



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Aline Freixo Teixeira

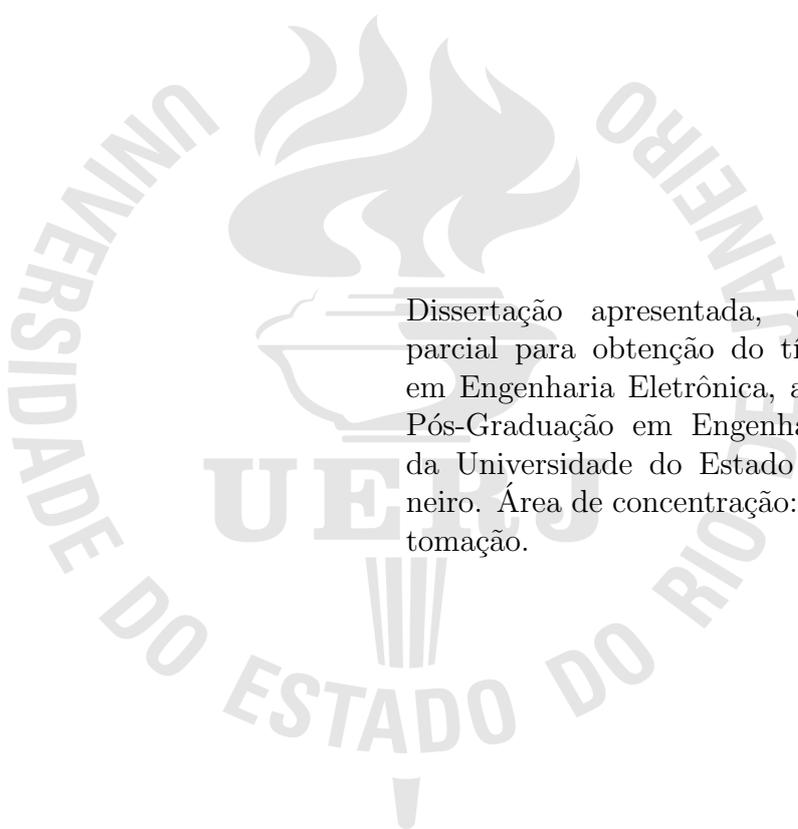
**RASTREAMENTO DE SISTEMAS INCERTOS COM
DIREÇÃO DE CONTROLE DESCONHECIDA VIA
MÉTODO ADRC E FUNÇÃO DE MONITORAÇÃO**

Rio de Janeiro

2021

Aline Freixo Teixeira

**Rastreamento de Sistemas Incertos com Direção de Controle Desconhecida
via Método ADRC e Função de Monitoração**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Eletrônica, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Controle e Automação.

Orientadores: Tiago Roux de Oliveira D.Sc., (UERJ).

Josiel Alves Gouvêa D.Sc., (CEFET-RJ).

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

T266

Teixeira, Aline Freixo.

Rastreamento de sistemas incertos com direção de controle desconhecida via método ADRC e função de monitoração / Aline Freixo Teixeira. – 2021.

69f.

Orientadores: Tiago Roux de Oliveira, Josiel Alves Gouvêa.
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

Tiago Roux de Oliveira

Dissertação(Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia eletrônica - Teses. 2. Sistemas de controle ajustável - Teses. 3. Métodos de simulação - Teses. I. Oliveira, Tiago Roux de. II. Gouvêa, Josiel Alves. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 681.513.674

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Aline Freixo Teixeira

**Rastreamento de Sistemas Incertos com Direção de Controle Desconhecida
via Método ADRC e Função de Monitoração**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Eletrônica, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Controle e Automação.

Aprovado em: 12 de Novembro de 2021.

Banca Examinadora:

Prof. Tiago Roux de Oliveira, D.Sc., orientador. (UERJ)

Prof. Josiel Alves Gouvêa, D.Sc., orientador. (CEFET-RJ)

Prof. Jose Paulo Vilela Soares da Cunha, D.Sc. (UERJ)

Prof. Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc.(CEFET-RJ)

Prof. Alberto Mota Simões, D.Sc. (IME)

Rio de Janeiro

2021

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, por acreditarem sempre em mim, por compartilharem angústias e dúvidas estendendo as mãos em momentos difíceis. Os dois maiores incentivadores das realizações dos meus sonhos. Muito obrigada!

AGRADECIMENTO

Primeiramente agradeço a Deus, pela oportunidade de realizar esse trabalho, concluir esse sonho, pela saúde e proteção.

Aos meus pais Vera Lucia Freixo Teixeira e Laerte de Carvalho Teixeira, por todo amor, carinho, educação e suporte incondicional fornecido durante todos esses anos.

Aos amigos e colegas de turma, pela amizade durante todas as etapas no decorrer dessa experiência acadêmica.

Aos professores Tiago Roux Oliveira, Josiel Alves Gouvea, pela orientação do trabalho, paciência e auxílio. Agradeço também ao professor Alessandro Rosa Lopes Zachy pelo suporte, educação e paciência e Victor Hugo Pereira Rodrigues. Sem o apoio de vocês esse trabalho não teria sido concluído.

Enfim, a todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que este percurso pudesse ser concluído.

Ensina-me a fazer a tua vontade, pois tu és o meu Deus; guie-me o teu bom Espírito
por terreno plano.

RESUMO

TEIXEIRA, Aline Freixo. *Rastreamento de Sistemas Incertos com Direção de Controle Desconhecida via Método ADRC e Função de Monitoração*. 57 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

Este trabalho propõe um método aprimorado de controle com rejeição ativa de distúrbios (ADRC) para o rastreamento de saída aplicado em plantas incertas e com direção de controle desconhecida. Um procedimento básico de projeto na metodologia ADRC é assumir o conhecimento exato da direção de controle do sistema, ou seja, do sinal do coeficiente do canal de entrada. Trabalhos recentes têm sido propostos realizando modificações em sua estrutura de controle. Porém, apesar de considerar as incertezas no coeficiente de entrada, muitas variantes do método ADRC ainda assumem o conhecimento da direção do controle, o que significa que o ganho de controle é incerto na norma, mas não no sinal. Para resolver o último caso, e também com o objetivo de generalizar os resultados anteriores do ADRC para uma classe maior de sistemas, o presente trabalho incorpora o conceito de funções de monitoração no projeto do controlador, que consiste em uma estratégia baseada em chaveamento cuja função principal é determinar o sinal correto da direção de controle, que está diretamente relacionado ao sinal do coeficiente do canal de entrada da planta. Como consequência do novo método de controle, a estabilidade exponencial em relação a um pequeno conjunto residual é garantida para o rastreamento em malha fechada. Simulações numéricas são realizadas e discutidas em um exemplo acadêmico para comparar as propriedades de robustez relativas à direção de controle desconhecida da estratégia proposta com outra metodologia ADRC. Na sequência, a estratégia ADRC proposta com base na função de monitoração é aplicada ao sistema automotivo de um Sistema de Frenagem Antibloqueio (ABS) para ilustrar seu desempenho.

Palavras-chave: Sistemas Incertos. ADRC. Controle Robusto. Função de Monitoração. Direção de Controle Desconhecida. ABS.

ABSTRACT

TEIXEIRA, Aline Freixo. *Uncertain Systems Tracking with Unknown Control Direction via ADRC Method and Monitoring Function*. 57 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

This paper proposes an improved active disturbance rejection control (ADRC) method for output tracking of uncertain plants with unknown control direction. A basic design procedure in the ADRC methodology is to assume the exact knowledge of the system control direction, that is, the sign of its input channel coefficient. Recent works have been proposed to relax such a requirement by performing modifications in its control structure. However, despite considering uncertainties in the input coefficient, many variants of the ADRC method still assume the knowledge of the control direction, which means that the control gain is uncertain in norm, but not in sign. For solving the latter case, and also aiming to generalize the earlier ADRC results for a larger class of systems, the present work incorporates the concept of monitoring functions in the controller design, which is a switching-based strategy whose main function is to determine the correct sign of the control direction, which is directly related to the sign of the plant input channel coefficient. As a consequence of the resulting new control method, exponential stability with respect to a small residual set is guaranteed for the output tracking problem in closed-loop. Numerical simulations are performed and discussed in an academical example for comparing the robustness properties concerning the unknown control direction of the proposed strategy with another ADRC methodology. In the sequence, the proposed ADRC strategy based on monitoring function is applied to the automotive plant system of an Anti-Lock Braking System (ABS) for illustrating its performance.

Keywords: Uncertain Systems. ADRC. Robust Control. Monitoring Function. Unknown Control Directions. ABS.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Diagrama de blocos do método ADRC básico.	21
Figura 2 Diagrama de blocos do método ADRC com Planta Modificada (MP-ADRC).	24
Figura 3 Diagrama de blocos do MP-ADRC [1].	28
Figura 4 Diagrama de blocos do esquema de controle proposto: MP-ADRC com função de monitoração.	35
Figura 5 Representação ilustrativa da implementação da função de monitoração [2] e das trajetórias de $\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ (linha tracejada) e $ z(t) $ (linha sólida). A função de monitoração é um operador híbrido que salta e segue o fluxo temporal.	36
Figura 6 Resultado simulado - método MP-ADRC.	47
Figura 7 Resultado simulado. Aplicação do MP-ADRC com abordagem da função de monitoração. Saídas da planta.	48
Figura 8 Resultado simulado - Curvas da função de monitoração e do erro $z(t)$	48
Figura 9 Diagrama de corpo livre, INTECO ABS.	49
Figura 10 Curvas de $g_\lambda^+(\lambda)$ e $g_\lambda^-(\lambda)$, para $0 < \lambda < 1$, onde $\min\{g_\lambda^+(\lambda)\} = 109,7968$ e $\min\{g_\lambda^-(\lambda)\} = 3,8611$, usando os valores das tabelas Tabela 1 e Tabela 2.	53
Figura 11 Curva Atrito Longitudinal μ - λ	55
Figura 12 Módulo do erro auxiliar $z(t)$ e função de monitoração.	58
Figura 13 Índice de troca de função de monitoração k	58
Figura 14 Direção de controle estimada.	58
Figura 15 Torque de entrada $M_1(t)$	59
Figura 16 Sinal de Erro $\tilde{\lambda}(t)$	59
Figura 17 Taxa de deslizamento $\lambda(t)$	59
Figura 18 Coeficiente de atrito $\mu(\lambda)$	59
Figura 19 Força Normal $F_N(t)$	60
Figura 20 Força de atrito $\mu(t)F_N(t)$	60
Figura 21 Velocidade da roda $x_1(t)$	60
Figura 22 Velocidade do carro $x_2(t)$	60
Figura 23 Velocidade da roda x_1 x Velocidade do Carro x_2	61

Figura 24 Distância percorrida pela roda.....	61
Figura 25 Distância percorrida pelo carro.....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Diagrama de corpo livre, INTECO ABS.....	50
Tabela 2 Parâmetros da equação do coeficiente de atrito (7.2).	53

LISTA DE SIGLAS

ABS	<i>Anti-lock Braking System</i>
ADRC	<i>Active Disturbance Rejection Control</i>
EDO	Equação Diferencial Ordinária
ESO	<i>Extended State Observer</i>
MP-ADRC	<i>Modified Plant ADRC</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Formulação do Problema	17
1.2	Metodologia	18
1.3	Estrutura da Dissertação	19
2	CONTROLE COM REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS	20
2.1	Controle ADRC Básico	20
2.2	Controle ADRC com Planta Modificada (MP-ADRC)	24
3	OBSERVADOR DE ESTADOS ESTENDIDO (ESO)	29
3.1	Projeto do Controlador	30
3.2	Análise de Estabilidade do MP-ADRC	30
4	UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE MONITORAÇÃO NO MP-ADRC	33
4.1	Direção de Controle Desconhecida	33
4.2	Função de Monitoração	34
4.3	Cálculo do limite superior do erro auxiliar	37
4.4	Projeto da função de monitoração	40
5	ANÁLISE DE ESTABILIDADE	42
6	EXEMPLO ACADÊMICO	45
6.1	Descrição da planta do exemplo	45
6.2	Parâmetros aplicados na simulação para os controladores MP-ADRC e MP-ADRC com Função de monitoração	45
6.3	Resultados simulados para controlador MP-ADRC	46
6.4	Resultados simulados para controlador MP-ADRC com Função de Monitoração	46
7	EXEMPLO DE APLICAÇÃO - SISTEMA DE FRENAGEM ANTIBLOQUEIO (ABS)	49

7.1	Aplicação do Controlador MP-ADRC com Função de Monitoração no Sistema ABS	49
8	CONCLUSÃO	62
8.1	TRABALHOS FUTUROS	62
	APÊNDICE	64
	REFERÊNCIAS	65

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle desempenham um papel fundamental no desenvolvimento da engenharia e da ciência, e tornaram-se uma ferramenta de muita importância em todos os tipos de sistemas automatizados, processos industriais e de produção [3]. Desde o final da década de 60, a utilização e síntese de controladores robustos para sistemas lineares vem sendo muito discutida pela sociedade científica, já que estes controladores tem a capacidade de garantir o desempenho e estabilidade dos sistemas perante as incertezas inerentes aos modelos, além de poderem ser utilizados em sistemas multivariáveis, variantes no tempo e de ordem elevada [4].

A modelagem matemática de sistemas dinâmicos é resultado da análise das equações físicas do processo e/ou obtida a partir de técnicas de identificação de sistemas. Essa modelagem é feita com o objetivo de representar o mais próximo possível o comportamento dinâmico do sistema real, mas devido a algumas características inerentes ao sistema, o modelo pode conter incertezas que afetam o seu comportamento.

As incertezas que afetam o modelo de um sistema podem ter sua origem em diversos aspectos da sua identificação, elas podem ser provenientes dos erros de modelagem, das variações paramétricas, das incertezas sobre os parâmetros por causa da precisão e das aproximações de modelagem, tais como linearização ou eliminação de dinâmicas de ordem elevadas.

Neste trabalho aborda-se o método de Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC) e Função de Monitoração. Os controladores baseados em Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC) são amplamente pesquisados pela comunidade de sistemas de controle desde o trabalho pioneiro [5], que introduziu o ADRC como uma solução de controle viável para aplicações industriais, por apresentar uma propriedade de robustez à incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas e distúrbios externos, bastante atrativa. Muitas aplicações do ADRC têm sido relatadas na literatura [6], [7], [8], [9], [10], [11].

Nas referências citadas anteriormente, temos algumas variações do método ADRC básico de [5]. A metodologia básica, que está presente na maioria dos esquemas variantes ADRC, envolve o uso de um observador estendido para estimar os sinais não mensuráveis da planta (variáveis de estado, dinâmica não modelada e distúrbios externos) e alimentar uma lei de controle por realimentação de estado [12–14].

No entanto, como hipótese geral, muitos dos métodos citados assumem o conhecimento exato do coeficiente de entrada da planta (coeficiente de controle), o que é difícil de inferir no caso de sistemas com conjunto completo de parâmetros incertos [15]. Uma vez que esse tipo de incerteza no coeficiente de controle afeta a amplitude do sinal de controle e/ou sua direção, uma atenção especial deve ser dada a esse problema.

Como um exemplo simples, podemos citar sistemas mecânicos em robótica, onde a variável de controle é a magnitude da força aplicada, enquanto sua direção depende das posições, velocidades e diferentes fatores. Também é possível destacar o problema de frenagem em sistemas ABS (*Antilock Braking Systems*) em que os sinais dos coeficientes indicativos da direção de controle são desconhecidos [16].

Neste contexto, em [1] é proposta uma extensão do método ADRC, denominada ADRC com planta modificada (MP-ADRC, *Modified Plant ADRC*), que introduz mudanças na dinâmica de entrada/saída da planta para gerar equações do observador e da lei de controle que não requerem o conhecimento perfeito do coeficiente de controle. Apesar de introduzir um grande nível de robustez para sistemas com conjunto completo de incertezas paramétricas, o método MP-ADRC [1] ainda assume o conhecimento da direção de controle.

Para lidar com a dificuldade de resolver problemas de estabilização ou rastreamento de trajetórias em sistemas com direções de controle desconhecidas, uma solução apareceu em [17], onde o chamado ganho de Nussbaum foi introduzido como uma ferramenta padrão em [18]. Desde então, as funções do tipo *Nussbaum* foram efetivamente incorporadas no projeto de controle de várias propostas na literatura, como as reportadas nas referências [19–23].

Embora, em teoria, essa abordagem possa levar a uma solução rigorosa para o problema, ela também resulta em um comportamento transitório que geralmente é inaceitável. No trabalho de [2], o sinal de controle foi ajustado com base em *Funções de Monitoração* [24] como uma abordagem alternativa para o método do ganho de Nussbaum. A *Função de Monitoração* é uma função baseada em chaveamentos para determinar o sinal correto da direção de controle. A característica atrativa da abordagem de monitoração é sua capacidade de encontrar a direção de controle correta após um número finito de trocas de sinal.

Em resumo, as contribuições do presente trabalho são:

- (i) Reforço das propriedades de robustez do esquema MP-ADRC no que diz respeito às incertezas no coeficiente de controle da planta;
- (ii) Generalização do método MP-ADRC para sistemas com direção de controle desconhecida, utilizando uma função de monitoração;
- (iii) Aplicação da técnica em sistemas de frenagem do tipo ABS.

