



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Wallace Ribeiro Ferreira

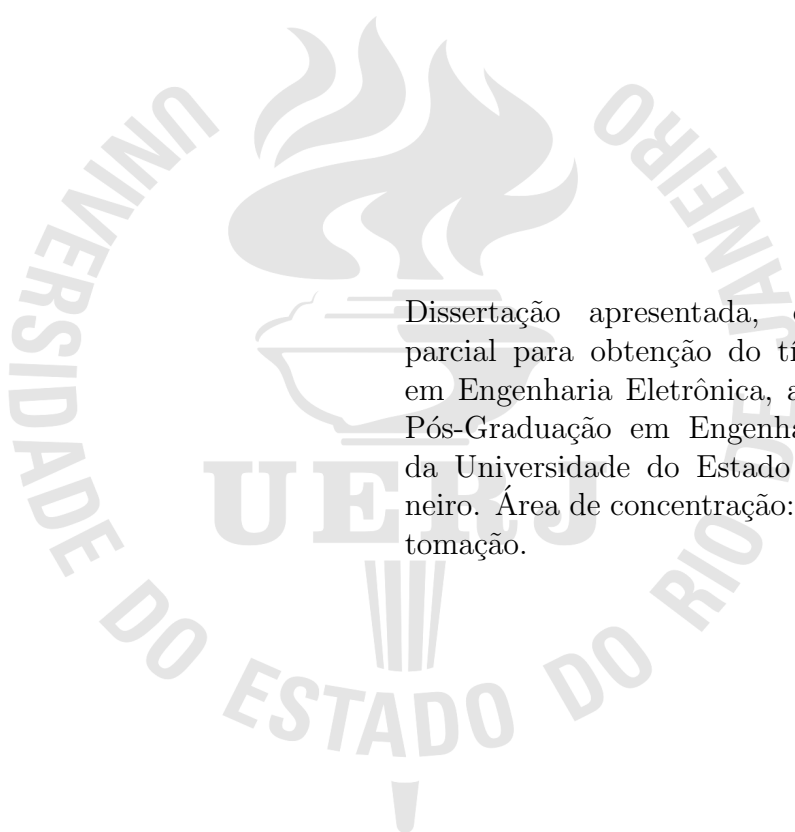
**Controle Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios
Automotivos do Tipo ABS**

Rio de Janeiro

2021

Wallace Ribeiro Ferreira

**Controle Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios Automotivos
do Tipo ABS**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Eletrônica, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Andrei Giordano Holanda Battistel

Orientador: Prof. Dr. Tiago Roux de Oliveira

Rio de Janeiro

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC/B

F383

Ferreira, Wallace Ribeiro

Controle Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios Automotivos do Tipo ABS / Wallace Ribeiro Ferreira. – 2021.
54 f.

Orientadores: Andrei Giordano Holanda Battistel;
Tiago Roux de Oliveira

Dissertação(Mestrado) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Engenharia eletrônica - Teses. 2. Sistemas de controle ajustável - Teses. 3. Automóveis - Freios - Teses. 4. Métodos de simulação - Teses. I. Battistel, Andrei Giordano Holanda. II. Oliveira, Tiago Roux de. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia. IV. Título.

CDU 681:513.4

Bibliotecária: Júlia Vieira – CRB7/6022

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação, desde que citada a fonte.

Assinatura

Data

Wallace Ribeiro Ferreira

**Controle Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios Automotivos
do Tipo ABS**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Eletrônica, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Controle e Automação.

Aprovado em: 26 de Maio de 2021

Banca Examinadora:

Prof. Andrei Giordano Holanda Battistel, D.Sc. (Orientador)
Faculdade de Engenharia da UERJ

Prof. Tiago Roux de Oliveira, D.Sc. (Orientador)
Faculdade de Engenharia da UERJ

Prof. Alessandro Jacoud Peixoto, D.Sc.
Programa de Engenharia Elétrica - COPPE/UFRJ

Prof. Alessandro Rosa Lopes Zachi, D.Sc.
Programa de Engenharia Elétrica - CEFET-RJ

Rio de Janeiro

2021

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação a minha filha Maria Fernanda Barreto Ferreira e a minha amada esposa Luiza Furtado Miranda Barreto.

Dedico a meu pai Anderson de Oliveira Ferreira e a minha mãe Cheila Ribeiro de Moura Ferreira que sempre estiveram ao meu lado me dando total apoio.

AGRADECIMENTO

A Deus

À minha família, por ter me dado total apoio todos esses anos. Especialmente a Cheila Ribeiro Moura Ferreira (mãe), Anderson de Oliveira Ferreira(pai), Luiza Furtado Miranda Barreto (Esposa), Lucilia de Oliveira Ferreira (avó), Luiz Augusto Cardoso Guilherme(avô), Regina Celi Furtado de Miranda (sogra) e Luiz Carlos Barreto (sogro).

À minha filha Maria Fernanda Barreto que completou um ano em (15/05/2021), que embora muito nova sempre me alimenta com muita alegria me dando combustível para conclusão desta etapa.

Ao meu Orientador Andrei Giordano Holanda Battistel que sempre esteve ao meu lado e me apoiando, principalmente nos momentos mais difíceis que vivi.

Ao meu Orientador Tiago Roux por ter dado todo suporte ao longo de minha trajetória na Instituição.

Ao professor José Paulo Vilela Soares da Cunha pelo seu dom de lecionar e passar o conhecimento sempre da melhor maneira possível. Tenho para mim que não teria concluído o mestrado sem seu suporte. Agradeço muito.

A todos os professores da UERJ que não foram mencionados acima, com certeza todos me ajudaram bastante nesta conclusão.

Aos professores Alessandro Jacoud Peixoto e Alessandro Rosa Lopes Zachy por terem aceitado o convite para a participação da banca examinadora.

Ao meu amigo que fiz no mestrado e que com certeza levarei para vida Daniel Fernandes da Cunha Veras.

Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar.
Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota.

Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

FERREIRA, Wallace Ribeiro. *Controle Extremal e por Modos Deslizantes Aplicado a Freios Automotivos do Tipo ABS*. 54 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

O freio ABS *Anti-lock Braking System* é um importante dispositivo utilizado em veículos automotivos, sendo imprescindível nos dias atuais em produções de automóveis de uso popular. O grande avanço tecnológico e o aumento na linha de produção de veículos automotivos faz com que se aumente a aplicação e melhoria nas implementações do freio ABS. O seu funcionamento consiste em controlar o escorregamento das rodas, evitando assim que as rodas travem durante a frenagem, maximizando a força de atrito e encurtando a distância de frenagem, mantendo o veículo controlável pelo piloto. A natureza não linear da interação estrada-pneu, bem como as incertezas relacionadas a cada condição particular da estrada, tornam este um problema desafiador. Neste trabalho, um novo projeto é proposto para controlar o escorregamento da roda. Um controlador por busca extremal é projetado para estimar o valor de escorregamento ideal para cada condição da estrada em tempo real, e um controlador por modos deslizantes é empregado para regular o valor de escorregamento desejado. A análise de estabilidade do sistema em malha fechada é apresentada. Simulações numéricas mostram um bom desempenho do controlador proposto.

Palavras-chave: Freio ABS, Controle Extremal, Controle por Modos Deslizantes, Regulação do Escorregamento, Sistema de Controle.

ABSTRACT

FERREIRA, Wallace Ribeiro. *Extremum Seeking and Sliding Mode Control Applied to Anti-lock Braking Systems*. 54 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Rio de Janeiro, 2021.

ABS is a important anti-lock braking system widely used in a variety of automotive applications. Its operation consists in controlling the wheel slip, thus preventing the wheels from locking up during braking, maximizing the braking force and shortening the braking distance while maintaining maneuverability. The nonlinear nature of the road-tire interaction as well as the uncertainties related to each particular road condition make this a challenging problem. In this work, a new design is proposed to control the wheel slip. An Extremum Seeking Controller is designed to estimate the optimum slip value to each road condition in real time, and a Sliding Mode Controller is employed to regulate the desired slip value. The stability analysis of the closed-loop system is presented. Numerical simulations show a good performance of the proposed control strategy.

