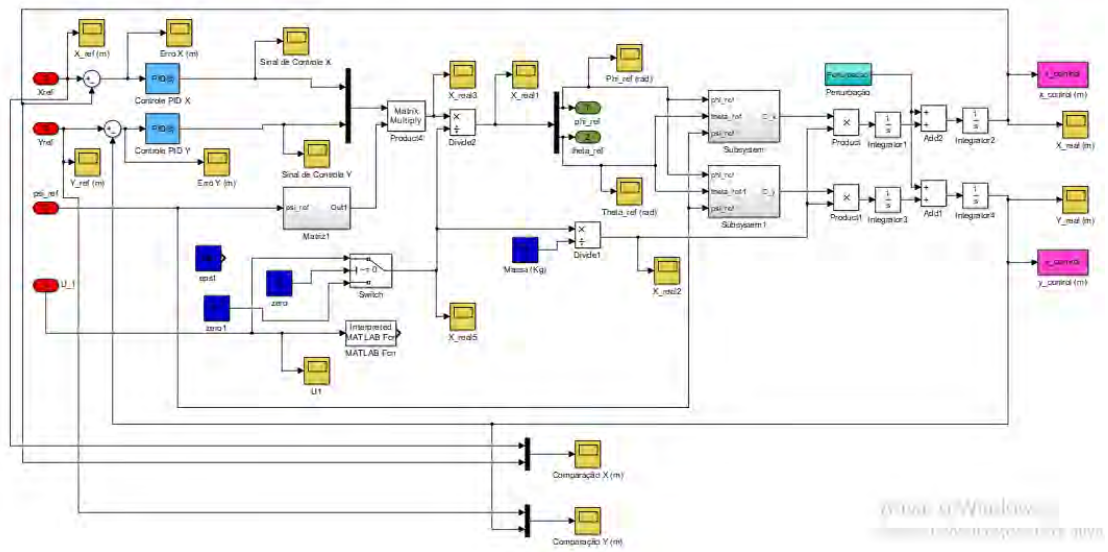
Tela - Controle Atitude + Planta



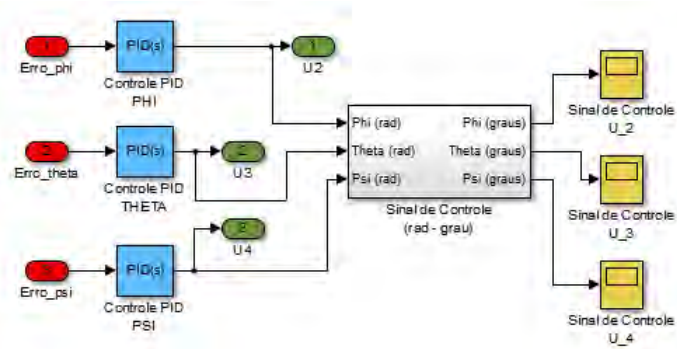
Trajétória de Referência



Controle de Altitude

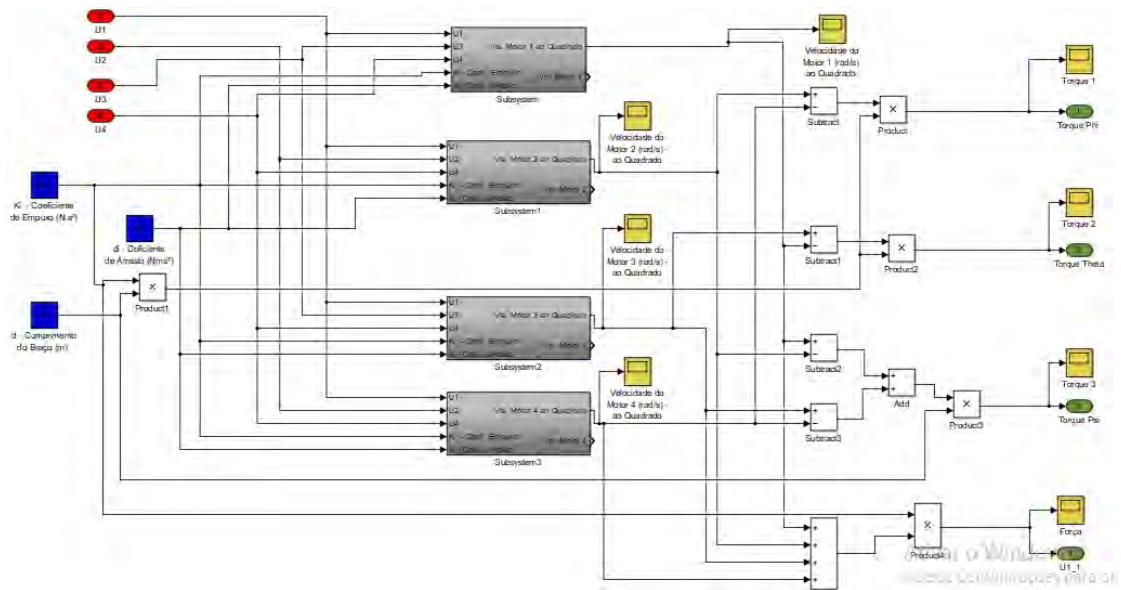


Controle do Plano XY

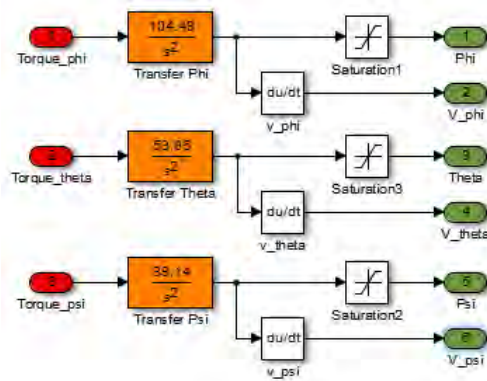


Controle Rotacional – Controle PID.





Relação U – Torque



Planta

## ANEXO D - Parte do Código de uma das Trajetórias

```

=====
%% --- DADOS ---
% --- Para o Modelo - Ar.Drone da Parrot
m = 0.890;           % Massa Total da Aeronave (Kg)
Ix = 9.57e-3;       % Inércia em x (Kg.m^2)
Iy = 18.57e-3;     % Inércia em y (Kg.m^2)
Iz = 25.55e-3;     % Inércia em z (Kg.m^2)
d = 0.152;         % Comprimento do Braço (m)
g = 9.18;          % Aceleração da Gravidade (m/s^2)
di = 1.4e-5;       % Coeficiente de Arrasto (Nms^2)
Ki = 8.7e-5;       % Coeficiente de Empuxo (Ns^2)
%

=====
% Trajetória 1 do Quadricóptero - Passando por cima de um prédio
% =====
% =====
%      Eixo x      =
% =====
% Trecho P0 - P1:
t = 0:10;           % Tempo dos trechos