1.1 Formulação do Problema

O sistema utilizado neste estudo considera o problema de controle de rastreamento de saída aplicado a uma classe geral de plantas de ordem n , cuja dinâmica do sinal de saída pode ser descrita por:

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= f[Y(t), d(t), h(t)] + bu(t), \\ Y(t) &= [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T, \end{aligned} \tag{1.1}$$

na qual $y(t) \in \mathfrak{R}$ é a variável de saída da planta, $u(t) \in \mathfrak{R}$ é a variável de entrada da planta, $Y(t) \in \mathfrak{R}$ é o vetor de estado do sistema e a constante $b \in \mathfrak{R}$ é o coeficiente de controle, também conhecido como *ganho de controle*. A notação $y^{(n)}$ é adotada aqui para representar a derivada de ordem n da variável de saída.

O termo $f[Y(t), d(t), h(t)]$ é uma função definida para reunir as variáveis de estado da planta $Y(t)$, os distúrbios externos, representados pela função $d(t) \in \mathfrak{R}$, e as não-linearidades e dinâmicas não modeladas, ambas representadas pela função $h(t) \in \mathfrak{R}$. Neste artigo, apenas para simplificar as notações, passa-se a usar $f(t)$ para representar a função $f[Y(t), d(t), h(t)]$. Na literatura, é comum denotar $f(t)$ como o *distúrbio generalizado* da planta [25], [9].

O objetivo do controle é forçar a saída da planta $y(t)$ a rastrear uma trajetória desejada e limitada $y^*(t) \in \mathfrak{R}$, pelo menos assintoticamente, projetando uma lei de controle limitada para $u(t)$. Do ponto de vista de entrada/saída, a planta representada por (1.1) pode ser considerada como um sistema integrador de ordem n com uma entrada $u(t)$, uma saída $y(t)$ e um distúrbio generalizado de entrada $f(t)$.

O projeto de controle deve considerar como desconhecidos a direção de controle da planta (sinal de b) e o termo de perturbação $f(t)$.

1.2 Metodologia

Uma vez que a planta é representada na forma (1.1), então uma lei de controle u^* que poderia resolver o problema de rastreamento de trajetórias é

$$u(t) = u^* = \left(\frac{1}{b}\right) [-f(t) + v(t)], \quad (1.2)$$

na qual $v(t) \in \mathfrak{R}$ é uma realimentação de estados, composta pela combinação linear de $e(t)$ e suas derivadas de ordem superior até $n - 1$. Onde $e(t) = y(t) - y(t)^*$, $e(t) \in \mathfrak{R}$ é o erro de rastreamento de saída, $y^* \in \mathfrak{R}$ é a trajetória de referência desejada, e conforme descrito anteriormente, $y \in \mathfrak{R}$ é a variável de saída da planta.

Contudo, tal controlador ideal u^* requer o conhecimento do ganho de controle b , a disponibilidade da função $f(t)$ e também as derivadas de ordem superior do erro de saída para a implementação de $v(t)$.

Em muitas aplicações práticas, como por exemplo controle de posicionamento dinâmico [26], controle de processo químico [27–29], sistemas de controle de regulação [30], controle de movimento [8, 31], sistemas de potência [32], os parâmetros dinâmicos são incertos, logo $f(t)$ não é conhecido. As incertezas que afetam o modelo de uma planta podem ter sua origem em diversas circunstâncias, podendo ser procedentes de erros de modelagem, incerteza sobre precisão de parâmetros, como linearização e eliminação de dinâmicas de derivadas de ordem elevadas. Ou seja, é vantajoso implementar o controle sem a utilização das derivadas de ordem superior do erro. Além disso, em um cenário real, uma dificuldade adicional é que o coeficiente de controle b pode ser incerto.

Para superar essas dificuldades, este trabalho propõe uma estratégia de controle baseada no método *MP-ADRC*, uma extensão do método clássico ADRC proposta em [1]. A vantagem do *MP-ADRC* é a sua robustez com relação aos distúrbios externos e às dinâmicas não modeladas da planta. Com a utilização de um filtro em paralelo à planta, promove uma mudança na estrutura de entrada/saída, onde não é mais necessário o conhecimento de b , com exceção do seu sinal. A utilização do filtro não faz com que o sistema aumente sua ordem.

Para relaxar a exigência do conhecimento do sinal de b , esta dissertação incorpora a *função de monitoração*, proposta em [2], ao *MP-ADRC*, levando em consideração uma classe mais geral de sistemas com direções de controle desconhecidas, ou seja, o desconhe-

cimento completo do coeficiente de controle b , em valor absoluto e sinal.

No Capítulo 2, será apresentada a estrutura do método ADRC básico, assim como o método ADRC modificado (MP-ADRC) que será empregado na solução proposta nesta dissertação.

1.3 Estrutura da Dissertação

O texto desta dissertação de mestrado está organizado em 8 capítulos. O Capítulo 1 apresenta a formulação do problema e metodologia adotada neste trabalho. O Capítulo 2 apresenta a versão linear do método ADRC básico, destacando suas propriedades de robustez a incertezas paramétricas e a dinâmicas não modeladas. A versão modificada [1] deste método também é discutida no Capítulo 2. O Capítulo 3 apresenta o projeto do Observador de Estados Estendido (ESO). O Capítulo 4 apresenta a técnica da função de monitoração que é utilizada no método ADRC modificado (MP-ADRC) desta dissertação. O Capítulo 5 apresenta a análise de estabilidade do controlador via realimentação de saída proposto baseado em função de monitoração. O Capítulo 6 apresenta e discute alguns resultados de simulação para ilustrar o desempenho do controlador, destacando resultado simulado do método MP-ADRC e o resultado simulado da aplicação do MP-ADRC com abordagem da função de monitoração. O Capítulo 7 apresenta a aplicação do controlador proposto em sistema de frenagem do tipo ABS. Conclusões são apresentadas no Capítulo 8, no qual são sugeridas também investigações futuras para continuação deste trabalho.

2 CONTROLE COM REJEIÇÃO ATIVA DE DISTÚRBIOS

De acordo com [33], o controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (*ADRC*) é um controlador baseado em estimadores de perturbações, um avanço na pesquisa de controle de sistemas incertos devido à sua habilidade de controlar sistemas não lineares com incertezas mistas.

A estabilidade de controle do *ADRC* é avaliada para o sistema não linear assumindo que as não linearidades são limitadas; a estabilidade local da estratégia *ADRC* aplicada a um sistema não linear foi formalmente comprovada em [34].

A principal solução do método *ADRC* é o controle de um processo complexo não linear, variante no tempo e incerto reduzir à um problema simples, que consiste em estimar e fazer a rejeição ativa do distúrbio total da planta aplicando a técnica do controle moderno conhecida como observador de estados estendido (ESO) para estimar os estados e os sinais não mensuráveis da planta, e assim alimentar uma lei de controle por realimentação de estados parametrizada [3]. .

2.1 Controle *ADRC* Básico

A técnica de *ADRC* propõe uma modificação na teoria atual de controle, em vez de modelar uma planta, aproximando matematicamente fenômenos físicos, a técnica considera a planta como uma perturbação generalizada, a qual deve ser rejeitada para atingir o seguimento desejado da curva de referência. Assim, a descrição do comportamento da planta através de uma expressão analítica não é necessária para que esta seja controlada, basta que o valor desta expressão seja conhecido em tempo real [35].

A versão original do *ADRC* tornou-se conhecida na área de controle com o artigo [25] "*From PID to active disturbance rejection control*", onde foi proposta a estratégia *ADRC* (do inglês *Active Disturbance Rejection Control*), que consiste em utilizar um Observador de Estados Estendido (ESO) para estimar o distúrbio generalizado $f(t)$, usando esta estimativa em (1.2). A motivação foi focada no desenvolvimento de uma estratégia de controle com a mesma aplicabilidade dos controladores PID, mas com melhorias em relação aos erros computacionais e desempenho do controlador.

Para superar a limitação de incertezas no coeficiente de controle b , em [1] foi proposta uma extensão do *ADRC*, denominada *ADRC* com planta modificada (*MP-ADRC*,

Modified Plant ADRC) e será apresentado na seção 2.2.

O método de controle *ADRC* básico está representado por diagrama de blocos na Figura 1.

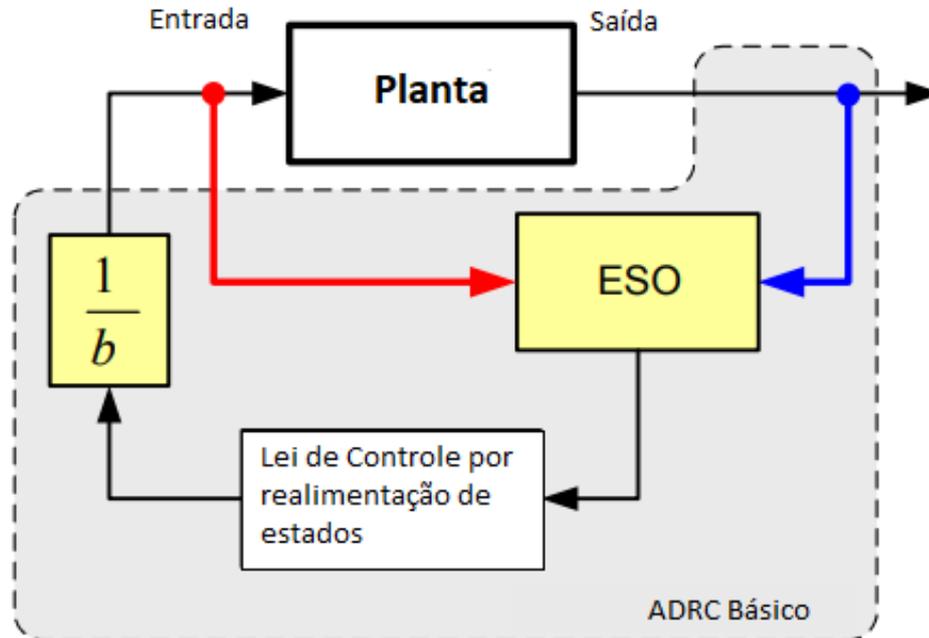


Figura 1 Diagrama de blocos do método ADRC básico.

Como mencionado, a ideia central da técnica ADRC é o controle de um processo complexo não-linear, variante no tempo e incerto sendo simplificado através de estimativa e rejeições diretas e ativas da perturbação generalizada de $f[Y(t), d(t), h(t)]$ ou $f(t)$.

Uma vez que os termos de perturbação $f(t)$ e as variáveis de estado da planta não estão disponíveis, um estimador de perturbação, ou seja, Observador de Estados Estendido (ESO) é usado para estimá-los, contendo um estado adicional para estimar as perturbações internas e externas dos sistemas não lineares.

Usando o procedimento *ADRC* Básico [9,25], podemos definir as variáveis de estado do ESO agrupando um modelo em espaço de estados aumentado da planta (1.1) que inclua a perturbação generalizada $f(t)$ como um estado adicional, ou seja

$$X(t) = [e(t), \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, f(t)] . \quad (2.1)$$

Uma característica chave do método *ADRC* Básico é que a representação do espaço de estado do sistema na forma canônica controlável sempre resulta em um par (A, C) observável.

É por isso que o projeto do ESO é sempre possível. Essa propriedade estrutural está intrinsecamente ligado à descrição geral da planta em (1.1) e ocorre independentemente da ordem do sistema n . Ao assumir, inicialmente, um ganho de controle conhecido b , é possível projetar um ESO completo da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A\hat{X} + Bu + \bar{L}e_y, \\ \hat{y} = C\hat{X}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Na Eq. 2.2, $\hat{X} \in \mathfrak{R}^{(n+1)}$ denota o vetor dos estados estimados, $e_y := e(t) - \hat{e}(t)$ é o erro de estimativa de saída e $\bar{L} = [\bar{L}_1 \ \bar{L}_2 \ \cdots \ \bar{L}_{(n+1)}]^T \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ é o vetor dos ganhos ajustáveis do ESO que geralmente são escolhidos como os coeficientes do polinômio estável ($w_0 > 0$) dado por:

$$(s + w_0)^{(n+1)} = s^{(n+1)} + \bar{L}_1 s^n + \cdots + \bar{L}_n s + \bar{L}_{(n+1)}. \quad (2.3)$$

Pode-se verificar que o vetor de ganhos do observador é definido somente pelo parâmetro w_0 (largura de banda do observador).

Assim, se o ESO for convenientemente ajustado, então a lei de controle pode ser dada por:

$$\begin{aligned} u(t) &= \left(\frac{1}{b}\right) [-\lambda^T \hat{\sigma} + y^{(n)*}], \\ \lambda &:= [1, \lambda_{(n-1)}, \cdots, \lambda_0]^T, \\ \hat{\sigma} &:= [\hat{X}_{(n+1)}, (\hat{X}_n), \cdots, (\hat{X}_1)]^T. \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde, $\hat{X}_{(n+1)}$ é a estimativa de $f(t)$ (*distúrbio generalizado*) e suas derivadas de ordem superior, são as demais variáveis de estados de saída.

As constantes $\lambda_{(n-1)}, \cdots, \lambda_0$ são os coeficientes de um polinômio de ordem n e estável ($q > 0$) dado por:

$$(s + q)^n = s^n + \lambda_{(n-1)} s^{(n-1)} + \cdots + \lambda_1 s + \lambda_0. \quad (2.5)$$

Uma limitação da lei de controle na Eq. 2.4 é que requer um valor nominal do ganho de controle da planta b conhecido.

No entanto, o conhecimento exato de qualquer parâmetro do sistema pode ser difícil de determinar no caso de plantas com um conjunto completo de parâmetros incertos.

$$e^{(n)} = \underbrace{f(t) - b_0u + bu + b_0u}_{\bar{f}(t)} = \bar{f}(t) + b_0u, \quad (2.6)$$

em que a constante $b_0 \in \Re$ é um valor nominal conhecido para o parâmetro incerto b , e $\bar{f}(t)$ é o novo termo de perturbação.

Ao adotar tal formulação, a lei de controle da Eq. 2.4 é dada:

$$u(t) = \left(\frac{1}{b_0} \right) [-\lambda^T \hat{\sigma} + y^{(n)*}]. \quad (2.7)$$

Apenas com o objetivo de analisar a robustez da lei de controle na Eq. 2.7, vamos assumir que os erros de estimativa do ESO tendem a zero. Então, substituindo a Eq. 2.7 na Eq. 2.6, a dinâmica de malha fechada resultante do erro de saída será dada por:

$$e^{(n)} + \left(\frac{b}{b_0} \right) \left[\sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k e^{(k)} \right] = \left(1 - \frac{b}{b_0} \right) f(t) + \left[\frac{(b_0 - b)b}{b_0} \right] u(t). \quad (2.8)$$

Está claro na Eq. 2.8 que o erro de saída $e(t)$ atinge o desempenho ideal quando $b_0 = b$. Além disso, no caso de ocorrência de incerteza de baixo nível, ou seja, quando o valor nominal de b_0 é suficientemente próximo do real b , o termo (b/b_0) é próximo de 1 e então a estabilidade ainda pode ser garantida se $u(t)$ e $f(t)$ forem limitados. Nesse caso, o erro tende a convergir para um pequeno resíduo definido em torno de zero. Para alguns casos particulares, presume-se que a planta não está sujeita a perturbações externas, a convergência de erro para zero pode provavelmente ocorrer apesar da incerteza paramétrica em b .

No entanto, quando os valores de b_0 e b estão relativamente distantes um do outro, os coeficientes ideais de malha fechada λ_i serão alterados pela constante (b/b_0) , e então pode surgir instabilidade. Na referência [1], exemplos de simulação são mostrados para ilustrar ambos os cenários.

É importante ressaltar que outras estratégias [1, 9, 12] foram propostas para lidar com o problema de plantas com parâmetro de ganho de controle incerto b . A principal característica de alguns desses métodos é a combinação do ADRC com outras técnicas, como Controle Adaptativo [12] e Método *Extremum Seeking* [9]. Na referência [1], uma

variação do método básico ADRC é proposta, onde o método proposto é capaz de lidar com sistemas que possuem um conjunto completo de parâmetros incertos.

Esse método, incluindo o ganho de controle b denominado ADRC com planta modificada (MP-ADRC), é apresentado na próxima seção.

2.2 Controle ADRC com Planta Modificada (MP-ADRC)

Em [1] foi proposta uma extensão do ADRC, denominada ADRC com planta modificada (*MP-ADRC, Modified Plant ADRC*) para superar a limitação do método ADRC Básico que não apresenta boa robustez às incertezas no coeficiente de controle b .

A ideia principal desta seção é realizar uma introdução desta estratégia.