Keywords: Anti-lock Braking System , Extremum Seeking, Sliding Mode Control, Slip Regulation, Control System.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama de Blocos do freio ABS da INTECO.....	15
Figura 2 - Modelo de Simulação do freio ABS da INTECO.	18
Figura 3 - Modelo do freio ABS em vista de suas variáveis.....	20
Figura 4 - Relação Escorregamento λ x Coeficiente de Atrito μ	23
Figura 5 Malha interna e externa de controle.....	27
Figura 6 Controle extremal para mapeamentos estáticos com $f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta - \theta^*)^2$.	29
Figura 7 Estimativa de θ^*	31
Figura 8 Saída do mapa estático.....	32
Figura 9 Controle extremal para mapeamentos dinâmicos com $S(t) = M(t) =$ $asen(\omega t)$	33
Figura 10- Controle extremal para mapeamentos dinâmicos com $S(t) = M(t) =$ $asen(\omega t)$ com filtros em malha fechada.	40
Figura 11- Melhor estimativa de θ^*	41
Figura 12- Regulação do escorregamento $\theta^* \approx 0.2$	42
Figura 13- Entrada de Controle $u(t)$	42
Figura 14- Velocidade da roda superior x_1 e da roda inferior x_2	43
Figura 15- Distância de parada das rodas.	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros da Inteco ABS	21
Tabela 2	Parâmetros constantes da função $S(x)$	22
Tabela 3	Constantes das funções f_1 e f_2	26

LISTA DE SIGLAS

ABS	<i>Anti-lock Braking System</i>
DC	<i>Direct Current</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\theta(t)$	<i>Entrada do mapeamento</i>
θ^*	<i>Valor desconhecido da entrada do mapa</i>
μ^*	<i>Ponto de otimização do mapa quadrático</i>
f''	<i>Sinal da Hessiana</i>
a	<i>Amplitude da perturbação do ESC</i>
k	<i>Ganho de adaptação</i>
ω	<i>Frequência do sinal de perturbação de demodulação</i>
$S(t)$	<i>Sinal de perturbação</i>
$M(t)$	<i>Sinal de demodulação</i>
$\tilde{\theta}(t)$	<i>Erro entre a estimativa $\hat{\theta}(t)$ e ponto θ^* desconhecido</i>
$\tilde{\vartheta}_{av}(t)$	<i>Versão média do sistema em malha fechada</i>
$V(\sigma)$	<i>Funcional de Lyapunov</i>
J_1	<i>Momento de inércia da roda superior</i>
J_2	<i>Momento de inércia da roda inferior</i>
F_n	<i>Força gerada na roda superior aplicada na roda inferior</i>
r_1	<i>Raio da roda superior</i>
r_2	<i>Raio da roda inferior</i>
s	<i>Variável auxiliar das velocidade lineares</i>
d_1	<i>Coefficiente de atrito viscoso da roda superior</i>
d_2	<i>Coefficiente de atrito viscoso da roda inferior</i>
M_{10}	<i>Atrito estático da roda superior</i>
M_{20}	<i>Atrito estático da roda inferior</i>
μ	<i>Coefficiente de atrito entre as rodas</i>
λ	<i>Escorregamento relativo das velocidades lineares</i>
σ	<i>Superfície deslizante</i>

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	13
1	FREIO ABS DA INTECO	17
1.1	Modelagem Matemática	17
1.2	Formulação do Problema	21
2	PROJETO DO CONTROLADOR: BUSCA EXTREMAL E CON- TROLE POR MODOS DESLIZANTES	27
2.1	Malha Externa: Controle por Busca Extremal.....	27
2.1.1	Busca extremal para mapeamentos estáticos.....	28
2.1.2	Exemplo numérico de controle extremal para mapeamentos estáticos	31
2.1.3	Busca extremal para mapeamentos dinâmicos	32
2.1.4	Controle Extremal aplicado ao Freio ABS	34
2.2	Malha interna: Controle por Modos Deslizantes.....	35
2.2.1	Objetivo do Controle	36
2.2.2	Lei de Controle.....	37
3	ANÁLISE DE ESTABILIDADE	38
4	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	40
	CONCLUSÃO	45
	APÊNDICE	46
	REFERÊNCIAS	50

INTRODUÇÃO

O sistema de freio ABS é um importante dispositivo que aprimora o desempenho da frenagem, conferindo uma significativa melhoria no sistema em comparação com o freio convencional. Este dispositivo além de evitar que as rodas travem no processo de frenagem reduz significativamente a perda de direção por parte do piloto ou motorista.

Breve Histórico

O freio ABS originou-se no início do século XX, onde foi implementado um freio hidráulico ABS específico para trens [1]. Em 1947 o dispositivo de freio ABS começou a ser utilizado em aviões bombardeiros para auxiliar na aterrissagem em linha reta. O sistema de freio permite um processo de frenagem mais estável, evitando que o piloto ou motorista perca o controle, e foi dessa forma que os aviões tiveram um excelente avanço, pois com a implementação do controle de freio permitiu-se que a aterrissagem pudesse ser feita para diferentes condições de pista [2].

Já em 1954 projeta-se um sistema de freio ABS em um veículo automotivo da Lincoln [3], com isso os projetos envolvendo freio ABS em veículos automotivos aumentaram e empresas como Ford, Chysler, Mercedes e BMW incluíram o ABS no processo de fabricação de seus veículos.

Se no início de sua implementação o sistema de freio ABS era utilizado para um número limitado de carros, que por sua vez eram de alto padrão e luxuosos, nos dias atuais tem-se um número elevado de veículos automotivos populares e de passeio que possuam em sua fabricação o sistema de freio ABS integrado muito por conta do próprio avanço da tecnologia em veículos automotivos, mas também com relação as exigências na legislação dos países, como por exemplo o Brasil, a partir de 2014 se tornou lei a fabricação de carros 0 km com o ABS já instalado [4]. A busca de melhorias no desempenho do sistema se torna uma motivação para literatura, pois o freio ABS sendo cada vez mais eficaz aumenta a segurança de quem pilota e dos passageiros.

Aplicações Recentes com o Freio ABS

Aplicações voltadas para o sistema ABS podem ser divididos em três segmentos. O primeiro, projeta-se um controle para o sistema de freio ABS para um escorregamento específico [5–12]. Esta condição se aplica quando se conhece de forma significativa as condições de pista e o modelo do veículo.

Em segundo, desenvolve-se uma estimativa do coeficiente atrito da estrada de forma prévia ao processo de frenagem, permitindo a partir daí um escorregamento desejado para cada condição de pista [13–16].

Em terceiro, estima-se o valor de escorregamento ideal para que se obtenha uma força de atrito máxima do pneu sobre a pista. Esta estimativa é feita em tempo real, permitindo que o veículo trabalhe sobre qualquer condição de pista [17–19]. Nesta metodologia, é necessário que se estime de forma satisfatória o valor ótimo de escorregamento de forma contínua, permitindo que o freio tenha um desempenho satisfatório em qualquer condições de frenagem.

Freio ABS da Inteco

Utiliza-se neste trabalho o modelo de freio ABS da Inteco. Este modelo permite que se tenha compatibilidade com o Matlab/Simulink, proporcionando facilidade à implementação de projetos que envolva este sistema em laboratório. O sistema tem como estrutura básica a composição por uma roda superior representando a roda de um veículo e uma inferior que representa o próprio veículo. Além disso, tem-se o pedal do freio acionado por um motor DC. A Figura 1 apresenta uma imagem do *software* da Inteco que é composto por duas entradas e seis saídas.

As duas entradas têm como proposta atribuir a ambientação de um piloto com a capacidade de aumentar a velocidade acelerando o dispositivo e diminuir a velocidade acionando o pedal do freio. As saídas do sistema têm como objetivo traçar uma estratégia de controle a partir das variáveis que se têm disponível. A Figura 1 apresenta as entradas do sistema denominadas de *Drive* e *Breake* que representam a aceleração e frenagem por parte do piloto respectivamente, e as saídas *Car* e *Wheel* representam a posição da roda

inferior e da roda superior respectivamente, $Bump$ é a posição relativa angular das rodas, obtidas através de um *encoder*, $Slip$ é o escorregamento relativo das velocidades lineares de ambas as rodas, V_{Car} e V_{Wheel} são as velocidades angulares da roda inferior e superior respectivamente, dentre as variáveis pode se destacar o valor de escorregamento, pois o controlador em malha interna tem como proposta a regulação desta variável. Projetos anteriores que envolvam a utilização desse *software* se destacam também na regulação do valor de escorregamento para um valor desejado pré existente, como pode ser visto em [11, 20, 21].

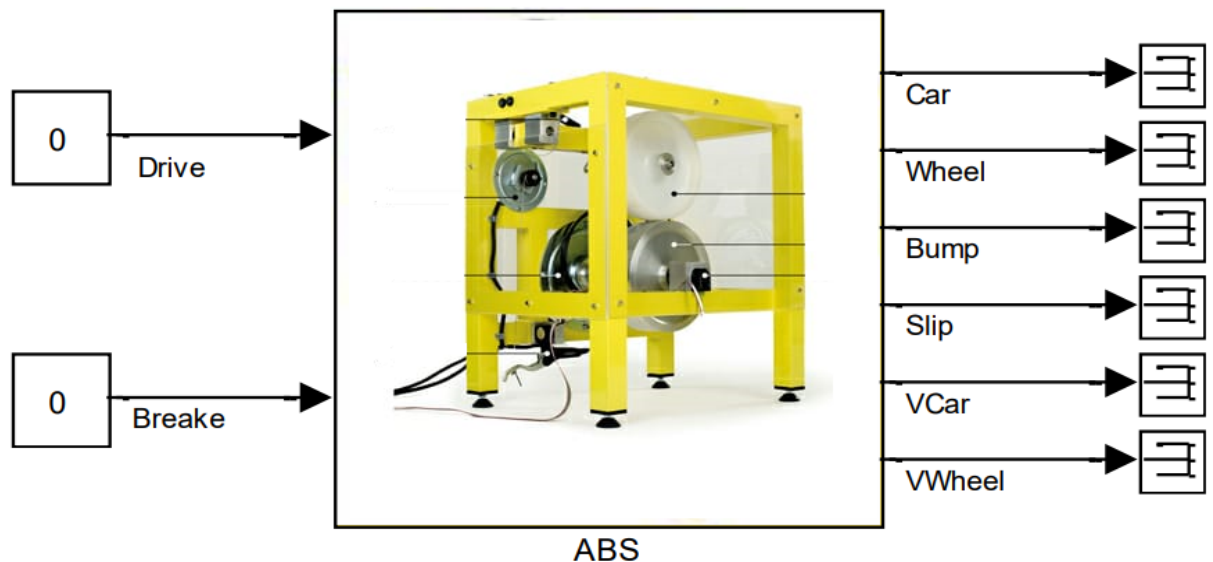


Figura 1 - Diagrama de Blocos do freio ABS da INTECO.