P1 = -0.3*(t).^2 + 0.03*(t).^3; % Polinômio da posição x do primeiro trecho
dP1 = -0.6*(t) + 0.09*(t).^2; % Polinômio da velocidade x do primeiro trecho

% trecho P1 - P2:
P2 = 3*(t);         % Polinômio da posição x do segundo trecho
dP2 = 3*ones(11);  % Polinômio da velocidade x do segundo trecho

% trecho P2 - P3:
P3 = 30 + 3*(t) - 0.6*(t).^2 + 0.03*(t).^3; % Polinômio da posição x do terceiro trecho
dP3 = 3 - 1.2*(t) + 0.09*(t).^2;          % Polinômio da velocidade x do terceiro trecho

% Eixo x - Trajetória Final
x_1 = P1(1:10);x_2 = P2(1:10);x_3 = P3(1:11);
dx_1 = dP1(1:10);dx_2 = dP2(1:10);dx_3 = dP3(1:11);

x = [x_1 x_2 x_3]; % Eixo da posição x - Final
dx = [dx_1 dx_2 dx_3]; % Eixo da velocidade x - Final
t1 = 0:30; % Tempo total da trajetória

figure(4)
subplot(2,1,1)
plot(t1,x); grid on;
title('Eixo x - Trajetória Final');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Posição (m)');
subplot(2,1,2)
plot(t1,dx); grid on;
title('Eixo x - Trajetória Final');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade (m/s)');

```