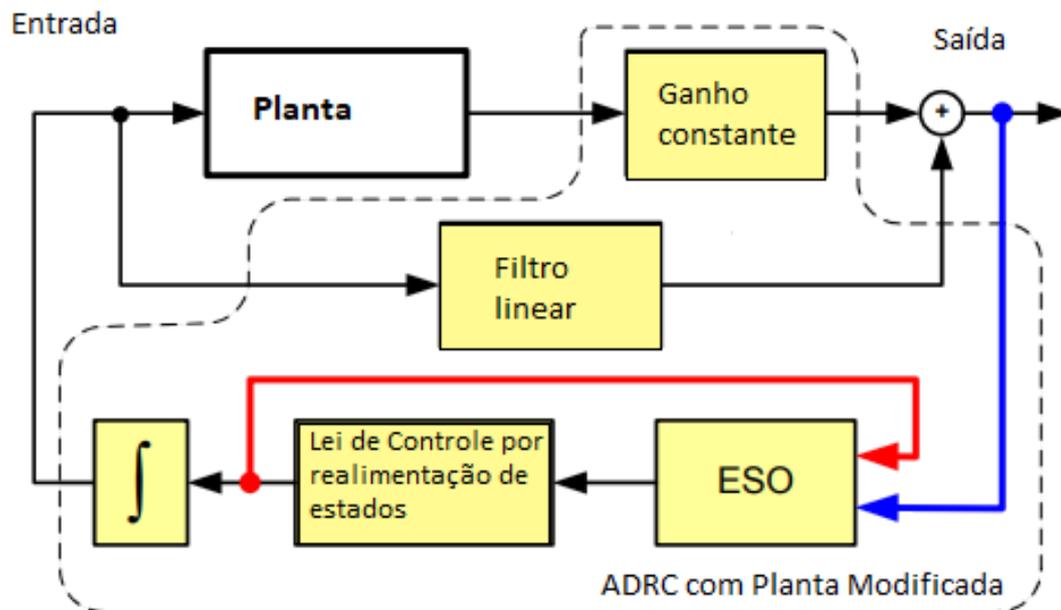


Figura 2 Diagrama de blocos do método ADRC com Planta Modificada (MP-ADRC).

Considere a classe de sistemas dinâmicos definidos na Eq. (1.1). Para fins de análise e projeto, vamos separar a parte linear do sistema de $f(t)$ para aparecer explicitamente na descrição da dinâmica da planta, que passa a ser descrita por

$$y^{(n)} = \underbrace{a^T Y(t) + g(t)}_{f(t)} + bu(t), \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} a &= [-a_0, -a_1, \dots, -a_{(n-1)}]^T, \\ Y(t) &= [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T, \\ g(t) &= d(t) + h(t). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Na Eq. (2.9), $a \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor dos parâmetros constantes da parte linear da planta, cujos valores podem ser positivos, negativos ou nulos.

Embora não seja explicitamente declarado pelo formalismo real, incertezas também podem aparecer dentro das funções $h(t)$ e $d(t)$. No entanto, essas parametrizações não serão úteis em desenvolvimentos posteriores e, portanto, essas funções serão referenciadas em suas descrições de forma mais simples.

Como a ideia principal desta seção é realizar uma introdução à metodologia chamada ADRC com Planta Modificada, algumas hipóteses iniciais são necessárias:

(H1) Os distúrbios externos e as não-linearidades e dinâmicas não modeladas, representadas respectivamente pelas funções $d(t)$ e $h(t)$ são limitadas e têm derivadas de primeira ordem uniformemente limitadas $\forall t$:

$$H > |h(t)|, \quad D > |d(t)|, \quad \bar{H} > |\dot{h}(t)|, \quad \bar{D} > |\dot{d}(t)|, \quad (2.11)$$

em que H, D, \bar{H}, \bar{D} são constantes reais positivas conhecidas.

(H2) Os componentes do vetor a em (2.9) são limitados por uma constante conhecida $a_M > 0 \in \mathfrak{R}$:

$$a_M > |a_i|, \quad i = 0, \dots, n-1, \quad (2.12)$$

(H3) O ganho de controle b da planta é incerto, porém é um sinal conhecido e limitado inferiormente por uma constante b_m conhecida, ou seja:

$$b_m < |b|, \quad b_m > 0 \in \mathfrak{R}. \quad (2.13)$$

(H4) A trajetória de referência $y^*(t)$ e suas derivadas de ordem superior são funções uniformemente limitadas $\forall t$.

A Hipótese (H1) assume que as amplitudes dos sinais $d(t)$, $h(t)$ e suas derivadas são limitadas. Tal conhecimento a priori é fundamental para a escolha da largura de banda (polos) do estimador. É um consenso na literatura de que a suposição sobre a ausência de limites nas amplitudes de $d(t)$ e $h(t)$, poderia permitir que suas taxas de mudança sejam ilimitadas, o que seria muito difícil de estimar na prática.

Ao assumir as Hipótese (H2) e (H3), o presente trabalho visa considerar uma classe mais geral de plantas que possuem um conjunto completo de parâmetros incertos. Na verdade, considerar tal conhecimento reduzido sobre o sistema é um passo importante na direção de reduzir o conservadorismo no desenvolvimento do controlador proposto. A Hipótese (H4) é assumida por simplicidade.

A ideia do ADRC com planta modificada (MP-ADRC) é realizar uma transformação estrutural na planta original, em particular no que diz respeito ao comportamento de entrada / saída, obtendo-se um sistema dinâmico resultante com um formato vantajoso. A estratégia é introduzir um ganho constante e ajustável β em série com o erro de saída da planta e um filtro linear estável $Q_0(s)$ em paralelo, conforme ilustrado na Figura Figura 3.

Em [1], o ganho β é definido como

$$\beta = K_0 \text{sign}(b), \quad (2.14)$$

no qual $K_0 > 0 \in$ é uma constante arbitrária. A constante positiva $\gamma \in$ do filtro é escolhida de modo que $(s + \gamma)^n = s^n + \alpha_{(n-1)}s^{(n-1)} + \dots + \alpha_0$. Com base na configuração da Figura Figura 3, o novo erro de saída $z(t)$ pode ser escrito como:

$$z(t) = \beta e(t) + u_f(t), \quad (2.15)$$

$$e(t) = y(t) - y^*(t), \quad (2.16)$$

$$u_f^{(n)} = -\alpha^T \sigma_u + \dot{u}(t), \quad (2.17)$$

$$\alpha = [\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{(n-1)}]^T, \quad (2.18)$$

$$\sigma_u = [u_f, \dot{u}_f, \dots, u_f^{(n-1)}]^T. \quad (2.19)$$

Então, diferenciando (2.15) n vezes em relação ao tempo, a dinâmica da nova variável de erro de saída $z(t)$, agora com $b_p = \beta b$, será dada por:

$$z^{(n)}(t) = \beta \underbrace{[a^T Y + g(t) + bu(t) - y^{(n)*}]}_{e^{(n)}} + u_f^{(n)}, \quad (2.20)$$

$$z^{(n)}(t) = \beta[a^T Y + g(t) - y^{(n)*}] - \alpha^T \sigma_u + b_p u(t) + \dot{u}(t). \quad (2.21)$$

Da Eq. (2.15):

$$u_f^{(i)} = z^{(i)}(t) - \beta e^{(i)}(t), \quad (i = 1, \dots, n). \quad (2.22)$$

Então, substituindo (2.22) em (2.20), e também usando (2.9), pode-se concluir que:

$$z^{(n)}(t) + \alpha^T Z(t) = \beta[a^T Y + g(t) - y^{(n)*}] + \beta \alpha^T e_p + b_p u(t) + \dot{u}(t), \quad (2.23)$$

$$Z(t) = [z, \dot{z}, \dots, z^{(n-1)}]^T, \quad e_p = [e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n-1)}(t)]^T \quad (2.24)$$

Então, definimos o novo termo de perturbação total como:

$$\Omega(t) = \beta[a^T Y + g(t) - y^{(n)*}] + \beta \alpha^T e_p + b_p u(t), \quad (2.25)$$

o que reduz (2.23) a:

$$z^{(n)}(t) + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) + \dot{u}(t), \quad (2.26)$$

Uma vez que a parte homogênea da EDO no lado esquerdo de (2.26) herda os coeficientes do filtro Q_0 (2.18), então uma lei de controle estabilizante poderia ser dada por:

$$\dot{u}(t) = -\Omega(t). \quad (2.27)$$

Como $\Omega(t)$ não é conhecido, utiliza-se um ESO para estimá-lo, que será discutido no próximo capítulo.

Observe que, a partir de (1.1) e (2.26), o erro de rastreamento agora é redefinido em termos do novo erro auxiliar $z(t)$. Na verdade, da Eq. (2.15) é claro que ambos os erros $z(t)$ e $e(t)$ estão dinamicamente relacionados entre si. Isso significa que as propriedades de estabilidade e convergência de $e(t)$ podem ser inferidas das propriedades de $z(t)$.

No sistema de erros da Eq. (2.26), a nova entrada de controle \dot{u} tem coeficiente

unitário. Este último fato significa que a equação da lei de controle em (2.27) não é dependente do parâmetro original da planta b na Eq. (2.9), que contrasta com as definições da lei de controle nas Eqs. (2.4) e (2.8). A primeira vista, isso pode consistir em uma melhoria significativa na propriedade de robustez do método.

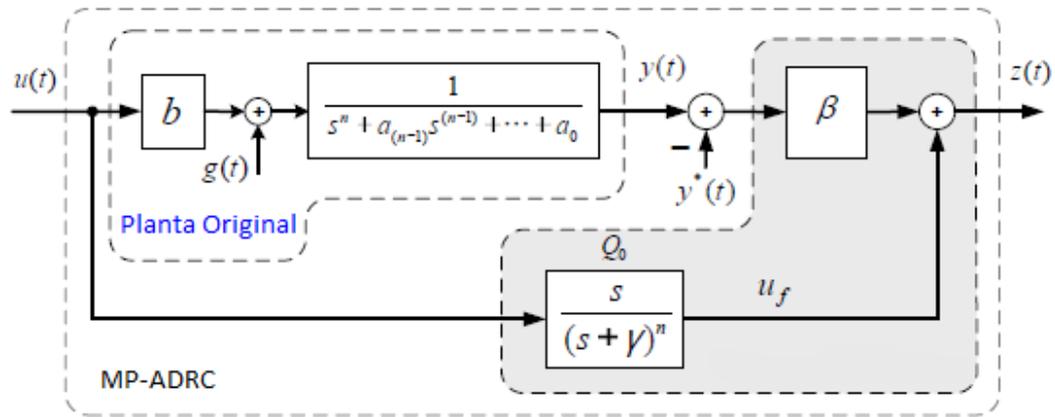


Figura 3 Diagrama de blocos do MP-ADRC [1].

3 OBSERVADOR DE ESTADOS ESTENDIDO (ESO)

Um controlador por realimentação de estados necessita que todos os estados do sistema sejam conhecidos a todo instante de tempo. Os observadores de estado são necessários no projeto de lei de controle, quando o controlador não tem acesso a todos os estados do sistema, ou seja, para o estudo aqui proposto é necessário o ESO para estimar os sinais não mensuráveis da planta (variáveis de estado, dinâmica não modelada e distúrbios externos).

Para o sistema da Eq. (2.26), considere as seguintes definições de variável de estado:

$$\zeta(t) := [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{(n+1)}]^T = [z(t), \dot{z}(t), \dots, \Omega(t)]^T \quad (3.1)$$

Assumindo que $\Omega(t)$ é diferenciável, a representação da Eq. (2.26) no espaço de estados, na sua forma controlável, é definida como:

$$\dot{\zeta} = A_m \zeta + B_\zeta \dot{u}(t) + \Gamma \dot{\Omega}(t), \quad (3.2)$$

$$z(t) = C \zeta.$$

no qual,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{(n-1)} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$$B_\zeta = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0]^T, \quad \Gamma = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T,$$

$$C = [1 \ 0 \ \dots \ 0].$$

Dado que o par (A_m, C) é sempre observável, o ESO de ordem completa para Eq. (3.2)-(3.3) é então descrito por:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\zeta}} = A_m \hat{\zeta} + B_\zeta \dot{u}(t) + L e_z, \\ \hat{z} = C \hat{\zeta}, \end{cases} \quad (3.4)$$

na qual $\hat{\zeta} \in^{(n+1)}$ representa o vetor de estados estimados, $e_z := (z - \hat{z})$ o erro de estimação da saída e $L = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_{(n+1)}]^T \in^{(n+1)}$ o vetor de ganhos do observador definido por:

$$\det[sI - (A_m - LC)] = (s + w_0)^{(n+1)}. \quad (3.5)$$

onde $w_0 > 0$. A expressão da Eq. (3.5) estabelece uma relação estrita entre o vetor de ganho ESO L e suas múltiplas raízes características (polos) em $-w_0$ ($w_0 > 0$). Ao definir o erro de estado ESO como:

$$e_\zeta = \zeta - \hat{\zeta}, \quad (3.6)$$

então, a equação do erro de estimação pode ser calculado a partir de (3.2), (3.3) e (3.4), resultando em:

$$\begin{cases} \dot{e}_\zeta = \underbrace{(A_m - LC)}_{\bar{A}_m} e_\zeta + \Gamma \dot{\Omega}(t), \\ e_z = C e_\zeta. \end{cases} \quad (3.7)$$

3.1 Projeto do Controlador

Ao observar a nova descrição da planta em (2.26), notamos que a parte homogênea (ou seja, com $\Omega(t) + \dot{u}(t) = 0$) é estável. Portanto, para compensar o termo de perturbação $\Omega(t)$, forçando o novo erro $z(t)$ para tender a zero, foi proposta a seguinte lei de controle:

$$\dot{u}(t) = -\hat{\zeta}_{(n+1)} \quad (3.8)$$

onde, $\hat{\zeta}_{n+1}$ é a estimativa de $\Omega(t)$.

Na próxima seção, a propriedade de estabilidade é discutida para o sistema de malha fechada obtido com o MP-ADRC.

3.2 Análise de Estabilidade do MP-ADRC

As propriedades de estabilidade e convergência são discutidas com detalhes em [1] para o sistema de malha fechada obtido com o MP-ADRC.

Ao substituir a expressão da lei de controle de (3.8) em (2.26), a dinâmica de malha fechada para o erro $z(t)$ torna-se:

$$z^{(n)}(t) + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) - \hat{\zeta}_{(n+1)} = e_{\zeta(n+1)}, \quad (3.9)$$

Uma vez que o lado esquerdo de (3.9) corresponde a uma EDO linear, invariante no tempo e estável, um $e_{\zeta(n+1)}$ limitado resultará em um $z(t)$ limitado. Desde que as propriedades de limitação e a convergência dos sinais em malha fechada em (3.9) sejam dependentes do Erro de estimativa $e_{\zeta(n+1)}$ do ESO, uma investigação sobre isso é necessária. Para verificar a influência do termo da perturbação generalizada $\Omega(t)$ na amplitude do erro de estimativa do observador na Eq. (3.7), a função de transferência de $\Omega(t)$ para $e_{\zeta(n+1)}$ é calculada usando

$$G(s) = C_{\Omega}(sI - \bar{A}_m)^{-1}\Gamma \quad (3.10)$$

com $C_{\Omega} = [0, \dots, 0, 1]$. Como pode ser notado nos exemplos de sistema de ordem inferior ($n = 1$) e ($n = 2$) em [1], os formatos assumidos pelas funções de transferência revelaram um padrão matemático bem definido. Então, por extensão, a generalização para o caso de sistemas de ordem n pode ser derivada. Assim, pode-se esperar que, para sistema de ordem n , a função de transferência de $\Omega(t)$ para $e_{\zeta(n+1)}$ assume o seguinte formato:

$$e_{\zeta(n+1)} = \left[1 - \left(\frac{\omega_0}{s + \omega_0} \right)^{(n+1)} \right] \Omega(t) \quad (3.11)$$

Conforme [1], a partir da expressão resultante em (3.11), é possível fazer um estudo bem definido sobre a amplitude $e_{\zeta(n+1)}$ em regime permanente. A partir do ponto de vista teórico, a precisão do ESO (3.4) pode ser melhorada arbitrariamente, aumentando o valor absoluto das raízes características em ω_0 . Uma propriedade que é derivada de (3.11) é a dinâmica relação entre o termo de perturbação total $\Omega(t)$ e sua estimativa $\hat{\zeta}_{(n+1)}$,

$$\hat{\zeta}_{(n+1)} = \left[\frac{\omega_0^{n+1}}{(s + \omega_0)^{n+1}} \right] \Omega. \quad (3.12)$$

Após substituir (3.12) em (3.11), a seguinte definição é obtida:

$$e_{\zeta(n+1)} = \Omega(t) - \hat{\zeta}_{(n+1)} \quad (3.13)$$

Em [1], foi mostrado que a partir do diagrama de Bode de (3.13), obteve-se a seguinte relação entre $\hat{\zeta}_{(n+1)}$ e $\Omega(t)$:

$$\hat{\zeta}_{(n+1)} = c_0 \Omega(t), \quad (3.14)$$

onde $c_0 \in^n$ é introduzido apenas para fins de análise para representar um fator de escala variável, cujo valor pertence ao intervalo $c_0 \in^n]0; 1[$.

Dessa forma, em [1], mesmo sem saber exatamente os valores dos parâmetros da planta (2.9), é sempre possível escolher a constante de projeto, com base nos limites superior e inferior assumidos para aqueles parâmetros declarados nas premissas **(H2)** e **(H3)**, a fim de garantir a estabilidade do polinômio.