Objetivo principal

O principal objetivo do trabalho é apresentar de forma eficaz a atuação do freio ABS da Inteco com a utilização do controle por busca extremal em malha externa e o controle por modos deslizantes em malha interna. A proposta de controle é encontrar o valor máximo de coeficiente de atrito a partir da estimação deste valor ótimo de escorregamento, diferentemente de outros projetos com a utilização deste software [11, 21–24]. Além disso, apresenta-se a regulação do escorregamento desejado em tempo finito, baseando-se no controle por modos deslizantes, pois é uma técnica que tem forte robustez em suas implementações [25–27].

Metodologia

A execução do trabalho é dividido em três etapas, a primeira é a modelagem matemática do sistema de freio ABS da Inteco. Em seguida, apresenta-se as propostas de controle para otimização e regulação do sistema pelo controle por busca extremal e controle por modos deslizantes respectivamente. Por fim, realiza-se a análise de estabilidade do sistema em malha fechada, bem como apresenta-se os resultados obtidos através da estratégia de controle aplicada sobre o sistema. Como forma de dividirmos o trabalho, a estrutura deste se dará da seguinte forma:

- Modelagem matemática do sistema de freio ABS, além das motivações para aplicação das propostas de controle;
- Análise matemática do Controle por Busca Extremal baseado em Krstic e Wang [28];
- Análise matemática do Controle por Modos Deslizantes;
- Aplicação da lei de controle em malha fechada no sistema de freio ABS;
- Prova de estabilidade utilizando função de Lyapunov, método da média e perturbação singular.

Organização da Dissertação

No Capítulo 1, apresenta-se o modelo matemático do freio ABS do *software* da Inteco, cujo modelo será utilizado para o projeto de controle. No Capítulo 2 apresenta-se a proposta de controle por busca extremal em malha externa, baseado no trabalho publicado por Krstić e Wang [28] em 2000, além da proposta de malha de controle interna utilizando controle por modos deslizantes da forma clássica [29]. No Capítulo 3, apresenta-se a análise de estabilidade do sistema em malha fechada. O Capítulo 4 tem como proposta apresentar os resultados numéricos neste trabalho. No último capítulo serão pontuadas as conclusões da dissertação, além de sugestões para trabalhos futuros.

1 FREIO ABS DA INTECO

Conforme visto anteriormente, o sistema de freio ABS é um dispositivo de segurança desenvolvido para melhorar o processo de frenagem, aumentando a eficácia do freio, garantindo mais segurança ao usuário numa condição de perigo. Para se obter uma condição satisfatória no processo de frenagem é necessário atingir um coeficiente de atrito desejado. Desta forma, o freio ABS aumenta a força de atrito, gerando uma distância de parada menor, além de evitar que o piloto ou motorista perca o controle em uma derrapagem. Visto que atribuir medições do coeficiente de atrito torna a tarefa bem mais complexa, utiliza-se na estratégia de controle o escorregamento do pneu com a roda.

1.1 Modelagem Matemática

A Figura 2 apresenta as variáveis que se tem disponíveis em simulação via Matlab. As variáveis em simulação se assemelham ao sistema proposto em ambiente real, porém dentre as apresentadas em simulação tem-se acrescentadas o torque de frenagem M_1 , o coeficiente de atrito μ , a força normal aplicado na roda superior denominada *Normal Force* e a força de atrito entre as rodas denominada *Friction Force*. Vale ressaltar que a em ambiente de simulação não é possível acelerar as rodas para uma velocidade desejada, pois assume-se que em simulação estas velocidades já foram atingidas.

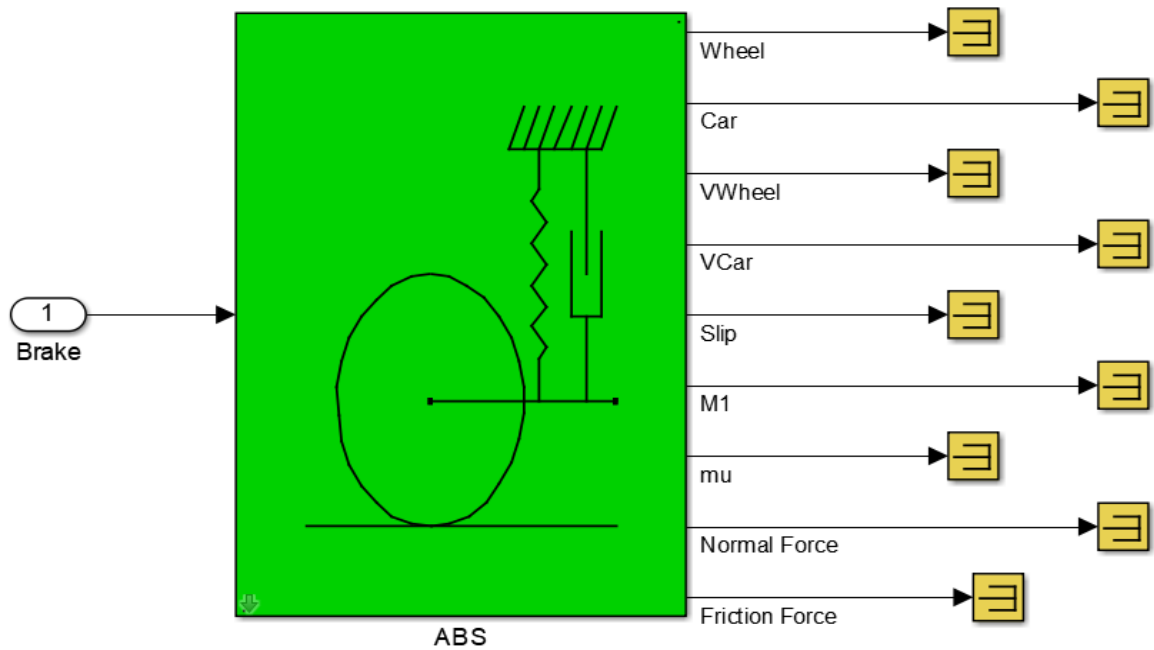


Figura 2 - Modelo de Simulação do freio ABS da INTECO.

As velocidades de ambas as rodas tem papel fundamental na informação do escorregamento, cuja a variável otimizará o coeficiente de atrito. O estado da planta é definido por

$$x = [x_1, x_2]^T, \quad (1.1)$$

onde x_1 é a velocidade angular da roda superior e x_2 é a velocidade da roda inferior, e a dinâmica de ambas as velocidades são, respectivamente:

$$J_1 \dot{x}_1 = F_n r_1 s \mu(x) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1, \quad (1.2)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = F_n r_2 s \mu(x) - d_2 x_2 - s_2 M_{20}, \quad (1.3)$$

sendo:

- M_1 é o torque de frenagem;
- J o momento de inércia;
- F_n a força gerada na roda superior aplicada na roda inferior;

- r o raio da roda;
- s variável auxiliar das velocidades lineares;
- $\mu(x)$ o coeficiente de atrito entre as rodas;
- d_1 o coeficiente de atrito viscoso da roda superior;
- d_2 o coeficiente de atrito viscoso da roda inferior;
- M_{10} o atrito estático da roda superior;
- M_{20} o atrito estático da roda inferior.

A dinâmica do torque de frenagem é:

$$\dot{M}_1 = K_{12}(b(u) - M_1), \quad (1.4)$$

onde K_{12} é uma constante dada pelo fabricante. A equação $b(u)$ é:

$$b(u) = \begin{cases} b_1 u + b_2, & u \geq b_0 \\ 0, & u < b_0 \end{cases}, \quad (1.5)$$

onde u é a entrada de controle. As constantes dada pelo fabricante são $b_0 = 0.415$, $b_1 = 15.24$, $b_2 = -6.21$ e $K_{12} = 20.37$. O sistema pode ser ilustrado com as grandezas apresentadas na Figura 3:

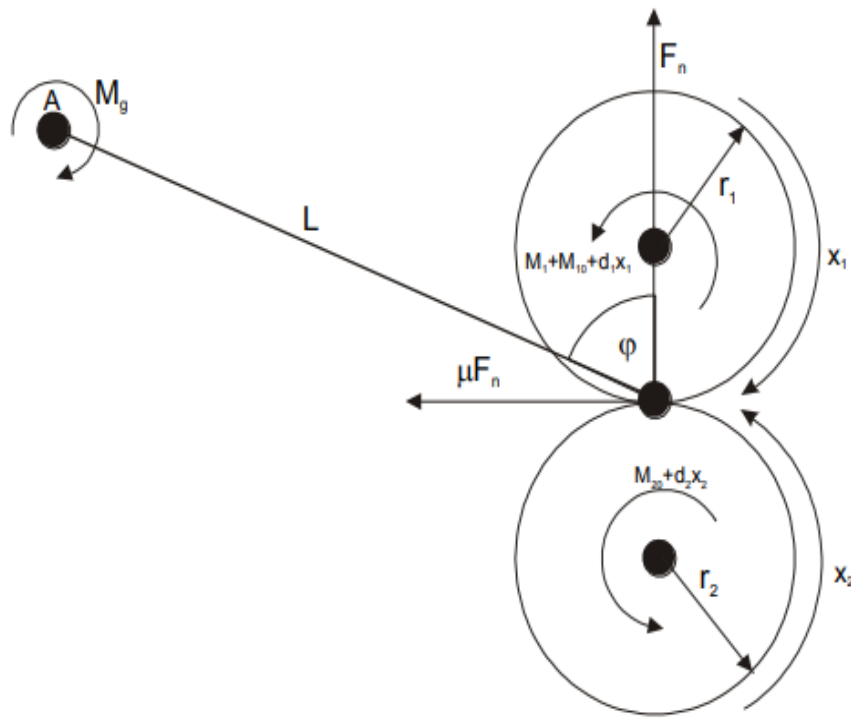


Figura 3 - Modelo do freio ABS em vista de suas variáveis.

A força gerada sobre a roda inferior tem uma relação com o torque de frenagem que é gerado no ponto A. A equação que representa tal relação é dada por

$$F_n L (\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi) = M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1, \quad (1.6)$$

$$F_n = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L (\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)}, \quad (1.7)$$

onde L é a distância entre o ponto de contato entre as rodas e o acionamento do freio, φ é o ângulo entre a força gerada aplicada sobre a roda inferior e a distância L , M_g é o torque gravitacional atuado no ponto de acionamento do freio e M_1 é o torque de frenagem. Dessa forma, aplicando-se (1.7) em (1.2) e (1.3), tem-se

$$J_1 \dot{x}_1 = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L (\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)} r_1 s \mu(x) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1, \quad (1.8)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L (\sin \varphi - s \mu(x) \cos \varphi)} r_2 s \mu(x) - d_2 x_2 - s_2 M_{20}. \quad (1.9)$$

O presente modelo tem parâmetros constantes que são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 Parâmetros da Inteco ABS

Parâmetro	Valor	Unidade
r_1	0.0995	m
r_2	0.0990	m
L	0.370	m
φ	65.61	°
J_1	$7.53X10^{-3}$	kgm^2
J_2	$25.60X10^{-3}$	kgm^2
d_1	$1.1874X10^{-4}$	kgm^2/s
d_2	$2.1468X10^{-4}$	kgm^2/s
M_{10}	0.0032	Nm
M_{20}	0.0925	Nm
M_g	19.62	Nm

1.2 Formulação do Problema

O escorregamento $\lambda(x)$ é obtido através de variáveis auxiliares s , s_1 e s_2 que têm sinais em função das velocidades lineares de ambas as rodas. As variáveis auxiliares são apresentadas a seguir:

$$s = \text{sgn}(r_2x_2 - r_1x_1), \quad (1.10)$$

$$s_1 = \text{sgn}(x_1), \quad (1.11)$$

$$s_2 = \text{sgn}(x_2). \quad (1.12)$$

O escorregamento $\lambda(x) \in [0, 1]$ está diretamente relacionado às velocidades lineares de ambas as rodas, onde tal variável é definida de acordo com

$$\lambda(x) = \begin{cases} \frac{r_2x_2 - r_1x_1}{r_2x_2}, & r_2x_2 \geq r_1x_1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ \frac{r_1x_1 - r_2x_2}{r_1x_1}, & r_2x_2 < r_1x_1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ \frac{r_2x_2 - r_1x_1}{r_2x_2}, & r_2x_2 < r_1x_1, x_1 < 0, x_2 < 0 \\ \frac{r_1x_1 - r_2x_2}{r_1x_1}, & r_2x_2 \geq r_1x_1, x_1 < 0, x_2 < 0 \\ 1, & x_1 < 0, x_2 \geq 0 \\ 1, & x_1 \geq 0, x_2 < 0. \end{cases} \quad (1.13)$$

Através das equações (1.6) e (1.9) é extraído um fator em comum de ambas, a seguir

$$S(x) = \frac{s\mu(x)}{L(\text{sen}\varphi - s\mu(x)\cos\varphi)}. \quad (1.14)$$

As equações (1.13) e (1.14) apresentam o coeficiente de atrito e o escorregamento, onde ambas as funções têm dependência das velocidades das rodas superior e inferior do freio ABS. Duas variáveis são de extrema importância para o projeto de controle, o coeficiente de atrito $\mu(x)$ e o escorregamento relativo da roda inferior e superior $\lambda(x)$. O coeficiente de atrito pode ser aproximado com a seguinte equação

$$\mu(x) = \frac{w_4\lambda(x)^p}{a + \lambda(x)^p} + w_3\lambda(x)^3 + w_2\lambda(x)^2 + w_1\lambda(x), \quad (1.15)$$

onde w_1, w_2, w_3, w_4, a e p são constantes cujos valores estão na Tabela 2.

Tabela 2 Parâmetros constantes da função $S(x)$

Parâmetro	Valor
w_1	- 0.04240011450454
w_2	0.00000000029375
w_3	0.03508217905067
w_4	0.40662691102315
a	0.00025724985785
p	2.09945271667129

O escorregamento é a variável de regulação da malha interna que discutiremos no Capítulo 2. Conforme mencionado anteriormente, os projetos de controle com o freio ABS são direcionados em três segmentos. Nesta dissertação o controle tem como propósito estimar o melhor escorregamento que leve a um coeficiente de atrito máximo no momento da frenagem. A relação entre escorregamento e coeficiente de atrito faz com que se tenha a motivação da implementação do controle extremal, pois existe um valor de escorregamento ótimo para cada condição de pista. A efeito de simulação utiliza-se como base o *software* da Inteco. Na Figura 4 o gráfico de relação entre o coeficiente de atrito e o escorregamento que deverá ser estimado é apresentado.

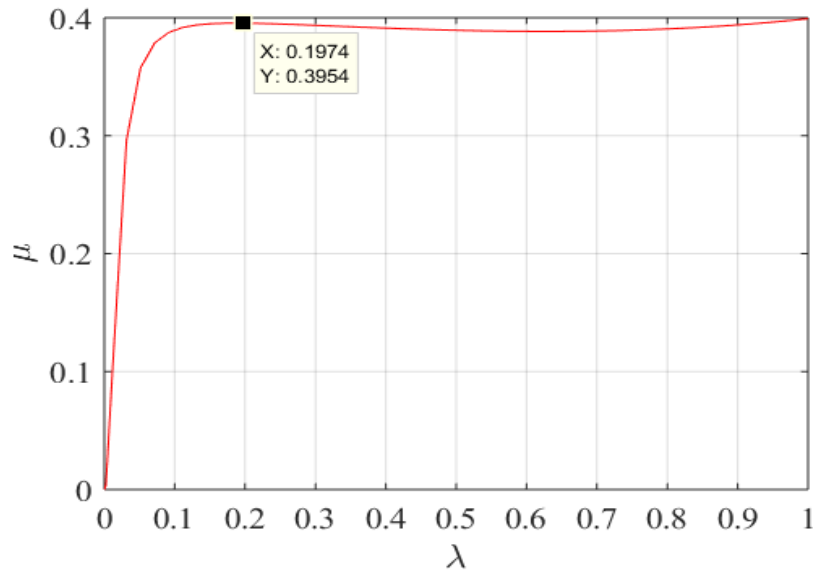


Figura 4 - Relação Escorregamento λ x Coeficiente de Atrito μ .

Vale ressaltar que no momento da frenagem as velocidades x_1 e x_2 são estritamente positivo e dessa forma pode se considerar a seguinte desigualdade

$$r_2 x_2(t) \geq r_1 x_1(t), \quad x_1(t) \geq 0, \quad x_2(t) \geq 0. \quad (1.16)$$

Tal condição permite realizar uma análise do escorregamento no momento da frenagem, onde ela apresenta o seguinte comportamento:

$$\lambda(x) = \frac{r_2 x_2(t) - r_1 x_1(t)}{r_2 x_2(t)}. \quad (1.17)$$

Vale ressaltar que $\lambda \in \mathbb{R}$ e $[0,1)$ para a equação (1.17). O projeto de controle no capítulo seguinte utiliza a equação (1.17). A dinâmica do escorregamento em condição de frenagem é dada por

$$\dot{\lambda} = -\frac{r_1}{r_2 x_2} \dot{x}_1 + \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2^2} \dot{x}_2. \quad (1.18)$$

Substituindo as equações (1.6), (1.9) e (1.14) em (1.18) obtém-se

$$\dot{\lambda}(x) = f(x, t) + g(x, t)M_1, \quad (1.19)$$

onde

$$f(x, t) = \frac{-r_1}{r_2 x_2} \left[\frac{(M_g + s_1 M_{10} + d_1 x_1) r_1 S(x) - d_1 x_1 - s_1 M_{10}}{J_1} \right] + \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2^2} \left[\frac{(M_g + s_1 M_{10} + d_1 x_1) r_2 S(x) - d_2 x_2 - s_2 M_{20}}{J_2} \right], \quad (1.20)$$

$$g(x, t) = \left[\frac{-r_1}{r_2 x_2} \left(\frac{r_1 S(x) s_1}{J_1} - \frac{s_1}{J_1} \right) - \frac{r_1 x_1 s_1 r_2 S(x)}{r_2 x_2^2} \right]. \quad (1.21)$$