Para uma demonstração mais detalhada das propriedades de estabilidade do MP-ADRC, incluindo a condição para a limitação de $\Omega(t)$, veja [1].

Embora o MP-ADRC tenha boa robustez à incerteza no coeficiente de controle b da planta, o conhecimento da direção de controle (sinal de controle) ainda é necessário no projeto do controlador.

No capítulo 5 é abordado o relaxamento dessa hipótese de direção de controle desconhecida, ao incorporar a técnica da função de monitoração ao MP-ADRC.

4 UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE MONITORAÇÃO NO MP-ADRC

Nesta seção, a técnica da função de monitoração é apresentada como uma abordagem complementar ao método ADRC modificado (MP-ADRC) da seção anterior. O projeto de controladores por realimentação de saída de sistemas incertos sem o conhecimento do sinal da direção de controle tem sido um problema desde os anos 80 [36]. Na literatura de controle adaptativo, o então denominado ganho de Nussbaum [17] vem sendo utilizado na tentativa de relaxar essa hipótese. Contudo, essa abordagem é discutível do ponto de vista prático devido aos grandes transitórios, excessivo esforço de controle e falta de robustez que pode resultar [36]. Neste trabalho, em lugar do ganho de Nussbaum, a direção de controle foi ajustada a partir de funções de monitoração [37].

4.1 Direção de Controle Desconhecida

Existem modelos de sistemas para os quais a direção de controle (o sinal do ganho de alta frequência) é conhecido, ou até mesmo casos em que a planta é estável e pode-se introduzir sinais de alta frequência que identifiquem a direção correta de controle antes de aplicá-la efetivamente ao sistema. Entretanto, em casos particulares, esta hipótese do conhecimento da direção de controle não parece realista.

O controle de torque em acionamentos elétricos [38] e o controle tolerante a falhas, onde um sistema supervisorio deve ser projetado de modo a tratar as mudanças no processo controlado [39] são exemplos de sistemas com direção de controle desconhecida.

Em robótica, nos sistemas mecânicos onde a variável de controle também é a magnitude da força aplicada, e a direção depende das posições, velocidades e outros fatores externos, torna-se inviável ou até indesejável o uso dessa informação para o projeto do controlador, assim é mais real ter um esquema de controle onde essas medidas não sejam necessárias [38]. Outro exemplo que pode ser destacado de direção de controle desconhecida é o problema de frenagem em sistemas ABS (Antilock Braking Systems) como mostrado em [40] e [41].

4.2 Função de Monitoração

Neste trabalho, o problema da direção de controle desconhecida foi ajustado através da função de monitoração, fundamentado nos trabalhos de [2] e [24]. utiliza-se uma estratégia de chaveamento baseada em uma função de monitoração para o erro saída.

Baseado em chaveamento, a função de monitoração determina o sinal correto da direção de controle, que está diretamente relacionada ao sinal do coeficiente de controle b da planta, problema discutido nesse trabalho.

Em geral, essa técnica é implementada da seguinte forma:

- (i) Uma função matemática $\varphi_m(t)$ é definida como estritamente positiva e tem um perfil decrescente. A Fig. Figura 5 exemplifica a trajetória da função de monitoração e erro de rastreamento.
- (ii) A amplitude desta função $\varphi_m(t)$ é continuamente comparada ao módulo da amplitude do erro de saída $|z(t)|$. É importante enfatizar que $\varphi_m(t)$ é escolhida de forma que, se o sistema em malha fechada for assintoticamente estável, então $\varphi_m(t) \geq |z(t)| \forall t > 0$ se $\varphi_m(0) \geq |z(0)|$.
- (iii) Os instantes de comutação, denotados por t_k , são definidos como aqueles instantes de tempo t nos quais ocorrem as interseções entre as curvas $\varphi_m(t)$ e $|z(t)|$, isto é, quando $\varphi_m(t_k) = |z(t_k)|$. Eles correspondem aos momentos em que a direção de controle é alterada.
- (iv) No entanto, é bem sabido que, embora sob a direção de controle correta, $|z(t)|$ pode exibir um comportamento transitório imprevisível que pode levar à comutações errôneas. Para evitar esse tipo de dificuldade durante a tarefa de monitoração, a função $\varphi_m(t)$ é projetada para ter algumas descontinuidades do tipo "salto" exatamente nos instantes $t = t_k$.
- (v) Conforme as trajetórias de $\varphi_m(t)$ saltam em $t = t_k$, $t = t_{k+1}$, $t = t_{k+2}$, e assim por diante, eles assumem formatos ligeiramente diferentes nesses intervalos, que geralmente são descritos pela notação $\varphi_k(t)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$.

Neste trabalho, a estratégia de comutação mencionada no item (iii) é realizada em todos os instantes de tempo t_k , alterando o valor de um ganho auxiliar $K_s \in \mathfrak{R}$, que pode

assumir dois valores possíveis: 1 ou -1 , isto é

$$K_s(t_k) = (-1) \times K_s(t_{k-1}), \quad \forall k = 1, \dots, \infty. \quad (4.1)$$

Nesse caso, o ganho de saída β em (2.14) é substituído por um novo ganho β_s dado por:

$$\beta_s = K_s \beta = K_s K_0 \text{sign}(b). \quad (4.2)$$

Para definir a equação matemática para a função de monitoração $\varphi_m(t)$, é necessário inferir um limite superior para a versão estável da solução da equação de erro $z(t)$, que será discutido na próxima seção. A Figura 4 ilustra o esquema geral de controle proposto neste trabalho. Utilizando a estratégia de controle baseada em uma variação do ADRC, denotado de MP-ADRC [1], este último método requer apenas o conhecimento do sinal do parâmetro b da planta, e usa um Observador de Estado Estendido (ESO) para estimar a perturbação generalizada $f(t)$ e a lei de realimentação do estado $v(t)$. Além disso, esta estratégia incorpora a técnica da função de monitoração proposta em [2], por levar em consideração uma classe mais geral de sistemas com direções de controle desconhecidas, isto é, quando o parâmetro b tem sinal desconhecido.

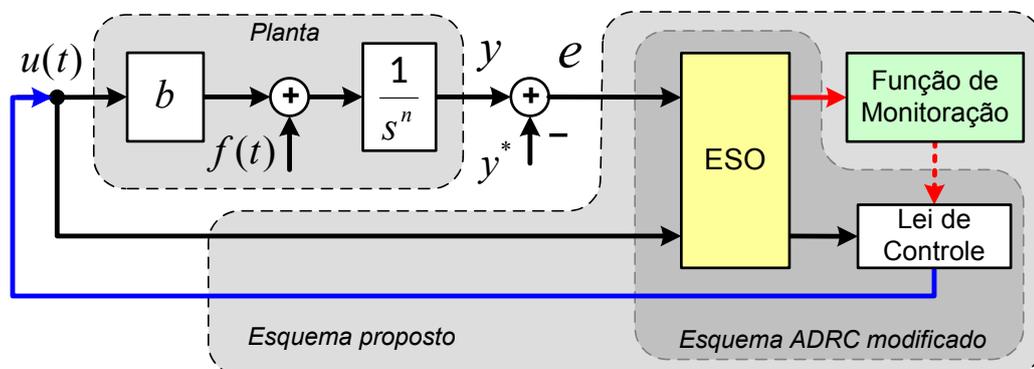


Figura 4 Diagrama de blocos do esquema de controle proposto: MP-ADRC com função de monitoração.

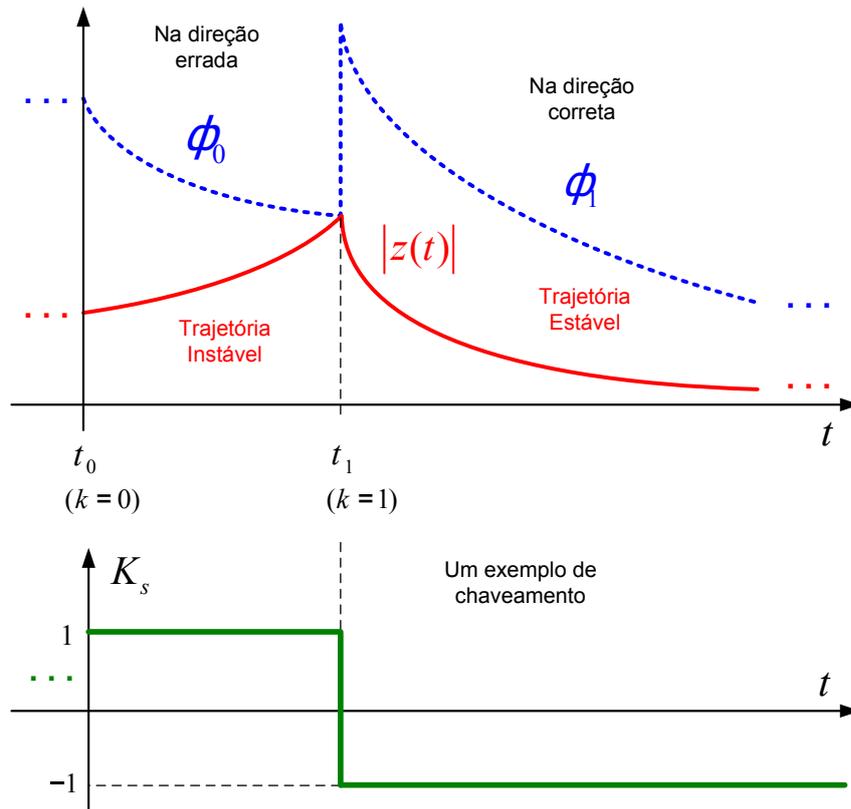


Figura 5 Representação ilustrativa da implementação da função de monitoração [2] e das trajetórias de $\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ (linha tracejada) e $|z(t)|$ (linha sólida). A função de monitoração é um operador híbrido que salta e segue o fluxo temporal.

4.3 Cálculo do limite superior do erro auxiliar

Nesta seção são apresentadas as equações dos erros auxiliares obtidas no projeto do controlador proposto. Para determinar o limite da trajetória do erro $z(t)$, primeiro substitui-se (3.8) em (2.26), que resulta na seguinte expressão:

$$z^{(n)}(t) + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) - \hat{\zeta}_{(n+1)} = e_{\zeta(n+1)}. \quad (4.3)$$

Define-se $z(0), \dot{z}(0), \dots, z^{(n-1)}(0)$ como as condições iniciais de (4.3).

Como o lado esquerdo de (4.3) corresponde a uma equação linear, invariante no tempo e BIBO estável, pode-se garantir que a limitação de $e_{\zeta(n+1)}$ resultará em um $z(t)$ limitado. Portanto, a solução completa para (4.3) é descrita por:

$$z(t) = z_1(t) + z_2(t), \quad (4.4)$$

onde $z_1(t)$ e $z_2(t)$ são as respostas de estado zero e entrada zero de (4.3), respectivamente.

Então, para analisar a limitação do erro de estimação do último estado do observador ($e_{\zeta(n+1)}$), considera-se o cálculo da função de transferência da entrada $\Omega(t)$ para a saída $e_{\zeta(n+1)}$ descrita por (3.11).

Note que (3.11) é BIBO estável e, portanto, dada a hipótese inicial da limitação de $|\Omega(t)|$, existe uma constante positiva \bar{C} tal que $|e_{\zeta(n+1)}(t)| \leq \bar{C} \forall t$.

Assim, pode-se concluir que

$$|z_1(t)| \leq \left| \frac{1}{s(s + \gamma)^n} \right| \bar{C}. \quad (4.5)$$

onde γ é o polo de Q_0 .

No entanto, como γ é uma constante real e positiva, então é garantido que $z_1(t)$ não possui percentual de ultrapassagem.

Aplicando o Teorema do Valor Final em (4.5), obtém-se a condição de limitação superior, em estado estacionário,

$$|z_1(t)| \leq \frac{\bar{C}}{\gamma^n}. \quad (4.6)$$

Então, a seguir, vamos continuar com a análise da resposta de entrada zero $z_2(t)$

aplicada às Eqs. (4.3) e (4.4).

Considere, a partir de (4.3), que

$$z_2^{(n)} + \alpha^T z_2(t) = 0 \quad (4.7)$$

Assim, representando (4.7) no domínio da frequência, tem-se

$$(s + \gamma)^n Z_2(s) = \sum_{k=1}^n s^{n-k} z^{(k-1)}(0) + \alpha_{n-1} \sum_{k=1}^{n-1-k} z^{(k-1)}(0) + \alpha_{n-2} \sum_{k=1}^{n-2} \left(s^{n-2-k} z^{(k-1)}(0) \right) + \dots + \alpha_1 z(0). \quad (4.8)$$

Expandindo (4.8) e agrupando os termos semelhantes, obtém-se

$$(s + \gamma)^n Z_2(s) = s^{n-1} z(0) + s^{n-2} (\dot{z}(0) + \alpha_{n-1} z(0)) + s^{n-3} (\ddot{z}(0) + \alpha_{n-1} \dot{z}(0) + \alpha_{n-2} z(0)) + \dots \quad (4.9)$$

que pode ser escrito, de forma compacta, como

$$(s + \gamma)^n Z_2(s) = \sum_{k=1}^n s^{n-k} \sum_{l=0}^{k-1} \alpha_{n-l} z^{(k-1-l)}(0), \quad (4.10)$$

na qual $\alpha_n = 1$. Então,

$$Z_2(s) = \frac{s^{n-1} z(0) + \sum_{k=2}^n s^{n-k} \sum_{l=0}^{k-1} \alpha_{n-l} z^{(k-1-l)}(0)}{(s + \gamma)^n}. \quad (4.11)$$

Assim, calculando os resíduos c_i da expansão em frações parciais de (4.11), tem-se que

$$\begin{aligned}
c_n &= \frac{1}{(n-1)!} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} [Z_2(s)(s+\gamma)^n]_{s=-\gamma} = z(0), \\
c_{n-1} &= \frac{1}{(n-2)!} \frac{d^{n-2}}{ds^{n-2}} [Z_2(s)(s+\gamma)^n]_{s=-\gamma} = \alpha_n [-\gamma z(0) + \dot{z}(0)] + \alpha_{n-1} z(0), \\
c_{n-2} &= \frac{1}{(n-3)!} \frac{d^{n-3}}{ds^{n-3}} [Z_2(s)(s+\gamma)^n]_{s=-\gamma} = \\
&\alpha_n [-\gamma^2 z(0) - \gamma \dot{z}(0) + \ddot{z}(0)] + \alpha_{n-1} [-\gamma z(0) + \dot{z}(0)] + \alpha_{n-2} z(0), \\
&\vdots \\
c_1 &= [Z_2(s)(s+\gamma)^n]_{s=-\gamma} = -\gamma^{n-1} z(0) + \sum_{k=2}^n (-\gamma)^{n-k} \sum_{l=0}^{k-1} \gamma_{n-l} z^{(k-1-l)}(0).
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Observando o padrão matemático nas expressões de c_1, \dots, c_n da Eq. (4.12), realizado em [41], surge uma fórmula geral,

$$c_{n-j} = (-\gamma)^j z(0) + \sum_{k=2}^{j+1} (-\gamma)^{j-k+1} \sum_{l=0}^{k-1} \gamma_{n-l} z^{(k-1-l)}(0) \tag{4.13}$$

na qual $j = 0, 1, \dots, n-1$. Portanto,

$$Z_2(s) = \frac{c_n}{s+\gamma} + \frac{c_{n-1}}{(s+\gamma)^2} + \frac{c_{n-2}}{2!} \frac{2!}{(s+\gamma)^3} + \dots + \frac{c_1}{(n-1)!} \frac{(n-1)!}{(s+\gamma)^n}, \tag{4.14}$$

Pode-se concluir então que, após algumas manipulações algébricas, $z_2(t)$ pode ser descrito da seguinte forma geral:

$$z_2(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \left((-\gamma)^j z(0) + \sum_{k=2}^n (-\gamma)^{j-k+1} \sum_{l=0}^{k-1} \gamma_{n-l} z^{(k-1-l)}(0) \right) \frac{t^j}{j!} e^{-\gamma t} u(t). \tag{4.15}$$

Então, definindo

$$\bar{c}_{n-j} = \gamma^j z(0) + \sum_{k=2}^{j+1} \gamma^{j-k+1} \sum_{l=0}^{k-1} \gamma_{n-l} z^{(k-1-l)}(0), \tag{4.16}$$

pode-se concluir que $c_{n-j} \leq \bar{c}_{n-j}$. Além disso, se $\gamma > 1$, então

$$\bar{c}_n \leq \bar{c}_{n-1} \leq \dots \leq \bar{c}_1. \tag{4.17}$$

Assim, a partir de (4.15) pode-se concluir que

$$z_2(t) \leq \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1 t^j e^{-\gamma t}. \quad (4.18)$$

A partir de (4.4), (4.6) e (4.18), pode-se estabelecer um limite superior para $z(t)$ descrito por

$$z(t) \leq \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1 t^j e^{(-\gamma t)} + \frac{\bar{C}}{\gamma^n}, \quad \forall t > 0, \quad (4.19)$$

que pode ser finalmente reescrito para considerar qualquer tempo inicial arbitrário $t_i \neq 0$, ou seja

$$z(t) \leq \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1 (t - t_i)^j e^{-\gamma(t-t_i)} + \frac{\bar{C}}{\gamma^n}, \quad \forall t > t_i. \quad (4.20)$$

Sabe-se que a desigualdade (4.20) será válida se K_s em (4.2) tiver o mesmo sinal do coeficiente de controle b , pois, caso contrário, a estabilidade em malha fechada não pode ser assegurada.