Utilizando-se a equação (1.17) e colocando-se em evidência x_1 , tem-se

$$x_1 = \frac{r_2(1 - \lambda)x_2}{r_1}. \quad (1.22)$$

Visto que na condição de frenagem as velocidades angulares são $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$, as equações (1.10), (1.11) e (1.12) são estritamente positivas e usando a equação (1.22) em (1.20) e (1.21), tem-se:

$$f(x, t) = \frac{f_1(x)}{x_2} + f_2(x), \quad (1.23)$$

$$g(x, t) = \frac{g_1(x)}{x_2}, \quad (1.24)$$

onde

$$f_1(x) = \left[\frac{-M_g r_1^2 S(x) - M_{10} r_1^2 S(x) + M_{10}}{r_2 J_1} + (1 - \lambda(x)) \left(\frac{-M_g r_2 S(x) - M_{10} r_2 S(x) - M_{20}}{J_2} \right) \right], \quad (1.25)$$

$$f_2(x) = \left[(1 - \lambda(x)) \left(\frac{-d_1 r_1 S(x) + d_1}{J_1} \right) + (1 - \lambda(x)) \left(\frac{-d_1 r_2^2 S(x)}{r_1 J_2} \right) + \left(\frac{-d_2}{J_2} \right) \right], \quad (1.26)$$

$$g_1(x) = \left[\frac{-r_1^2 S(x) + r_1}{r_2 J_1} + \frac{r_2 S(x)(1 - \lambda(x))}{J_2} \right]. \quad (1.27)$$

Diante deste cenário é necessário verificar o comportamento de $f(x, t)$ e $g(x, t)$ para que se obtenha um controle eficaz para qualquer escorregamento. Inicialmente as equações (1.25) e (1.26) são simplificadas como

$$f_1(x) = K_1 S(x) + K_2 + (1 - \lambda(x)) K_3 S(x) + (1 - \lambda(x)) K_4, \quad (1.28)$$

$$f_2(x) = (1 - \lambda(x)) K_5 S(x) + (1 - \lambda(x)) K_6 + (1 - \lambda(x)) K_7 S(x) + K_8, \quad (1.29)$$

$$g_1(x) = K_9 S(x) + K_{10} + (1 - \lambda(x)) K_{11} S(x), \quad (1.30)$$

onde $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7, K_8, K_9, K_{10}, K_{11}$ são constantes atribuídas através dos parâmetros tabelados do freio ABS da Inteco, podendo ser descritas

$$K_1 = \frac{-M_g r_1^2 - M_{10} r_1^2}{r_2 J_1}, \quad (1.31)$$

$$K_2 = \frac{M_{10}}{r_2 J_1}, \quad (1.32)$$

$$K_3 = \frac{-M_g r_2 - M_{10} r_2}{J_2}, \quad (1.33)$$

$$K_3 = \frac{-M_g r_2 - M_{10} r_2}{J_2}, \quad (1.34)$$

$$K_4 = \frac{-M_{20}}{J_2}, \quad (1.35)$$

$$K_5 = \frac{-d_1 r_1}{J_1}, \quad (1.36)$$

$$K_6 = \frac{d_1}{J_1}, \quad (1.37)$$

$$K_7 = \frac{-d_1 r_2^2}{r_1 J_2}, \quad (1.38)$$

$$K_8 = \frac{-d_2}{J_2}, \quad (1.39)$$

$$K_9 = \frac{-r_1^2}{r_2 J_1}, \quad (1.40)$$

$$K_{10} = \frac{r_1}{r_2 J_1}, \quad (1.41)$$

$$K_{11} = \frac{r_2}{J_2}, \quad (1.42)$$

onde as constantes são apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 Constantes das funções f_1 e f_2

Constante	Valor
K_1	- 260
K_2	4.29
K_3	-76
K_4	-3.6
K_5	- 1.56×10^{-3}
K_6	0.01577
K_7	- 4.6×10^{-4}
K_8	- 8.38×10^{-3}
K_9	- 13.28
K_{10}	133.47
K_{11}	3.86

Como visto anteriormente, a maioria dos projetos que envolvem a tecnologia ABS estabelecem uma referência de escorregamento de forma prévia para regulação, porém este trabalho visa encontrar o escorregamento desejado em tempo real, tornando-o motivador para a história da arte. Visto que a utilização do controle extremal para a otimização do sistema em uma situação de emergência faz com que tenha melhorias significativas da tecnologia ABS, como observado em [21, 30]. Além disso, a implementação do controle extremal e do controle por modos deslizantes de forma conjunta em um software específico como o da Inteco auxilia no desenvolvimento deste controlador tanto na tecnologia ABS quanto no software já mencionado.

2 PROJETO DO CONTROLADOR: BUSCA EXTREMAL E CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES

Conforme apresentado no capítulo anterior, o projeto de controle do sistema de freio ABS utiliza a regulação do escorregamento para que se obtenha de forma satisfatória o desempenho do freio. Tal regulação é executada pelo controlador por modos deslizantes para a malha interna por outro lado, o valor desejado de escorregamento é obtido pelo controle extremal para a malha externa. Tal desempenho permite a utilização do freio ABS em quaisquer condições de pista, visto que mesmo que se mude o escorregamento ideal da pista o sistema de controle é capaz de reencontrar seu valor ótimo. A figura Figura 5 apresenta a estrutura de atuação de ambos os controles no freio ABS da Inteco.

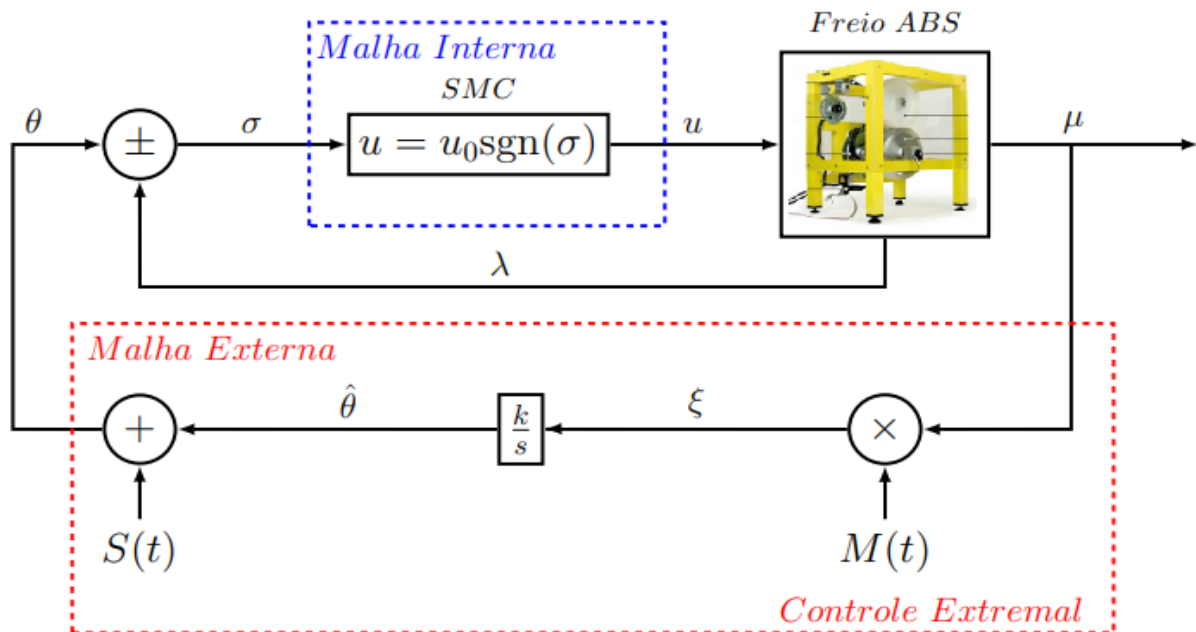


Figura 5 Malha interna e externa de controle.

2.1 Malha Externa: Controle por Busca Extremal

Um dos controladores promissores na classe dos adaptativos é o controle extremal, pois tem como definição encontrar o extremo de uma função custo desconhecida não linear e estática a partir da saída de um dado sistema. O extremo dessa função pode ser um mínimo ou máximo. Este método de controle não necessita do conhecimento da planta, fazendo com que o controle extremal ganhe cada vez mais atenção na literatura como em

projetos na utilização de painéis fotovoltaico [31, 32] e em extração de petróleo [33, 34].

O controle extremal iniciou na literatura por Leblanc [35] em 1922 e teve como proposta obter a máxima transferência de potência entre uma linha de transmissão e um bonde elétrico. Após 29 anos, mais precisamente em 1951, Draper e Li [36] propuseram otimizar a combustão interna de um motor, a partir do controle por busca extremal. Após esta publicação se elevou o número de estudos na literatura de controle extremal assim como o crescente interesse em controle adaptativo nas décadas seguintes, tendo-se como foco principal algoritmos que garantissem desempenho e estabilidade. Porém, foi no ano de 2000 que o controle por busca extremal floresceu com a prova de estabilidade do sistema clássico dada por Krstić e Wang [28]. Desta forma o controle por busca extremal passou a ser um método adaptativo extremamente promissor pois além de não necessitar do conhecimento da planta, permitia-se que a planta tivesse seu melhor desempenho, proporcionando menos perdas ou uma maior eficácia em seus processos.

2.1.1 Busca extremal para mapeamentos estáticos

O controle por busca extremal tem o objetivo de encontrar o valor extremo de uma função custo ou da própria saída do sistema. De certa forma pode ser visto como uma otimização em tempo real da planta, que não necessita do conhecimento completo do modelo. Esse valor extremo é obtido através do método de adaptação gradiente no qual adota-se a utilização de perturbações senoidais para estimação do gradiente. O método básico de controle por busca extremal necessita que a planta tenha um comportamento estático, conforme é apresentado na Figura 6.