Na seção seguinte, um esquema de chaveamento baseado em uma função de monitoração é desenvolvido para lidar com a falta de informação de direção de controle, que é representada neste trabalho pelo termo $sign(b)$.

4.4 Projeto da função de monitoração

Uma descrição detalhada da definição e projeto da função de monitoração pode ser encontrada em [2]. Ao lembrar que a desigualdade em (4.20) é válida se a direção do controle estiver correta, parece natural usar o lado direito para decidir se uma troca de sinal de $K_s(t_k)$ em (4.1) é necessária.

Neste caso, a troca ocorre apenas quando o limite em (4.20) for violado. Portanto, para $\gamma \geq 1$ em (4.20), considere a função

$$\varphi_k(t) = \sum_{j=0}^{n-1} a(k) (t - t_k)^j e^{-\bar{\gamma}(t-t_k)} + r, \quad (4.21)$$

onde $0 < \bar{\gamma} \leq \gamma$, t_k é o tempo de chaveamento, k é o número de chaveamentos, $a(k)$ é qualquer sequência monotonicamente crescente em k e $r > 0$ é uma pequena constante de ordem $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^n}\right)$ satisfazendo $0 < \frac{\bar{C}}{\gamma^n} \leq r$. A constante r pode ser substituída pela

sequência $r(k) = k\frac{1}{\gamma^n}$, também da ordem $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^n}\right)^1$.

A função de monitoração φ_m pode ser definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}) \subset [0, +\infty). \quad (4.22)$$

Observe em (4.21) e (4.22), que $|z(t)| < |\varphi_k(t)|$ em $t = t_k$. O tempo de chaveamento

$$t_k := \begin{cases} \min\{t > t_{k-1} : |z(t)| = \varphi_{k-1}(t)\}, & \text{se existir,} \\ +\infty, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.23)$$

é o instante de tempo em que a função de monitoração $\varphi_m(t)$ atende $|z(t)|$, onde $k \in \{1, 2, \dots\}$ e $t_0 := 0$. Deste ponto de vista, a função de monitoração em (4.21) e (4.22) pode ser vista como uma solução de um sistema híbrido, onde a *variável de salto* é o estado da função de monitoração no momento do chaveamento t_k e a condição de (4.23) define a regra ou *posição defensiva* de chaveamento. A Figura 5 ilustra a norma de erro auxiliar $|z|$ e a função de monitoração φ_m .

A seguinte desigualdade é obtida diretamente de (4.22):

$$|z(t)| \leq \varphi_m(t), \quad \forall t \in [0, +\infty). \quad (4.24)$$

Usando o controlador proposto, se o chaveamento da função de monitoração cessar, o conjunto residual em torno do valor de y^* é dependente dos valores para os quais a função de monitoração converge. De acordo com a definição dada em (4.21), o conjunto residual final será da ordem $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^n}\right)$.

É importante observar, a partir de (4.16), (4.18), (4.20) e (4.21), que um resultado relevante do desenvolvimento matemático acima é que, se as condições iniciais $z(0), \dots, z^{(n-1)}(0)$ forem conhecidas, então $a(k)$ pode ser escolhido de forma que $\varphi_k(0) > |z(0)|$. Dessa forma, evita-se uma comutação desnecessária no sinal de controle, o que melhora o desempenho do sistema em malha fechada.

¹Conforme definido na referência K:1996, uma função vetorial $f(t, \varepsilon) \in^n$ é considerada de ordem $\mathcal{O}(\varepsilon)$ em um intervalo $[t_1, t_2]$, se $\exists k, \bar{\varepsilon} : |f(t, \varepsilon)| \leq k\varepsilon, \forall \varepsilon \in [0, \bar{\varepsilon}]$ e $\forall t \in [t_1, t_2]$. Na maioria dos casos, não fornecemos estimativas precisas para as constantes $k, \bar{\varepsilon}$, e usamos $\mathcal{O}(\varepsilon)$ para ser interpretado como uma relação de ordem de magnitude para ε suficientemente pequeno

5 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Ao substituir a expressão da lei de controle (3.8) em (2.26), a dinâmica em malha fechada para o erro $z(t)$ torna-se:

$$z^{(n)}(t) + \alpha^T Z(t) = \Omega(t) - \hat{\zeta}_{(n+1)} = e_{\zeta(n+1)}. \quad (5.1)$$

O teorema a seguir apresenta a análise de estabilidade do controlador via realimentação de saída proposto baseado em função de monitoração, onde a saída $y(t)$ rastreia o modelo de referência $y^*(t)$ com um pequeno erro residual.

Teorema 1 Considere o sistema (1.1), o sinal de referência $y^*(t)$, a função de monitoração de (4.21) e (4.22) e a lei de controle em (3.8) e (4.1). Considere que as hipóteses de H1 – H4 são válidas, assim:

(a) o erro auxiliar $z(t)$ satisfaz, $\forall t \geq t_N > 0$ e $\bar{\gamma} > 0$, a desigualdade

$$|z(t)| \leq \sum_{j=0}^{n-1} a(N)(t - t_N)^j e^{-\bar{\gamma}(t-t_N)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^{(n)}}\right), \quad (5.2)$$

e a saída $y(t)$ tende para uma vizinhança de ordem $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\gamma^{(n)}}\right)$ em torno de $y^*(t)$;

(b) após um número finito de chaveamentos da função de monitoração, a direção de controle é estimada corretamente;

(c) o sistema em malha fechada (5.1) é assintoticamente estável em relação a um conjunto compacto independente das condições iniciais.

A prova é feita por contradição. Consideramos dois casos: $|z(t)| > \mathcal{O}(1/\gamma^n)$ e $|z(t)| \leq \mathcal{O}(1/\gamma^n)$. Enquanto $|z(t)| > \mathcal{O}(1/\gamma^n)$, suponha por contradição que $k_s(t_k)$ em (4.1) aplicado na lei de controle u dada por (4.2) comuta sem parar, $\forall t \in [0, +\infty)$. Então, o termo $a(k)(t - t_k)^j e^{-\bar{\gamma}(t-t_k)}$ em (4.21) aumenta ilimitadamente à medida que $k \rightarrow +\infty$. Assim, existe um valor finito $\kappa > 0$ tal que para $k \geq \kappa$:

(i) o termo $|\pi_z(t)| < a(\kappa)(t - t_\kappa)^j e^{-\bar{\gamma}(t-t_\kappa)}$ com $\pi_z(t) := \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1(t - t_i)^j e^{-\gamma(t-t_i)}$ sendo o primeiro termo do lado direito de (4.20) e (ii) a direção do controle está correta. Do item (i), podemos concluir que $\varphi_m(t) > \zeta(t)$, $\forall t \in [t_\kappa, t_{\kappa+1})$, com $\zeta(t) := \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1(t - t_i)^j e^{-\gamma(t-t_i)} + \frac{\bar{C}}{\gamma^n}$.

Do item (ii), ζ é um limitante superior válido para $|z|$. Portanto, nenhuma troca ocorrerá

após $t = t_\kappa$, ou seja, $t_{\kappa+1} = +\infty$, e veja em (4.23) o que nos leva a uma contradição. Assim, φ_m deve parar de chavear após algum valor finito $k = N$ e $t_N \in [0, +\infty)$, sempre que $|z(t)| > \mathcal{O}(1/\gamma^n)$. Portanto, a partir de (4.21), (4.22) e (4.24), podemos concluir que em (5.2), o erro auxiliar $z(t)$ converge para um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$.

Lembrando que no caso complementar já temos $|z(t)| \leq \mathcal{O}(1/\gamma^n)$, precisamos mostrar que o erro auxiliar $z(t)$ finalmente entra na vizinhança $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$ com o sinal de controle correto, isto é, o $sign(b)$ está devidamente identificado.

Outro argumento de contradição. Suponha que terminemos com uma estimativa de direção de controle incorreta. Portanto, $e_{\zeta(n+1)}(t)$ divergiria com $t \rightarrow +\infty$ para todas as condições iniciais, ou seja, $z(t)$, regido por (5.1) não permaneceria no conjunto residual, gerando uma contradição. Portanto, o $sign(b)$ deve ser estimado corretamente em $k = N$. Podemos concluir que $z(t)$ sempre tende para um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$, enquanto $t \rightarrow +\infty$.

Além disso, a convergência final de $z(t)$ para um conjunto residual de ordem $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$ e a identificação correta do $sign(b)$ nos permite invocar os resultados da referência [1] para concluir que o erro de rastreamento de saída $e(t)$ em (1.1) também converge para uma vizinhança $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$ de zero, considerando o novo tempo inicial como $t = t_N$.

A seguir, $k_i > 0$ são constantes que não dependem das condições iniciais e $\Psi_i(\cdot)$ são funções de classe- \mathcal{K}_∞^2 , conforme definido na referência [42] [p. 144].

Como N é o número de chaveamentos necessários para garantir que a desigualdade $\pi_z(t) < a(N)(t - t_N)^j e^{-\bar{\gamma}(t-t_N)}$ e $\pi_z(t) := \sum_{j=0}^{n-1} \bar{c}_1(t - t_i)^j e^{-\gamma(t-t_i)}$, com \bar{c}_1 constante que satisfaz (4.17), e lembrando que r é $\mathcal{O}(1/\gamma^n)$, então N pode ser relacionado ao valor inicial $\|Z(0)\|$ do estado aumentado em (2.24) contendo $z(0)$ e suas derivadas de ordem superior até $z^{(n-1)}(0)$ visto que $\pi_z(0) \leq c_z \|Z(0)\|$ por definição. De fato, pode-se escrever $N \leq \Psi_1 \|Z(0)\| + k_1$. Assim, temos $a(N) \leq \Psi_2 \|Z(0)\| + k_2$. Da Eq. (4.20), podemos escrever $|z(t_N)| \leq \Psi_3 \|Z(0)\| + k_3$ e, a partir de (4.21), (4.22) e (4.24), temos:

$$|z(t)| \leq \Psi_4 \|Z(0)\| + k_4, \quad \forall t \geq 0. \quad (5.3)$$

Usando a *forma regular* [43][pp. 39–41] para a realização no espaço de estado de

²Uma função contínua $\alpha : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ pertence à classe- \mathcal{K} se for estritamente crescente e $\alpha(0) = 0$.

Além disso, diz-se que uma função contínua $\alpha : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ pertence à classe- \mathcal{K}_∞ se também pertence a classe- \mathcal{K} , $a = \infty$ e $\lim_{r \rightarrow \infty} \alpha(r) = \infty$.

(5.1), conclui-se que todo o estado $Z(t)$ do sistema é ISS (*Input-to-State Stable*) K:1996 com o erro auxiliar $z(t)$, que é uniformemente limitado de acordo com (5.3) e, consequentemente,

$$\|Z(t)\| \leq \Psi_5(\|Z(0)\|) + c, \quad \forall t \geq 0, \quad (5.4)$$

onde c é uma constante positiva. Assim, dado $R > c$, para $\|Z(0)\| < R_0$, com $R_0 \leq \Psi_5^{-1}(R - c)$, então $\|Z(t)\|$ é limitado a partir de R com $t \rightarrow +\infty$. Isso implica que $\|Z(t)\|$ é uniformemente limitado (não há escape em tempo finito). Portanto, a estabilidade em relação à bola de raio c é garantida para $Z(0)$ em R_0 . Da propriedade de atratividade em (5.2), já demonstrada, também podemos concluir sobre a estabilidade assintótica com respeito a este mesmo conjunto compacto por meio de um limitante superior semelhante para $Z(t)$.

Corolário 1. No *Teorema 1*, se o sinal de referência y^* é constante, então $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{\zeta(n+1)}(t) = 0$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = 0$.

A prova é uma consequência direta da demonstração do *Corolário 1* da referência [1], uma vez que a direção de controle correta é finalmente identificada de acordo com a propriedade **(b)** do *Teorema 1* anterior.

6 EXEMPLO ACADÊMICO

Para avaliar o desempenho do controlador proposto, aplicando a função de monitoração ao método MP-ADRC com a finalidade de contornar a dificuldade para uma classe mais ampla de plantas incertas e com direção de controle desconhecida, este capítulo mostra os resultados de simulação obtidos aplicado a uma planta acadêmica.

6.1 Descrição da planta do exemplo

Para as etapas de projeto e simulação, considera-se a planta linear $H(s)$ que é inspirada no exemplo usado por [1] e [12].

Os parâmetros a_0 , a_1 , b_1 são considerados incertos, o sinal do coeficiente de controle da planta b_1 é desconhecido.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_1}{s^2 + a_1s + a_0}. \quad (6.1)$$

6.2 Parâmetros aplicados na simulação para os controladores MP-ADRC e MP-ADRC com Função de monitoração

Nesta seção, descreve-se os parâmetros utilizados nas simulações em ambiente Matlab/Simulink. Os resultados de desempenho dos controladores MP-ADRC e MP-ADRC com Função de monitoração são apresentados nas seções 6.3 e 6.4

Considerando a planta (6.1), os parâmetros usados na simulação são:

Planta: $a_1 = 3$, $a_0 = -4$, $b_1 = -500$;

ADRC com planta modificada - MP-ADRC:

Filtro Q_0 : $\gamma = 9$ ($\alpha_0 = 81$, $\alpha_1 = 18$);

Ganho de saída: $K_0 = 0.1$;

ESO: $w_0 = 170$, $\bar{L}_1 = 492$, $\bar{L}_2 = 7.8 \times 10^4$, $\bar{L}_3 = 4.9 \times 10^6$;

Função de Monitoração (Eq. (4.21) e Eq. (4.22), para $n = 2$): $\varphi_k(t) = a(k)e^{-8.9(t-t_k)}(1 + t - t_k) + 0.01$, $a(k) = k + 0.01$.

6.3 Resultados simulados para controlador MP-ADRC

A fim de comparar o desempenho do controlador MP-ADRC e o proposto neste trabalho com a aplicação da Função de Monitoração para a finalidade de relaxamento do conhecimento do coeficiente de controle da planta b , esta seção apresenta o desempenho da planta descrita em 6.1, Eq.6.1, com os parâmetros mostrados em 6.2. Os resultados obtidos na simulação são mostrados na Figura 6, mostrando as curvas para a saída $y(t)$ e a referência $y^*(t)$, obtidos após simular a estratégia de controle MP-ADRC. As simulações da Figura 6 revelam que o método MP-ADRC pode lidar com as incertezas do ganho de controle da planta em módulo, mas não em sinal para garantir a estabilidade em malha fechada. O método ADRC modificado proposto por [1] mostrou propriedades de robustez para um grande nível de incertezas paramétricas, uma vez que considerou as incertezas do ganho de controle como parte da função de perturbação generalizada, que foi estimado pelo ESO. Embora tal esquema possa superar a falta de conhecimento sobre o valor de ganho de controle da planta b_1 , seu sinal ainda é necessário para garantir a estabilidade.

Na próxima seção, a eficácia da estratégia proposta é apresentada através da realização de simulações.

6.4 Resultados simulados para controlador MP-ADRC com Função de Monitoração

Nesta seção, simulações ilustram o desempenho da estratégia de controle proposta aplicando a função de monitoração [2] no MP-ADRC [1].

Como a finalidade das simulações também é comparar com os resultados do controlador MP-ADRC indicados na seção anterior, então foi aplicada a mesma planta descrita em 6.1 com os parâmetros mostrados em 6.2 nesta seção.

Se a estratégia de controle proposta e ilustrada no diagrama da Figura 4 é projetada supondo que $b_1 = -500$ (sinal correto), então o desempenho de saída da planta (e também do erro de saída) será estável, conforme foi previsto pela análise de estabilidade da Seção 5.