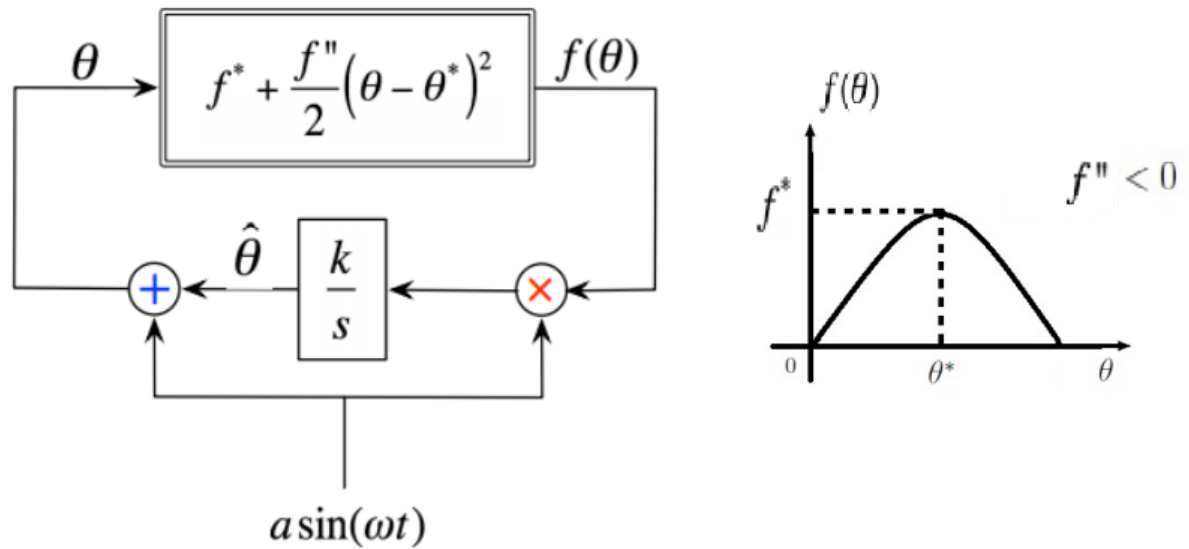


Figura 6 Controle extremal para mapeamentos estáticos com $f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta - \theta^*)^2$.

Nota-se que o mapeamento é SISO e estático, além disso por simplificação utiliza uma função quadrática. No diagrama da malha fechada percebe-se a utilização de três variações de θ . O parâmetro θ^* é o otimizador desconhecido da planta, $\theta(t)$ é a entrada do mapa e $\hat{\theta}(t)$ é a estimativa de θ^* . Conforme dito anteriormente, o controle por busca extremal não necessita do conhecimento geral da planta, logo, f^* , f'' e θ^* são parâmetros desconhecidos. Os parâmetros utilizados no projeto de controle são a , ω e k . Vale ressaltar que na implementação deve-se ter conhecimento se o mapa tem valor de extremo máximo ou mínimo e tal informação é obtida através do sinal de f'' (Hessiana): $f'' > 0$ (mínimo) e $f'' < 0$ (máximo), vide Figura 6. O ganho de adaptação tem sinal dado por $\text{sgn}(k) = -\text{sgn}(f'')$.

Para projeto e análise do controlador o erro de estimação é dado por

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta^*. \quad (2.1)$$

De acordo com a Figura 6, tem-se:

$$\theta(t) = \hat{\theta}(t) + a \sin(\omega t). \quad (2.2)$$

Substituindo (2.25) em (2.2) obtém-se

$$\theta(t) = \tilde{\theta}(t) + \theta^* + a \operatorname{sen}(\omega t). \quad (2.3)$$

Assim sendo, a dinâmica da estimação do valor de θ^* é dada por

$$\dot{\hat{\theta}} = k a \operatorname{sen}(\omega t) \left[f^* + \frac{f''}{2} (\theta(t) - \theta^*)^2 \right]. \quad (2.4)$$

Vale ressaltar que o valor que leva a saída ao extremo é θ^* . A característica do controle extremal além de identificar o valor de θ^* que é previamente desconhecido é fazer com que $\hat{\theta}(t)$ esteja próximo da vizinhança de θ^* . Desta forma a dinâmica do erro de estimação é dada por

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}. \quad (2.5)$$

Substituindo (2.3) e (2.4) em (2.5) realizando as devidas simplificações, obtém-se

$$\dot{\tilde{\theta}} = f^* k a \operatorname{sen}(\omega t) + \frac{f''}{2} \tilde{\theta}^2(t) k a \operatorname{sen}(\omega t) + f'' \tilde{\theta}(t) a^2 \operatorname{sen}^2(\omega t) + \frac{f''}{2} k a^3 \operatorname{sen}^3(\omega t). \quad (2.6)$$

Aplicando-se o Teorema da Média [37] nos termos senoidais da equação acima tem-se

$$\dot{\tilde{\theta}}_{av}(t) = k f'' \tilde{\theta}_{av}(t), \quad (2.7)$$

onde $\hat{\theta}_a(t)$ é a média de $\tilde{\theta}(t)$. A equação (2.7) é similar àquela da publicação de Krstić [28] no qual é possível notar que a dinâmica do erro de estimação é exponencialmente estável. Uma vez que $k = |k| \operatorname{sgn}(k) = -|k| |f''|$, tem-se

$$\dot{\tilde{\theta}}_{av}(t) = -|k| |f''| \tilde{\theta}_{av}(t). \quad (2.8)$$

Segundo [28] o Teorema da Média [37] garante-se a estabilidade assintótica da busca pelo extremo caso w seja suficientemente grande com relação aos parâmetros k e a . Desta forma, a convergência de $\hat{\theta}$ para θ^* é estabelecida.

2.1.2 Exemplo numérico de controle extremal para mapeamentos estáticos

De forma a ilustrar o comportamento do controle por busca extremal para mapeamentos estáticos, é realizado uma simulação numérica cujo mapeamento é dado por

$$f(\theta) = 7 - (\theta - 3)^2. \quad (2.9)$$

A equação (2.9) é equivalente àquela apresentada na Figura 6 pois admite-se $f'' = -2$. Os parâmetros utilizados no controlador foram $\hat{\theta}(0) = 0$, $w = 50\text{rad/s}$, $a = 0.35$ e $k = 4$. Na Figura 7, a estimativa do gradiente se mostra satisfatória visto que o controle extremal garante a convergência $\theta(t)$ para uma vizinhança pequena de θ^* .

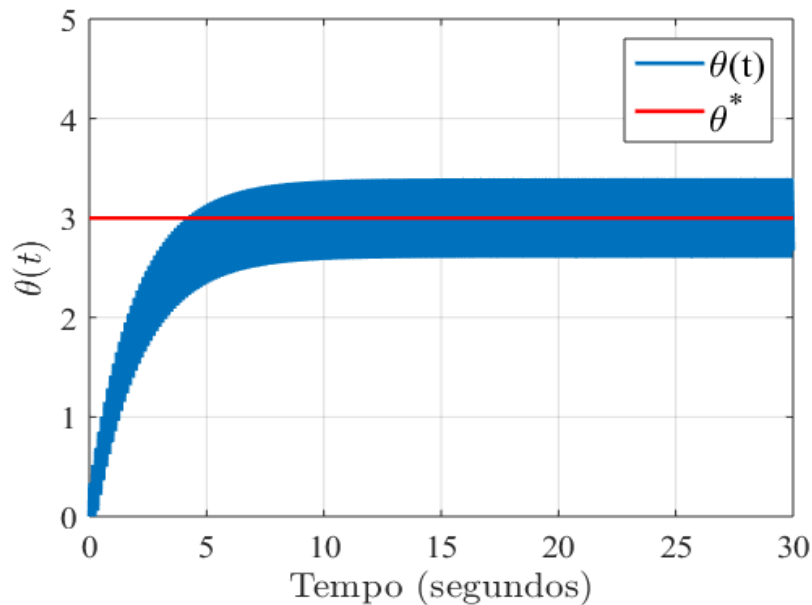


Figura 7 Estimativa de θ^* .

A saída também apresenta resultados satisfatórios já que converge para uma vizinhança de f^* , como ilustrado na Figura 8.

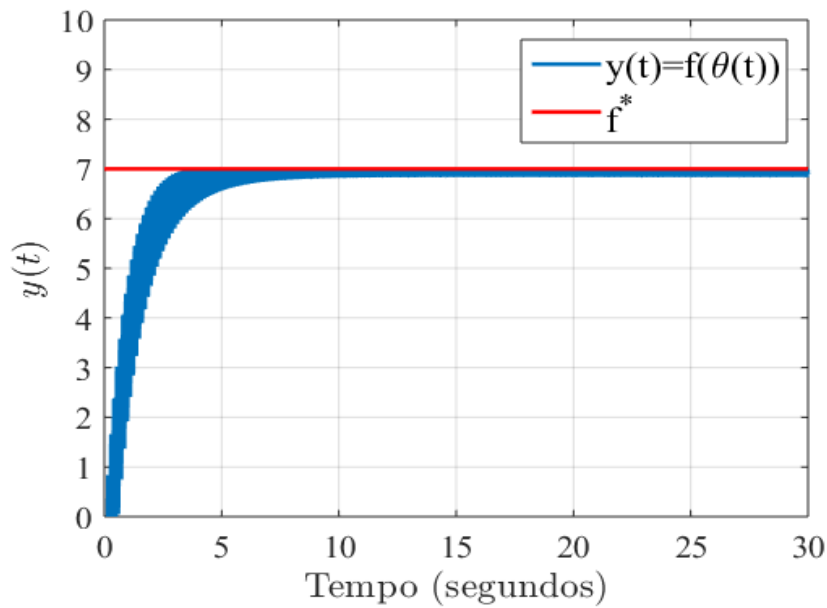


Figura 8 Saída do mapa estático.