Nessa situação, possivelmente não haverá chaveamento na função de monitoração, o que indica que o erro de saída apresentará um comportamento convergente para um dado conjunto residual em torno de zero. Porém, se a lei de controle é projetada com

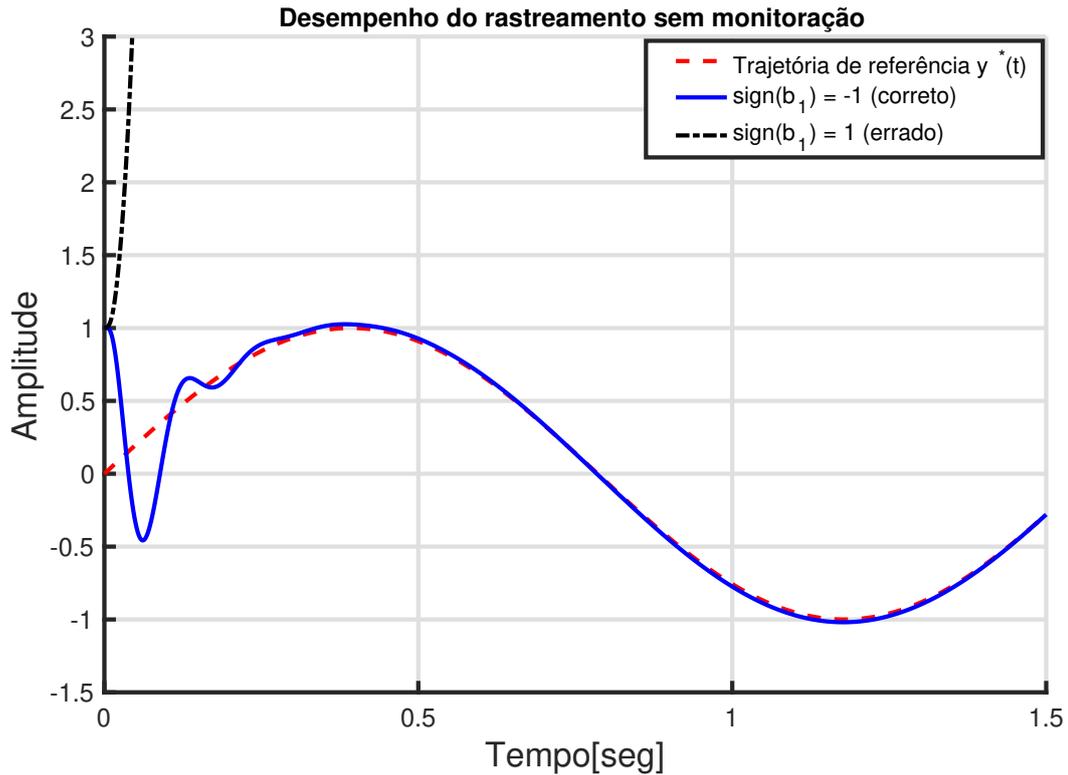


Figura 6 Resultado simulado - método MP-ADRC.

$b_1 = 500$ (sinal errado), o sistema em malha fechada deve ter um comportamento instável inicialmente. Em geral, resulta um erro de saída divergente, em módulo, um ou mais chaveamentos da função de monitoração devem ocorrer até que o sinal de direção de controle seja compatível com o ganho correto $b_1 = -500$, e o sistema apresentará um comportamento estável e convergente.

As situações mencionadas são ilustradas nas Figuras Figura 7 e Figura 8.

Observe que as curvas de saída representadas na Figura Figura 7, nos primeiros instantes de tempo, são semelhantes às da Figura Figura 6. Na verdade, apresentam o mesmo comportamento inicial, exceto pelo fato da Figura Figura 7, a função de monitoração chavear para estabilizar o sistema com o passar do tempo.

Isso também pode ser visto nas curvas $|z(t)|$ na Figura Figura 8. Nos gráficos superiores, o comportamento divergente inicial de $|z(t)|$ força a função de monitoração a chavear, assim como o sinal da direção de controle, levando o sistema a uma condição estável.

Além disso, mostra-se os instantes de tempo em que há um encontro entre as curvas de $\varphi_m(t)$ e $|z(t)|$. Isso indica que a direção de controle inicialmente considerada não é de

fato a correta.

Nos gráficos inferiores da Figura 8, a função de monitoração não chaveia devido ao padrão convergente do erro $|z(t)|$. Quando a direção do controle é inicialmente correta, o método proposto garante que $|z(t)|$ decaia exponencialmente.

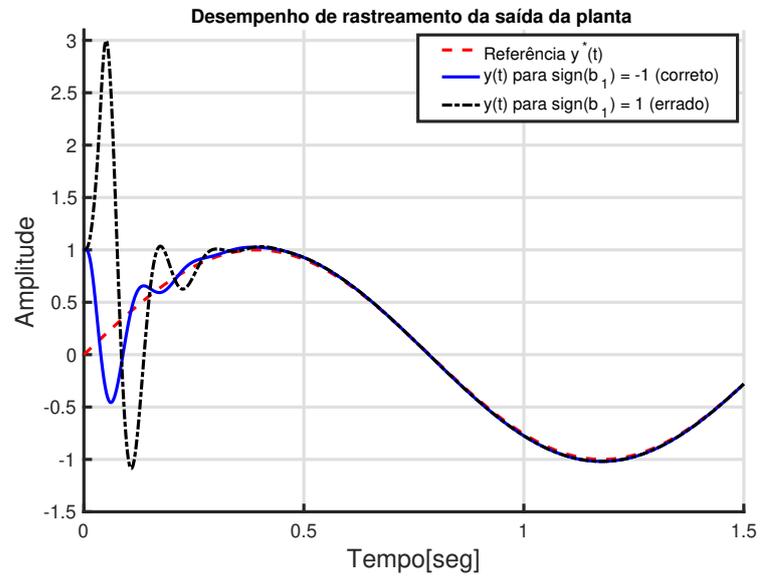


Figura 7 Resultado simulado. Aplicação do MP-ADRC com abordagem da função de monitoração. Saídas da planta.

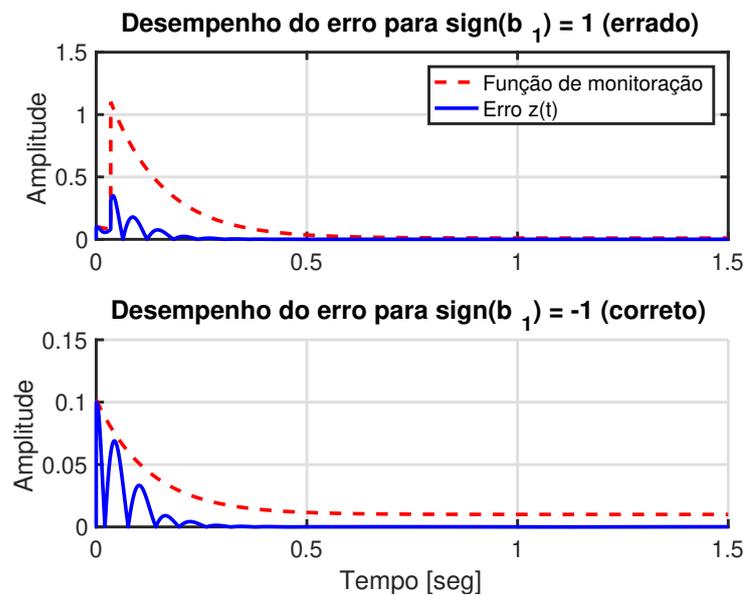


Figura 8 Resultado simulado - Curvas da função de monitoração e do erro $z(t)$.

7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO - SISTEMA DE FRENAGEM ANTIBLOQUEIO (ABS)

Em processos de frenagem repentina, a roda do carro pode travar, fazendo com que o motorista perca o controle do veículo. Em geral, esse comportamento resulta em acidentes com danos materiais e, muitas vezes, com vítimas fatais. Nesse contexto, um importante dispositivo eletromecânico foi projetado para atenuar esses efeitos, o Sistema de Frenagem Antibloqueio (ABS). No estágio inicial de frenagem, o ABS pode detectar o travamento de uma ou mais rodas e pode reduzir seletivamente a pressão de frenagem por meio do torque a ser aplicado. Tal procedimento garante ao motorista que o veículo irá parar com segurança e rapidez, mesmo em uma situação de frenagem total.

7.1 Aplicação do Controlador MP-ADRC com Função de Monitoração no Sistema ABS

Nesta seção, é desenvolvido um modelo matemático simplificado baseado no sistema de frenagem antibloqueio de laboratório INTECO [44]. Considere o diagrama de corpo livre na Figura Figura 9, no qual todos os valores dos parâmetros são fornecidos na Tabela Tabela 1.

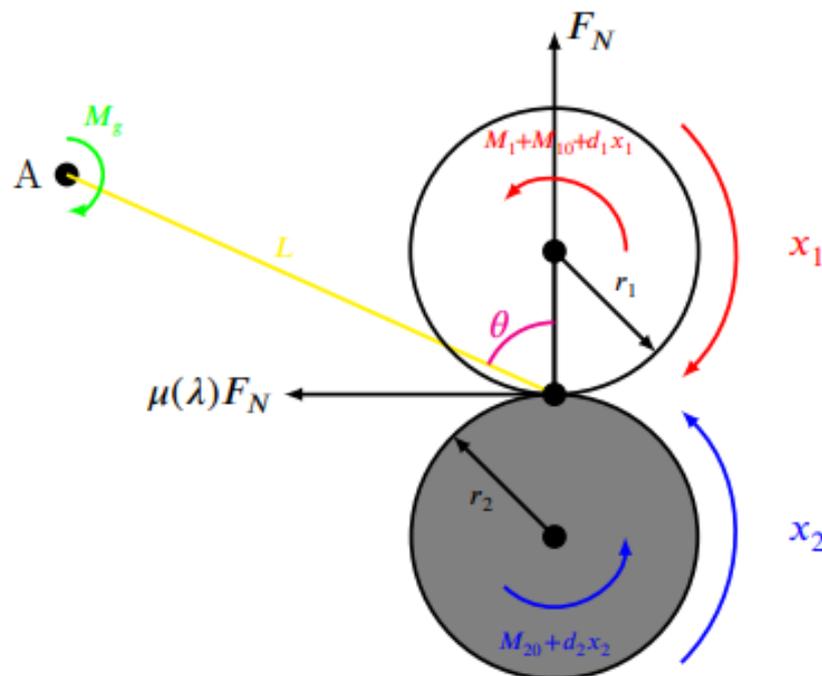


Figura 9 Diagrama de corpo livre, INTECO ABS.

A roda inferior na Figura 9, emula os movimentos da estrada, enquanto a superior,

Tabela 1 Diagrama de corpo livre, INTECO ABS.

Parâmetro	Descrição	Unidade	Valor
r_1	raio da roda superior	m	0,0995
r_2	raio da roda inferior	m	0,0990
L	distância entre o ponto de contato das rodas e o eixo de rotação da alavanca de equilíbrio	m	0,370
θ	ângulo entre o ponto de contato normal e a linha L	°	65,61
J_1	momento de inércia da roda superior	kgm ²	$7,53 \times 10^{-3}$
J_2	momento de inércia da roda inferior	kgm ²	$25,60 \times 10^{-3}$
d_1	coeficiente de atrito viscoso da roda superior	kgm ² /s	$1,1874 \times 10^{-4}$
d_2	coeficiente de atrito viscoso da roda inferior	kgm ² /s	$2,1468 \times 10^{-4}$
M_{10}	atrito estático da roda superior	Nm	0,0032
M_{20}	atrito estático da roda inferior	Nm	0,0925
M_g	torques gravitacionais e de amortecimento atuando na alavanca de equilíbrio	Nm	19,62

o movimento da roda do carro. Para acelerar a roda inferior, um motor DC é acoplado a ela, enquanto a roda superior é equipada com um sistema de freio a disco, que fornece o torque de frenagem de entrada M_1 . Uma alavanca de equilíbrio, distanciando L do ponto de contato das rodas, gera as forças de contato F_N entre elas e, conseqüentemente, um torque de atrito $\mu(\lambda)F_N$. Na Figura 9, pode-se notar que esse torque de atrito gera os torques de atrito do rolamento M_{10} e M_{20} na roda superior e inferior, respectivamente.

Definindo $x_1(t)$ como a velocidade angular da roda superior de raio r_1 e $x_2(t)$ como a velocidade angular da roda inferior de raio r_2 , a taxa de deslizamento $\lambda(t)$ é dada por Eq. 7.1 [44].

$$\lambda(t) := \begin{cases} \frac{r_2 x_2(t) - r_1 x_1(t)}{r_2 x_2(t)}, & r_2 x_2(t) > r_1 x_1(t), \quad x_1(t) > 0, x_2(t) > 0 \\ \frac{r_1 x_1(t) - r_2 x_2(t)}{r_1 x_1(t)}, & r_2 x_2(t) < r_1 x_1(t), \quad x_1(t) > 0, x_2(t) > 0 \\ \frac{r_1 x_1(t) - r_2 x_2(t)}{r_1 x_1(t)}, & r_2 x_2(t) > r_1 x_1(t), \quad x_1(t) < 0, x_2(t) < 0 \\ \frac{r_2 x_2(t) - r_1 x_1(t)}{r_2 x_2(t)}, & r_2 x_2(t) < r_1 x_1(t), \quad x_1(t) < 0, x_2(t) < 0 \\ 1, & x_1(t) \leq 0 \text{ e } x_2(t) > 0 \quad \text{ou} \quad x_2(t) > 0 \text{ e } x_1(t) \leq 0 \end{cases} \quad (7.1)$$

É importante observar que, embora o INTECO ABS trabalhe com $x_1 < 0$ e $x_2 < 0$, este caso não é considerado aqui, pois o veículo estaria em marcha à ré, onde a ativação do ABS não é necessária.

Uma vez que a força de atrito é obtida como o produto da força de pressão normal $F_N(t)$ pelo coeficiente de proporcionalidade

$$\mu(\lambda(t)) = \frac{c_4 \lambda^p(t)}{a + \lambda^p(t)} + c_3 \lambda^3(t) + c_2 \lambda^2(t) + c_1 \lambda(t), \quad (7.2)$$

a segunda lei de Newton para o movimento de rotação leva as Eqs. 7.3 e 7.4.

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{J_1} F_N(t) r_1 s \mu(\lambda) - \frac{d_1}{J_1} x_1(t) - s_1 \frac{M_{10}}{J_1} - \frac{1}{J_1} s_1 M_1(t), \quad (7.3)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{J_2} F_N(t) r_2 s \mu(\lambda) - \frac{d_2}{J_2} x_2(t) - s_2 \frac{M_{20}}{J_2}, \quad (7.4)$$

onde d_1 e d_2 são os coeficientes de atrito viscoso das rodas superior e inferior, respectivamente, e s , s_1 e s_2 são variáveis auxiliares descritas por

$$s = \text{sgn}(r_2 x_2(t) - r_1 x_1(t)), \quad (7.5)$$

$$s_1 = \text{sgn}(x_1(t)), \quad (7.6)$$

$$s_2 = \text{sgn}(x_2(t)). \quad (7.7)$$

Observe que, da soma dos torques em relação ao ponto A na Figura Figura 9, a força normal é dada por

$$F_N(t) = \frac{M_g + s_1 M_1(t) + s_1 M_{10} + d_1 x_1(t)}{L(\sin(\theta) - s \mu(\lambda(t)) \cos(\theta))}. \quad (7.8)$$

Portanto, de (7.1) - (7.8), a dinâmica da taxa de deslizamento $\lambda(t)$ é

$$\dot{\lambda}(t) = f(x, t) + g(x, t) M_1(t), \quad (7.9)$$

no qual

$$f(x, t) = s F(x, t), \quad F(x, t) = \begin{cases} f^+(x, t), & s = 1 \\ f^-(x, t), & s = -1 \end{cases}, \quad (7.10)$$

$$(7.11)$$

$$f^+(x, t) = \frac{1}{|x_2(t)|} \left\{ -\frac{r_2(M_g+M_{10})}{J_2 L} \frac{(1-\lambda)\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} - \frac{r_1^2 M_g}{r_2 J_2 L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} - \frac{M_{20}}{J_2} (1-\lambda) + \right.$$

$$\left. + \frac{r_1 M_{10}}{r_2 J_1} \left[1 - \frac{r_1}{L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right] \right\} + \left\{ \frac{d_1}{J_1} - \frac{d_2}{J_2} - \frac{d_1}{L} \left(\frac{r_1}{J_1} + \frac{r_2}{J_2} \right) \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right\} (1-\lambda),$$

$$f^-(x, t) = -\frac{1}{|x_1|} \left\{ \frac{r_1 M_g}{J_1 L} \frac{(1-\lambda)\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} + \frac{M_{10}}{J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right] (1-\lambda) + \frac{r_2 M_{20}}{r_1 J_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{r_2^2(M_g+M_{10})}{r_1 J_2 L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right\} - \frac{d_1}{J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right] (1-\lambda) - \frac{d_2}{J_2} (1-\lambda) +$$

$$- \frac{r_2^2 d_1}{r_1 J_2 L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))},$$

$$g(x, t) = sG(x, t), \quad G(x, t) = \begin{cases} g^+(x, t), & s = 1 \\ g^-(x, t), & s = -1 \end{cases}, \quad (7.12)$$

$$(7.13)$$

$$g^+(x, t) = \frac{1}{|x_2|} \left\{ \frac{r_1}{r_2 J_1} \left[1 - \frac{r_1}{L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right] - \frac{r_2}{J_2 L} \frac{(1-\lambda)\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)-\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right\} = \frac{g_\lambda^+(\lambda)}{|x_2|},$$

$$g^-(x, t) = \frac{1}{|x_1|} \left\{ \frac{1}{J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right] (1-\lambda) + \frac{r_2^2}{r_1 J_2 L} \frac{\mu(\lambda)}{(\sin(\theta)+\mu(\lambda)\cos(\theta))} \right\} = \frac{g_\lambda^-(\lambda)}{|x_1|}.$$

Neste trabalho, o torque de frenagem aplicado à roda superior, M_1 [Nm], é definido como o sinal de entrada, o vetor de estado é definido como $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T \in \mathbb{R}^2$ e $\lambda(t)$ é uma saída de grau relativo unitário. Além disso, $r_1 x_1$ representa a velocidade longitudinal da roda do veículo, enquanto $r_2 x_2$ representa a velocidade do carro.