2.1.3 Busca extremal para mapeamentos dinâmicos

Este tipo de mapeamento é o foco principal desta dissertação, visto que o freio ABS contém um comportamento dinâmico. Não precisar do conhecimento do sistema de forma completa é uma das características importantes e vantagens do controle extremal, onde é necessário pelo menos se conhecer a entrada ou saída do sistema. É utilizado como referência o trabalho publicado em [28]. A planta a ser considerada no estudo é não linear, estável e SISO, conforme é apresentado a seguir

$$\dot{x} = f(t, u), \quad (2.10)$$

$$y = h(x), \quad (2.11)$$

$$u = \alpha(x, \theta), \quad (2.12)$$

sendo $x \in \mathbb{R}$ é o estado da planta, $u \in \mathbb{R}$ é a lei de controle parametrizada por θ , $y \in \mathbb{R}$ é a saída da planta e $\theta \in \mathbb{R}$ é o parâmetro escalar que otimiza a saída. A Figura 9 apresenta o o controle por busca extremal para mapeamentos dinâmicos.

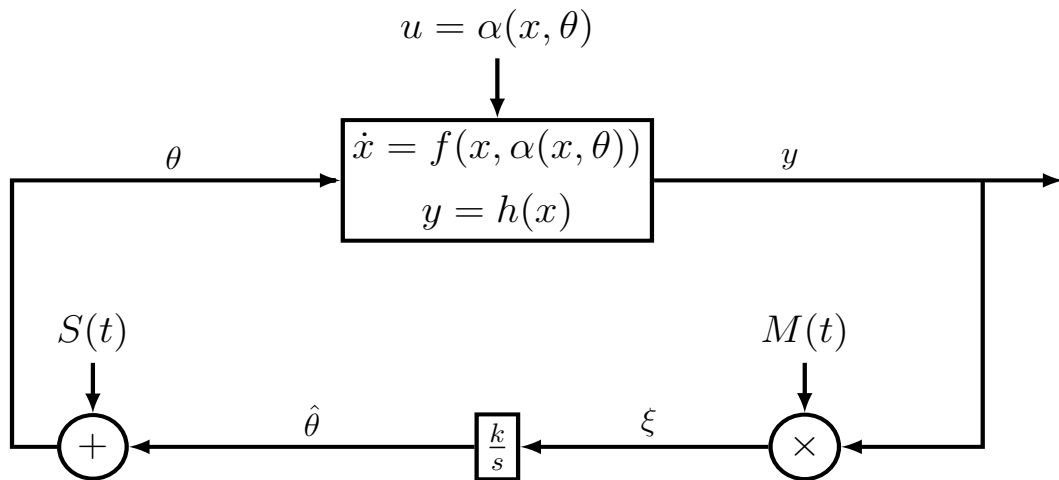


Figura 9 Controle extremal para mapeamentos dinâmicos com $S(t) = M(t) = a\text{sen}(\omega t)$.

Sendo assim, a planta em malha fechada é dada por

$$\dot{x} = f(t, \alpha(x, \theta)). \quad (2.13)$$

Assume-se as mesmas hipóteses de [28]:

(H1) Existe uma função suave $l : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ tal que

$$f(x, \alpha(x, \theta)) = 0 \text{ se e somente se } x = l(\theta). \quad (2.14)$$

(H2) Para cada valor de $\theta \in \mathbb{R}$, o equilíbrio $x = l(\theta)$ do sistema é localmente exponencialmente estável.

Dessa forma, a lei de controle (2.12) é robusta em relação ao próprio parâmetro θ , tornando capaz de estabilizar localmente o sistema local sem a necessidade do conhecimento de $f(x, u)$ ou $l(\theta)$. Estabelecida a função $l(\theta)$, [28] ainda introduz a seguinte hipótese:

(H3) Existe $\theta^* \in \mathbb{R}$ tal que

$$(h \circ l)'(\theta^*) = 0, \quad (2.15)$$

$$(h \circ l)''(\theta^*) < 0. \quad (2.16)$$

Pode-se concluir que o equilíbrio do sistema faz com que

$$y = h(l(\theta)), \quad (2.17)$$

e que caso $\theta \rightarrow \theta^*$, a saída é então otimizada (maximizada de acordo com (2.16)).

Para a correta eficácia e convergência para o ponto extremo, o controle extremal para mapeamentos dinâmicos contém três escalas de tempo distintas: a escala de tempo mais rápida é a da planta estável ou que tenha sido estabilizada por um controlador de malha interna; a escala de tempo médio são as perturbações senoidais

$$S(t) = M(t) = a \operatorname{sen}\omega t \quad (2.18)$$

e a escala de tempo mais lenta dada pelo integrador. Essas diferenças nas escalas de tempo do controle extremal fazem com que o sistema tenha um comportamento estático, segundo [28].

2.1.4 Controle Extremal aplicado ao Freio ABS

No sistema de freio ABS utiliza-se a estimação do gradiente para encontrar o valor de escorregamento para qualquer condição de frenagem. Em outras palavras, existe uma relação entre o escorregamento e o coeficiente de atrito que possui um ponto máximo, como ilustrado na Figura 4. Vale ressaltar que é encontrada a melhor condição de frenagem quando se obtém o maior coeficiente de atrito. A Figura 4 mostra a relação entre o escorregamento e o coeficiente de atrito, onde o valor ótimo para a condição da frenagem do escorregamento e do coeficiente de atrito é 0.1974 e 0.3954, respectivamente.

Com base na obtenção do valor máximo de coeficiente de atrito é atribuída a seguinte correlação

$$\theta^* = \lambda^*, \quad (2.19)$$

$$y = \mu(x), \quad (2.20)$$

onde λ^* é o escorregamento ótimo desejado que levará ao coeficiente de atrito máximo, e consequentemente a melhor frenagem.

A implementação do controle por busca extremal para mapeamentos dinâmicos em sistemas que admitem as hipóteses (H1)-(H3) proporciona a estimativa do gradiente

do mapeamento entrada-saída, além da convergência do parâmetro de otimização numa região próxima de θ^* . Desse forma, pode-se notar que se

$$\hat{\theta} \rightarrow \theta^*, \quad (2.21)$$

tem-se que

$$\theta \rightarrow \theta^* + a \operatorname{sen} \omega t. \quad (2.22)$$

Conseqüentemente, conclui-se que a busca pelo extremo é satisfeita quando

$$\theta \rightarrow \lambda^* + a \operatorname{sen} \omega t. \quad (2.23)$$

Na seção seguinte será apresentado o controle em malha interna para regulação do escorregamento λ para λ^* .

2.2 Malha interna: Controle por Modos Deslizantes

O controle por modos deslizantes é uma técnica da classe dos sistemas de controle a estrutura variável (*variable structure control* - VSC). Esse tipo de controlador iniciou no começo dos anos 1960 através do trabalho de Emel'yanov e Barbashin [38], porém ele só obteve grande popularidade após a publicação do livro de Itkis [39] e em seguida a publicação de Utkin [40]. Desde então, a classe de sistemas de controle a estrutura variável se mostrou útil em diversas aplicações, podendo se destacar aplicações em sistemas mecânicos e elétricos, tais como controle de velocidade em motores de indução [41], controle de conversores DC-DC [42], e também em sistemas de freio ABS [11]. Um importante aspecto do controle por modos deslizantes é a sua capacidade de gerar algoritmos de controle robustos que são invariantes sob certas condições [43]. Permitir que o sistema seja robusto sob incertezas e perturbações, torna a implementação desta técnica de controle atrativa para ser aplicada no sistema de freio ABS.

O objetivo do controle por modos deslizantes é estabelecer uma superfície deslizante satisfatória para o projeto, permitindo que as variáveis de estado possam estar nesta ou próximo desta superfície em um tempo finito. Em seguida, é necessário que essa superfície seja atrativa para as variáveis de estado do sistema. Esta alteração na dinâmica do sistema é realizada através de um controle descontínuo chaveado em alta frequência.

2.2.1 Objetivo do Controle

O Freio ABS tem como proposta estabelecer uma parada segura e com o melhor desempenho em uma situação de emergência. Esta condição é concretizada quando se atinge no momento da frenagem o valor de escorregamento ótimo desejado. Dessa forma, o coeficiente de atrito ótimo também é alcançado. Visto este trabalho tem o objetivo de encontrar o valor de escorregamento desejado λ^* para qualquer condição de pista, o Controle por Modos Deslizantes é utilizado com a proposta de fazer com que

$$x \rightarrow l(\theta), \quad (2.24)$$

e com isso as correspondências [28] possam ser realizadas. A superfície é escrita da seguinte forma:

$$\sigma := \theta(t) - \lambda(x(t)) \neq 0, \quad x \neq l(\theta), \quad (2.25)$$

onde θ é o parâmetro otimizador da planta obtido através do controle em malha externa. Espera-se que $\theta \rightarrow \lambda$ e com essa condição $x \rightarrow l(\theta)$. A dinâmica do erro σ é dada por

$$\dot{\sigma} = \dot{\theta} - \dot{\lambda}. \quad (2.26)$$

Visto que $\mu(x)$ e $\lambda(x)$ têm limitantes superiores e inferiores conhecidos, é possível conhecer os limitantes superiores e inferiores de $S(x)$ conforme é dado em (1.14), sem que haja qualquer ação de controle envolvida. Com o intuito de alcançar este objetivo é considerado a seguinte hipótese adicional:

(H4) Admite-se que no momento da frenagem as velocidades x_1 e x_2 atendem a inequação (1.16) e que as velocidades angulares máximas do Freio ABS da Inteco em [20] sejam para x_1 e x_2 180 rad/s e 200 rad/s, respectivamente.