A fim de analisar o sinal de $g(x, t)$, a Figura 10 mostra as curvas de $g_\lambda^+(\lambda)$ e $g_\lambda^-(\lambda)$ para os valores possíveis da variável λ . Observe que $g_\lambda^+(\lambda) > 0$ e $g_\lambda^-(\lambda) > 0$ para todo $0 < \lambda(t) < 1$ independentemente do sinal de s .

Porém, da Eq. 7.12, pode-se observar que o sinal de $g(x, t)$ depende apenas do sinal de s de tal modo que

- $g(x, t) > 0$ se $s = 1$;
- $g(x, t) < 0$ se $s = -1$.

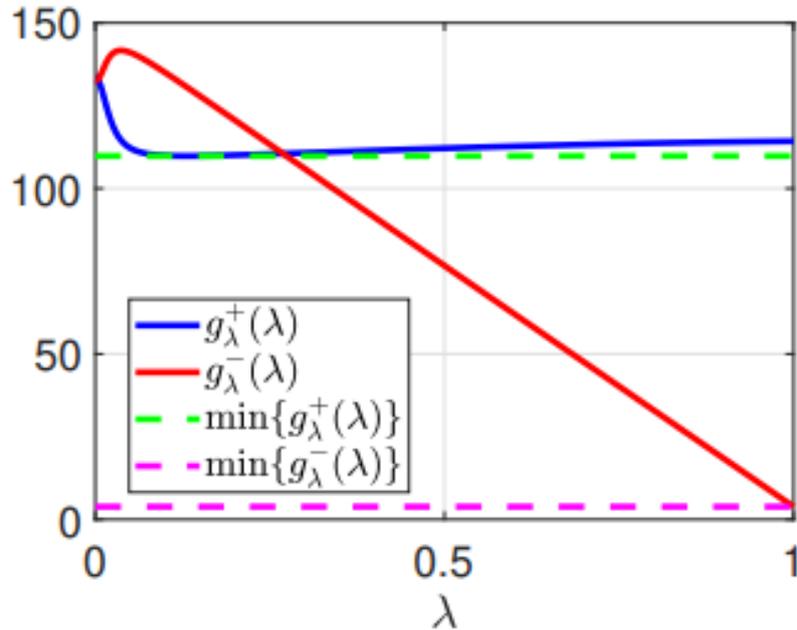


Figura 10 Curvas de $g_{\lambda}^{+}(\lambda)$ e $g_{\lambda}^{-}(\lambda)$, para $0 < \lambda < 1$, onde $\min\{g_{\lambda}^{+}(\lambda)\} = 109,7968$ e $\min\{g_{\lambda}^{-}(\lambda)\} = 3,8611$, usando os valores das tabelas Tabela 1 e Tabela 2.

Tabela 2 Parâmetros da equação do coeficiente de atrito (7.2).

Parâmetro	Valor
a	0,00025724985785
c_1	-0,04240011450454
c_2	0,00000000029375
c_3	0,03508217905067
c_4	0,40662691102315
p	2,09945271667129

É importante enfatizar que, embora a Eq. (7.1) pareça ser simples, seu uso implica uma restrição severa na aplicabilidade do modelo. Observe que, para velocidades suficientemente baixas, condições matemáticas não determinadas podem ocorrer ao calcular a taxa de deslizamento $\lambda(t)$. Na prática, este problema é superado especificando-se limites de velocidade inferiores $r_1 \underline{x}_1$ e $r_2 \underline{x}_2$, $\underline{x} = [\underline{x}_1, \underline{x}_2]^T$, abaixo do qual o controlador ABS está desativado. No presente exemplo de aplicação, esta velocidade é escolhida como 5 km/h (1.4 m/s). Inicialmente, como o veículo não está derrapando, $s_1 = s_2 = 1$ e $0 < \lambda(t) < 1$. Além disso, conforme o veículo está freando, $|x_1(t)| < |x_1(0)|$ e $|x_2(t)| < |x_2(0)|$. Então, ao definir $\bar{\mu} = \max\{\mu(\lambda)\}$, temos das Eqs. 7.10 e 7.12,

$$\begin{aligned}
|f^+(x, t)| &\leq \frac{1}{|x_2|} \left\{ \frac{r_2(M_g + M_{10})}{J_2 L} \frac{\bar{\mu}}{(\sin(\theta) - \bar{\mu} \cos(\theta))} + \frac{r_1^2 M_g}{r_2 J_2 L} \frac{\bar{\mu}}{(\sin(\theta) - \bar{\mu} \cos(\theta))} + \frac{M_{20}}{J_2} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{r_1 M_{10}}{r_2 J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\bar{\mu}}{(\sin(\theta) - \bar{\mu} \cos(\theta))} \right] \right\} + \frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2} + \frac{d_1}{L} \left(\frac{r_1}{J_1} + \frac{r_2}{J_2} \right) \frac{\bar{\mu}}{(\sin(\theta) - \bar{\mu} \cos(\theta))} \\
&= \bar{f}^+, \tag{7.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|f^-(x, t)| &\leq \frac{1}{|x_1|} \left\{ \frac{r_1 M_g}{J_1 L} \frac{\bar{\mu}}{\sin(\theta)} + \frac{M_{10}}{J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\bar{\mu}}{\sin(\theta)} \right] + \frac{r_2 M_{20}}{r_1 J_2} + \frac{r_2^2 (M_g + M_{10})}{r_1 J_2 L} \frac{\bar{\mu}}{\sin(\theta)} \right\} + \\
&\quad + \frac{d_1}{J_1} \left[1 + \frac{r_1}{L} \frac{\bar{\mu}}{\sin(\theta)} \right] + \frac{d_2}{J_2} + \frac{r_2^2 d_1}{r_1 J_2 L} \frac{\bar{\mu}}{\sin(\theta)} \\
&= \bar{f}^-. \tag{7.15}
\end{aligned}$$

Portanto,

$$|f(x, t)| \leq \bar{f}, \tag{7.16}$$

$$|g(x, t)| \geq \underline{g} \tag{7.17}$$

onde \bar{f} and \underline{g} são constantes descritas por

$$\bar{f} = \max \{ \bar{f}^+, \bar{f}^- \}, \tag{7.18}$$

$$\underline{g} = \frac{\min \{ g_\lambda^-(\lambda) \}}{\max \{ |x_1(0)|, |x_2(0)| \}}. \tag{7.19}$$

É importante ressaltar que Eq. 7.17 só é válido quando o veículo não está derrapando. Se o veículo está derrapando, de (7.1), $\lambda = 1$ e $\dot{\lambda} = 0$, portanto, não é razoável falar de $g(x, t)$ bem como $f(x, t)$.

A função do ABS é controlar a patinagem das rodas para maximizar o coeficiente de atrito entre o pneu e a estrada, para qualquer superfície de estrada, enquanto o carro está freando. Em outras palavras, o objetivo de controle é definido como a regularização da taxa de deslizamento em λ_{ref} de forma que $\mu(\lambda)$ alcance seu valor máximo $\bar{\mu}$. A Figura 11 mostra a curva de atrito longitudinal μ - λ gerada a partir de (7.2) com os parâmetros da Tabela 2. Na cor vermelha, o ponto de operação ABS ideal, onde

$\lambda_{\text{ref}} = 0.1875$ e $\bar{\mu} = \mu(\lambda_{\text{ref}}) = 0.3954$. O erro de saída é definido como

$$\tilde{\lambda}(t) := \lambda(t) - \lambda_{\text{ref}}. \quad (7.20)$$

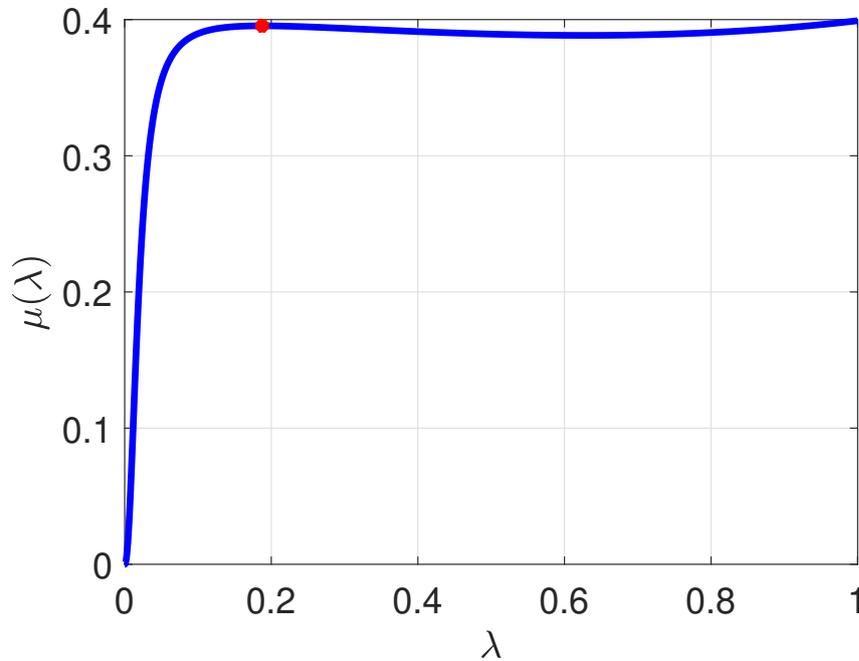


Figura 11 Curva Atrito Longitudinal μ - λ .

Para implementar o controlador MP-ADRC com Função de Monitoração, é considerado o modelo dinâmico da Eq. 7.9 e, de Eq. 2.16, a variável auxiliar $z(t)$ é dada por

$$z(t) = \beta \tilde{\lambda}(t) + M_{1f}(t), \quad \beta = K_0 \text{sgn}(g(x, t)), \quad (7.21)$$

onde $\text{sgn}(g(x, t))$ é assumido como *conhecido* quando a função de monitoramento proposta não é empregada, e a entrada de controle é dada por

$$\dot{M}_{1f}(t) = -\alpha_0 M_{1f}(t) + \dot{M}_1(t). \quad (7.22)$$

Então, usando Eq. 2.25 e Eq. 2.26 com $n = 1$ e $u(t) = M_1(t)$, pode-se encontrar

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= -\alpha_0 z(t) + \Omega(t) + \dot{M}_1(t), \\ \Omega(t) &= \beta f(x, t) + \alpha_0 \beta \tilde{\lambda}(t) + \beta g(x, t) M_1(t). \end{aligned} \quad (7.23)$$

Portanto, de acordo com Eq. 3.4, o seguinte ESO é projetado:

$$\dot{\hat{\zeta}}(t) = \begin{bmatrix} -\alpha_0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\zeta}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{M}_1(t) + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} e_z(t) \quad (7.24)$$

$$\hat{z}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\zeta}(t) \quad (7.25)$$

com erro de estimativa

$$e_z(t) = z(t) - \hat{z}(t). \quad (7.26)$$

Se a direção do controle é conhecida, então o ADRC modificado (MP-ADRC) sem função de monitoração, com a lei de controle $\dot{M}_1(t) = -\hat{\zeta}_2(t)$ (veja Eq. 3.8), garante que $z(t)$ decai pelo menos exponencialmente em malha fechada, satisfazendo

$$|z(t)| \leq e^{-\alpha_0(t-t_0)}|z(t_0)| + c_0 e^{-\alpha_z t}, \quad (7.27)$$

onde t_0 denota algum instante inicial, c_0 e α_z são constantes positivas desconhecidas. No entanto, como a direção do controle é desconhecida, a função de monitoração é empregada. Nesse sentido, inspirada na desigualdade (7.27), é definida a função auxiliar $\varphi_k(t)$ em (4.21), para $j = 0$ e $n = 1$, como

$$\varphi_k(t) = a(k)e^{-\bar{\gamma}(t-t_k)} + r(k), \quad t \in [0, +\infty), \quad t_0 = 0, \quad k \in \mathbb{N}, \quad (7.28)$$

onde $0 < \bar{\gamma} < \min(\alpha_0, \alpha_z)$, $a(k)$ e $r(k)$ são quaisquer sequências ilimitadas positivas monotonicamente crescentes (o último da ordem $\mathcal{O}(1/\bar{\gamma})$) e a função de monitoração é definida como

$$\varphi_m(t) := \varphi_k(t), \quad \forall t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k \in \mathbb{N}, \quad (7.29)$$

com tempo de chaveamento $t_{k+1} = \min\{t > t_k : |z(t)| = \varphi_m(t)\}$. Finalmente, a estimativa da direção de controle é obtida redesenhando a Eq. (7.21) de modo que

$$z(t) = \beta(k)\tilde{\lambda}(t) + M_{1f}(t), \quad \beta(k) = K_0(-1)^{k+l}. \quad (7.30)$$

Por meio do parâmetro de projeto $l \in \{0, 1\}$ é possível escolher aleatoriamente o sinal inicial da direção de controle. A direção de controle inadequada leva a algum aumento do valor absoluto do sinal de erro $z(t)$ que, por sua vez, leva a uma condição de chaveamento. Cada vez que isso ocorre, a função de monitoração atua aumentando o índice de chaveamento k e alterando a direção de controle.

Nos testes de simulação, as condições iniciais são $x_1(0) = x_2(0) = 180$ [rad/s], os parâmetros do observador de estado estendido são $\alpha_0 = 20$, $L_1 = 480$, $L_2 = 62.500$, o filtro Q_0 tem $\gamma = 50$, e o ganho de saída é escolhido como $K_0 = 25$. A direção de controle foi iniciada considerando $l = 1$, o que implica assumir $\text{sgn}(b) = -1$, enquanto as sequências de troca da função de monitoração são definidas por $a(k) = 0,5(k + 5)$ e $r(k) = \gamma^{-1}(k + 1)$.

Da Figura 12 à Figura 25 são mostrados os resultados numéricos com o ADRC modificado proposto com base na função de monitoração em um freio ABS. Conforme mencionado anteriormente, o ABS é ativado apenas por um curto período de tempo. A Figura 15 mostra que o sistema é ativado por aproximadamente 1,25 segundos e esta pequena porção de tempo foi necessária para parar completamente o carro que tinha uma velocidade inicial de 64 km/h (veja Figura 21–Figura 23, com as distâncias percorridas correspondentes dadas em Figura 24 e Figura 25). Com relação à direção do controle, a Figura 14 mostra que inicialmente está incorreta. De fato, pode-se observar que $\text{sgn}(gx(t)) = 1$, enquanto $l = 1$ em Eq. 7.30. Assim, a função de monitoração foi capaz de detectar que a variável auxiliar de erro $z(t)$ não estava comportando-se da maneira esperada, veja Figura 12. Assim, uma sequência de chaveamento foi gerada, veja a Figura Figura 13. Após um número finito de chaveamento ($k = 7$), o objetivo de controle é alcançado, veja em Figura 16 e Figura 17, e o processo de frenagem é realizado com o mais adequado coeficiente de atrito, de acordo com Figura 18 a Figura 20.

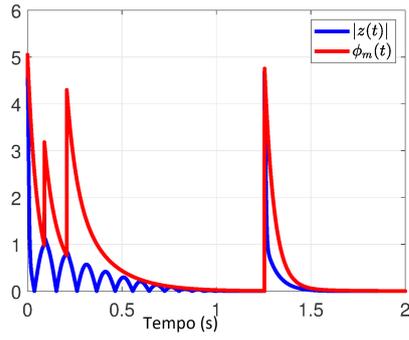


Figura 12 Módulo do erro auxiliar $z(t)$ e função de monitoração.

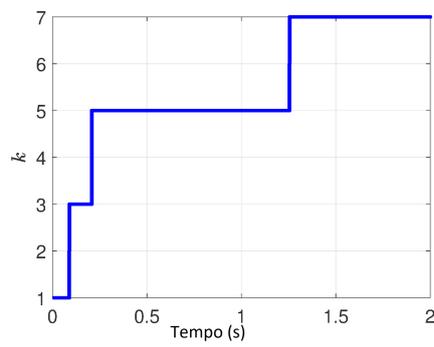


Figura 13 Índice de troca de função de monitoração k

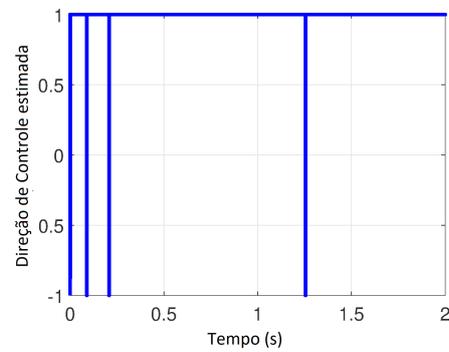


Figura 14 Direção de controle estimada.

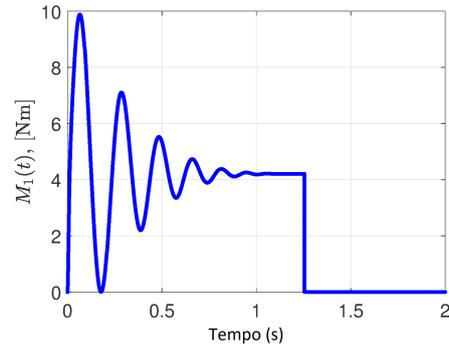


Figura 15 Torque de entrada $M_1(t)$

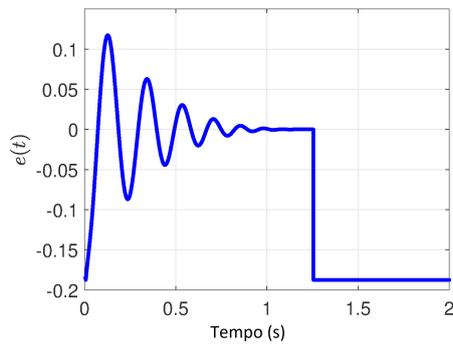


Figura 16 Sinal de Erro $\tilde{\lambda}(t)$.

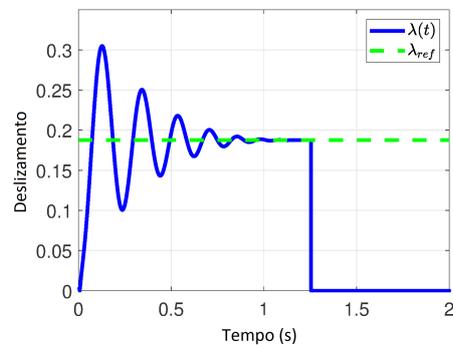


Figura 17 Taxa de deslizamento $\lambda(t)$.

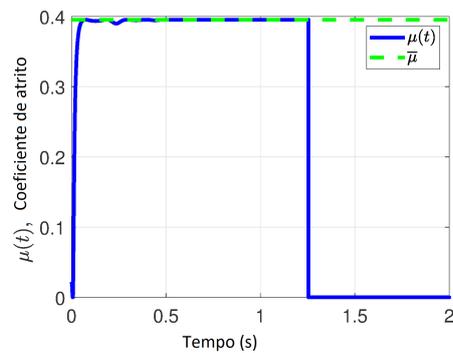


Figura 18 Coeficiente de atrito $\mu(\lambda)$.

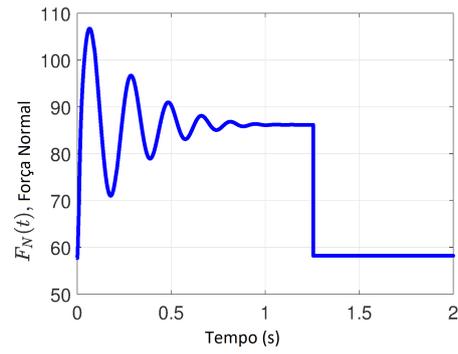


Figura 19 Força Normal $F_N(t)$

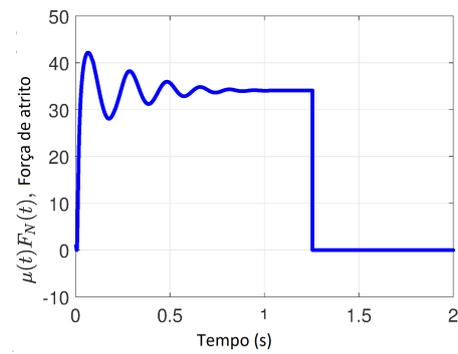


Figura 20 Força de atrito $\mu(t)F_N(t)$.

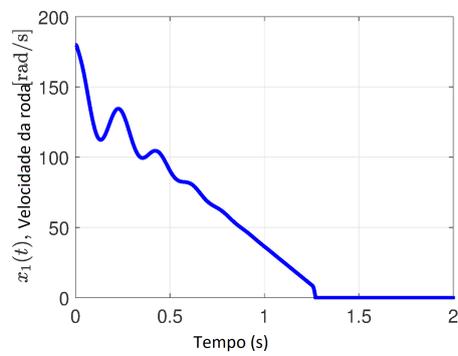


Figura 21 Velocidade da roda $x_1(t)$.

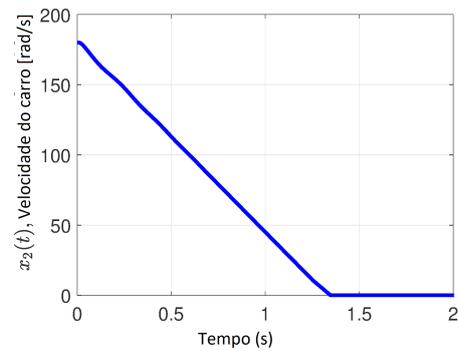


Figura 22 Velocidade do carro $x_2(t)$.

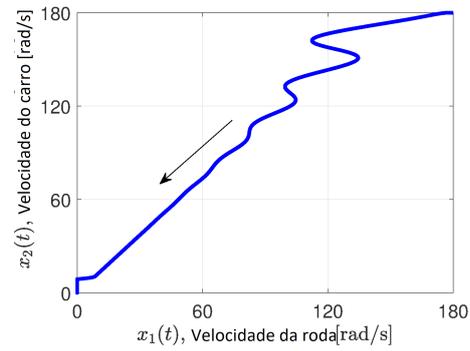


Figura 23 Velocidade da roda x_1 x Velocidade do Carro x_2

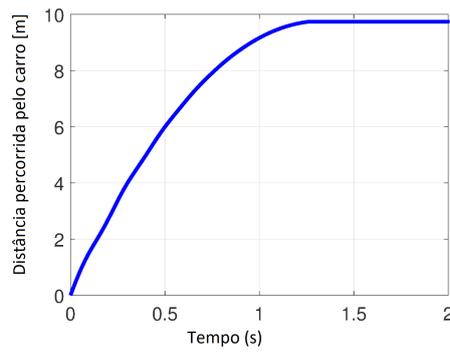


Figura 24 Distância percorrida pela roda.

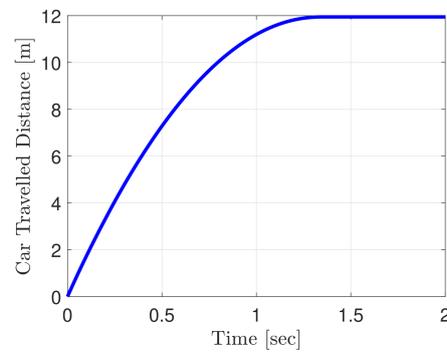


Figura 25 Distância percorrida pelo carro.

8 CONCLUSÃO

Este trabalho propôs uma extensão do método MP-ADRC [1] para sistemas incertos com direção de controle desconhecida. Embora o método MP-ADRC possa lidar com as incertezas paramétricas (em valor absoluto) no ganho de controle da planta, a estabilidade do sistema em malha fechada não é preservada se o sinal deste parâmetro não é conhecido, ou seja, o conhecimento prévio do sinal deste parâmetro, que está diretamente relacionado à direção de controle da planta, torna-se um requisito fundamental, conforme apresentado nas simulações da seção 6.3.

A fim de contornar essa dificuldade para uma classe mais ampla de plantas incertas e com direção de controle desconhecida, a estratégia proposta foi incorporar a técnica da Função de Monitoração [2] ao método MP-ADRC [1], onde a principal propriedade atrativa é sua conhecida habilidade de determinar o sinal correto da direção de controle da planta.

Este trabalho forneceu uma análise matemática do sistema em malha fechada para demonstrar as propriedades de estabilidade e convergência da estrutura de controle proposta. Também foi avaliada na seção 6.4 a eficiência do rastreamento de saída em termos da convergência do erro de rastreamento para um residual definido em torno de zero.

Simulações computacionais foram realizadas com um exemplo acadêmico para comparar a extensão proposta com o método ADRC modificado (MP-ADRC) de [1], onde observou-se que, mesmo nas situações de desconhecimento do ganho de controle em valor absoluto e sinal, a estrutura proposta resultou em uma configuração de malha fechada assintoticamente estável.

Com o objetivo de verificar a eficiência do controlador proposto em uma aplicação prática, foram realizadas as etapas de projeto e simulação da estratégia para um Sistema de Frenagem Antibloqueio (ABS), que é bastante conhecido por sua propriedade de direção de controle incerta. Conforme previsto pela análise teórica, os resultados numéricos confirmaram as propriedades de eficiência e robustez da estratégia ADRC proposta.

8.1 TRABALHOS FUTUROS

- Repetir o estudo apresentado nesta dissertação para plantas com comportamento de fase não mínima ou não-linearidades relacionadas a inversão da direção de controle

com o tempo.

- Realizar testes experimentais com o freio ABS disponível no laboratório de controle da FEN/UERJ.
- Generalizar a técnica do MP-ADRC para problemas de otimização em tempo real (controle extremal) em vez de rastreamento.

APÊNDICE - Trabalhos Publicados

Para evidenciar a divulgação dos resultados obtidos nesta Dissertação de Mestrado, este apêndice lista as publicações realizadas até este momento:

1. Teixeira, A., Gouvea, J. A., Zachi, A. R. L., Rodrigues, V. H. P., Oliveira, T. R. (2021). Monitoring function-based active disturbance rejection control for uncertain systems with unknown control directions. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, 3(2), e66.

2. Teixeira, A., Gouvea, J. A., Zachi, A. R. L. Oliveira, T. R. (2021). Estabilização de Sistemas Incertos e com Direção de Controle Desconhecida via Método ADRC e Função de Monitoração. *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*.

REFERÊNCIAS

- [1] ZACHI, A. R. L. et al. Robust disturbance rejection controller for systems with uncertain parameters. *IET Control Theory & Applications*, IET, v. 13, n. 13, p. 1995–2007, 2019.
- [2] OLIVEIRA, T. R.; PEIXOTO, A. J.; HSU, L. Sliding mode control of uncertain multi-variable nonlinear systems with unknown control direction via switching and monitoring function. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 55, n. 4, p. 1028–1034, 2010.
- [3] KATSUHIKO, O. *Modern control engineering*. [S.l.: s.n.], 2010.
- [4] NOGUEIRA, A. *Controle Robusto H De Sistemas Discretos Sujeitos à Restrições no Controle e na Saída [dissertação]*. [S.l.]: PUC-PR, 2009.
- [5] HAN, J. Q. Auto disturbance rejection controller and its applications. *Control and decision*, v. 13, n. 1, p. 19–23, 1998.
- [6] GAO, Z.; HU, S.; JIANG, F. A novel motion control design approach based on active disturbance rejection. In: *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 5, p. 4877–4882 vol.5.
- [7] DONG, L.; EDWARDS, J. Active disturbance rejection control for an electro-statically actuated mems device. *International Journal of Intelligent Control and Systems*, v. 16, p. 160, 2011.
- [8] ZHAO, S. et al. Fixed-point implementation of active disturbance rejection control for superconducting radio frequency cavities. In: *2013 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 2693–2698.
- [9] MADOŃSKI, R.; GAO, Z.; LAKOMY, K. Towards a turnkey solution of industrial control under the active disturbance rejection paradigm. In: IEEE. *2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*. [S.l.], 2015. p. 616–621.

- [10] XIA, Y. et al. Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on adrc and differential flatness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 63, n. 5, p. 3091–3099, 2016.
- [11] PATELSKI, R.; DUTKIEWICZ, P. On the stability of adrc for manipulators with modelling uncertainties. *ISA Transactions*, v. 102, p. 295–303, 2020. ISSN 0019-0578. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057820300902>>.
- [12] ZHAO, C.; HUANG, Y. ADRC based input disturbance rejection for minimum-phase plants with unknown orders and/or uncertain relative degrees. *Journal of Systems Science and Complexity*, Springer, v. 25, n. 4, p. 625–640, 2012.
- [13] LINARES-FLORES, J. et al. Robust sensorless low-speed trajectory tracking for a permanent magnet synchronous motor: An extended state observer based backstepping control approach. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, Wiley Online Library, v. 2, n. 3, p. e49, 2020.
- [14] LI, X.; WANG, J. Fuzzy active disturbance rejection control design for autonomous underwater vehicle manipulators system. *Advanced Control for Applications*, n/a, n. n/a, p. e44. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/adc2.44>>.
- [15] MIKLOSOVIC R., . G. Z. A robust two-degree-of-freedom control design technique and its practical application. In: IEEE. *Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting*. [S.l.], 2004. v. 3, p. 1495–1502.
- [16] PHADKE, S. B.; SHENDGE, P. D.; WANASKAR, V. S. Control of antilock braking systems using disturbance observer with a novel nonlinear sliding surface. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 67, n. 8, p. 6815–6823, 2020.
- [17] NUSSBAUM, R. D. Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control. *Systems & control letters*, Elsevier, v. 3, n. 5, p. 243–246, 1983.

- [18] MUDGETT, D.; MORSE, A. Adaptive stabilization of linear systems with unknown high-frequency gains. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 30, n. 6, p. 549–554, 1985.
- [19] CHEN, W. et al. Adaptive consensus of multi-agent systems with unknown identical control directions based on a novel nussbaum-type function. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 59, n. 7, p. 1887–1892, 2013.
- [20] WANG, C.; WEN, C.; LIN, Y. Adaptive actuator failure compensation for a class of nonlinear systems with unknown control direction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 62, n. 1, p. 385–392, 2016.
- [21] DING, Z.; YE, X. A flat-zone modification for robust adaptive control of nonlinear output feedback systems with unknown high-frequency gains. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 47, n. 2, p. 358–363, 2002.
- [22] JIANG, Q.; XIAN, X.; ZHANG, Z. Adaptive fault-tolerant control of uncertain mimo systems with reduced requirement on desired trajectory under unknown control direction. *Asian Journal of Control*, Wiley Online Library, v. 22, n. 2, p. 855–867, 2020.
- [23] ZHAO, K. et al. Zero-error tracking control with pre-assignable convergence mode for nonlinear systems under nonvanishing uncertainties and unknown control direction. *Systems Control Letters*, v. 115, p. 34–40, 2018. ISSN 0167-6911. Disponible em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167691118300379>>.
- [24] YAN, L. et al. A variable structure model reference robust control without a prior knowledge of high frequency gain sign. *Automatica*, Elsevier, v. 44, n. 4, p. 1036–1044, 2008.
- [25] HAN, J. From pid to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 3, p. 900–906, 2009.
- [26] TIAN, G.; GAO, Z. Benchmark tests of active disturbance rejection control on an industrial motion control platform. In: *2009 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 5552–5557.
- [27] ZHENG, Q.; CHEN, Z.; GAO, Z. A practical approach to disturbance decoupling control. *Control Engineering Practice*, v. 17, p. 1016–1025, 09 2009.

- [28] ZHENG, Q.; CHEN, Z.; GAO, Z. A dynamic decoupling control approach and its applications to chemical processes. In: *2007 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 5176–5181.
- [29] ZHENG, Q.; GAO, Z. Predictive active disturbance rejection control for processes with delay. In: *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 4108–4113.
- [30] HU, Y. et al. Design of an adrc-based electronic throttle controller. In: *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 6340–6344.
- [31] ZHAO, S.; GAO, Z. An active disturbance rejection based approach to vibration suppression in two-inertia systems. In: *Proceedings of the 2010 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1520–1525.
- [32] DONG, L.; ZHANG, Y.; GAO, Z. A robust decentralized load frequency controller for interconnected power systems. *ISA transactions*, v. 51 3, p. 410–9, 2012.
- [33] XUE, W.; HUANG, Y. Comparison of the dob based control, a special kind of pid control and adrc. In: *Proceedings of the 2011 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 4373–4379.
- [34] LI, J. et al. On asymptotic stability for nonlinear adrc based control system with application to the ball-beam problem. In: *2016 American Control Conference (ACC)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 4725–4730.
- [35] GAO, Z. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. In: IEEE. *2006 American control conference*. [S.l.], 2006. p. 7–pp.
- [36] MUDGETT, D.; MORSE, A. Adaptive stabilization of linear systems with unknown high-frequency gains. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 30, n. 6, p. 549–554, 1985.
- [37] OLIVEIRA, T. R. et al. Control of uncertain nonlinear systems with arbitrary relative degree and unknown control direction using sliding modes. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Wiley Online Library, v. 21, n. 8-9, p. 692–707, 2007.

- [38] DRAKUNOV, S. Sliding mode control of the systems with uncertain direction of control vector. In: IEEE. *Proceedings of 32nd IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.], 1993. p. 2477–2478.
- [39] FRANK, P. M.; STEVEN, X. D.; BIRGIT, K. S. Current developments in the theory of fdi', proceedings of safe process. In: . [S.l.: s.n.], 2000.
- [40] DRAKUNOV, S. et al. Abs control using optimum search via sliding modes. *IEEE Transactions on control systems technology*, IEEE, v. 3, n. 1, p. 79–85, 1995.
- [41] TEIXEIRA, A. et al. Monitoring function-based active disturbance rejection control for uncertain systems with unknown control directions. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, Wiley Online Library, 2021.
- [42] KHALIL, H. K. Nonlinear systems. *Prentice Hall*, 1996.
- [43] UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHIJUN, M. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. [S.l.]: CRC press, 1999.
- [44] MANUAL, U. The laboratory antilock braking system controlled from pc. *Inteco Ltd*, p. 27–36, 2006.