As velocidades máximas de simulação são escolhidas levando em consideração um cenário de uso real de um veículo, respeitada a inequação (1.16).

Visto que $\mu(x)$ e $\lambda(x)$ têm limitantes superiores e inferiores conhecidos, é possível conhecer os limitantes superiores e inferiores de $S(x)$ conforme a Eq. (1.14), sem que haja qualquer ação de controle envolvida. Desse modo, pode-se considerar que

$$\bar{f} > \max[|f(x, t)|], \quad \text{para } x_2 \neq 0, \quad (2.27)$$

$$0 < \underline{g} < \min[|g(x, t)|], \quad \text{para } x_2 \neq 0, \quad (2.28)$$

$$\bar{\mu} > \max[|\mu(x)|]. \quad (2.29)$$

A partir da Figura 9 e substituindo (1.19) em (2.26), tem-se:

$$\dot{\sigma} = \mu(x)asen(\omega t) + aw \cos(\omega t) - f(x, t) - g(x, t)u. \quad (2.30)$$

A equação (2.30) apresenta a variável de controle u que tem como objetivo alterar a dinâmica do sistema em malha fechada.

2.2.2 Lei de Controle

Esta seção tem como proposta trabalhar na regulação do escorregamento λ . Vale ressaltar que o valor de referência é incerto, pois dependerá da estimação do valor ótimo obtido pelo controle extremal. Com isso, faz necessário ter um controle por modos deslizantes que atue de forma satisfatória na regulação do escorregamento entre os valores 0 e 1. A lei de controle a estrutura variável é dada por

$$u = u_0 \text{sgn}(\sigma) \quad (2.31)$$

ou, equivalentemente

$$u = \begin{cases} u_0, & \text{se } \sigma > 0 \\ -u_0, & \text{se } \sigma < 0 \end{cases}, \quad (2.32)$$

onde u_0 é atribuído como:

$$u_0 = \frac{1}{\underline{g}}(\bar{f} + |\mu(x)asen(\omega t) + aw \cos(\omega t)| + \delta), \quad (2.33)$$

com $\delta > 0$ sendo uma constante arbitrariamente pequena, sendo utilizada para que as trajetórias dos estados se desloquem para a superfície deslizante $\sigma = 0$ em um tempo finito.

É importante ressaltar que para baixas velocidades as equações podem ter severas complicações como é visto em (1.23) e (1.24). Desse modo, o controle é desconsiderado para velocidades abaixo de 18 rad/s e 20 rad/s para x_1 e x_2 , respectivamente.

3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Como próximo passo, o intuito é realizar a análise de estabilidade do controlador em malha interna.

Teorema *Considere o sistema em malha fechada dado pelas equações (1.6), (1.9), (1.14), (1.15) e (1.17). A regulação do escorregamento em (2.25) pela lei de controle em (2.31) é garantida se a hipótese (H4) for satisfeita, tal que a superfície de deslizamento $\sigma = 0$ é de fato alcançada em tempo finito.*

Prova Considere a seguinte função de Lyapunov

$$V(\sigma) = \frac{1}{2}(\sigma)^2, \quad (3.1)$$

e sua derivada ao longo de (2.30)

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \dot{\sigma}. \quad (3.2)$$

Substituindo (2.30) em (3.2) e simplificando a equação resultante, tem-se:

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma \mu(x) a \operatorname{sen}(wt) + \sigma a w \cos(wt) - \sigma f(x, t) - g(x, t) u_0 \operatorname{sgn}(\sigma) \sigma. \quad (3.3)$$

Substituindo (2.33) em (3.3), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma) = & \sigma \mu(x) a \operatorname{sen}(wt) + \sigma a w \cos(wt) - \sigma f(x, t) + \\ & - |\sigma| g(x, t) \left(\frac{\bar{f} + |\mu(x) a \operatorname{sen}(wt) + a w \cos(wt)| + \delta}{\underline{g}} \right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Aplicando-se o limitante inferior (2.28), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\sigma) \leq & \sigma \mu(x) a \operatorname{sen}(wt) + \sigma a w \cos(wt) - \sigma f(x, t) - |\sigma| (\bar{f} + \\ & + |\mu(x) a \operatorname{sen}(wt) + a w \cos(wt)| + \delta). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Por fim, aplicando-se os majorantes da equação (2.27) e (2.29) em (3.5), tem-se:

$$\dot{V}(\sigma) \leq -\delta |\sigma| < 0. \quad (3.6)$$

Pode se notar que (3.6) é satisfeita, logo $V(\sigma)$ tende zero em algum tempo finito

t^* , ou seja, $\forall t > t^*$.

Com a desigualdade em (3.6), pode-se notar que a lei de controle (2.31) leva o sistema ao modo deslizante $\sigma = 0$ e pode se concluir que

$$u = \alpha(x, \theta) = u_0 \operatorname{sgn}(\sigma), \quad (3.7)$$

está de fato parametrizada em θ visto que se $\sigma = 0$, $x = l(\theta)$. Porém com o intuito de utilizar uma função suave na lei de controle conforme é requerido em [28], é possível a substituição de uma função sinal por uma aproximação sigmoide. Ou seja, ao invés de usarmos

$$u = u_0 \frac{\sigma}{|\sigma|}, \quad (3.8)$$

emprega-se

$$u = u_0 \frac{\sigma}{(|\sigma| + \epsilon)}, \quad (3.9)$$

onde $\epsilon > 0$ é uma constante arbitrariamente pequena. Com isso, pode se concluir que $\alpha(x, \theta)$ em (3.7) é a lei de controle interna (2.12) denotada no controle por busca extremal. Além disso, a malha interna do controle por modos deslizantes é capaz de levar $x \rightarrow l(\theta)$ em tempo finito. Desse modo, pode se considerar que

$$\theta(t) = \lambda(t) \quad \text{para } x = l(\theta), \quad \forall t \geq t^*, \quad (3.10)$$

$$y = h(x) = \mu(\lambda(t)) \quad \text{para } x = l(\theta), \quad \forall t \geq t^*. \quad (3.11)$$

Finalmente, invocando o Teorema A.1 e A.2 (Apêndice), concluimos que $\theta(t) \rightarrow \lambda^* + \mathcal{O}(a + \omega + \epsilon)$ e que $\mu(x, t) \rightarrow \mu^* + \mathcal{O}(a + \omega + \epsilon)$ em algum tempo finito. Onde μ^* é o coeficiente de atrito máximo.

4 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Utiliza-se o controle extremal para encontrar o parâmetro ótimo, obtido através da estimação do gradiente do mapeamento entre coeficiente de atrito e coeficiente de escorregamento. Com o intuito de eliminar as componentes DC, adiciona-se filtros no controle extremal conforme sugerido em [28]. A Figura 10 apresenta o esquema base de controle em malha externa com os filtros envolvidos na busca pelo extremo, cuja as constantes de projetos são $k = 0.4$, $a = 0.01$, $\omega_l = 50$, $\omega_h = 20$ obtendo os seguintes resultados de simulação na obtenção do valor ótimo (Figura 11 a Figura 15).

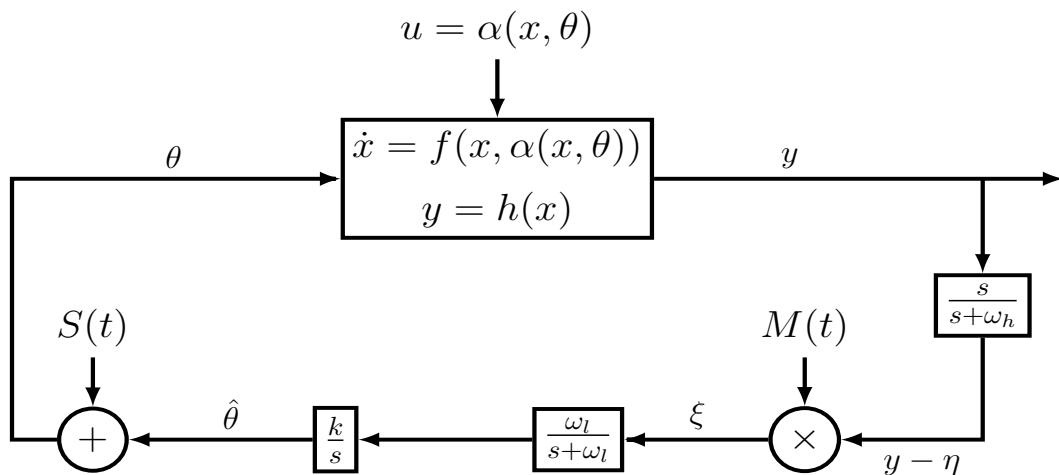


Figura 10 - Controle extremal para mapeamentos dinâmicos com $S(t) = M(t) = a\text{sen}(\omega t)$ com filtros em malha fechada.

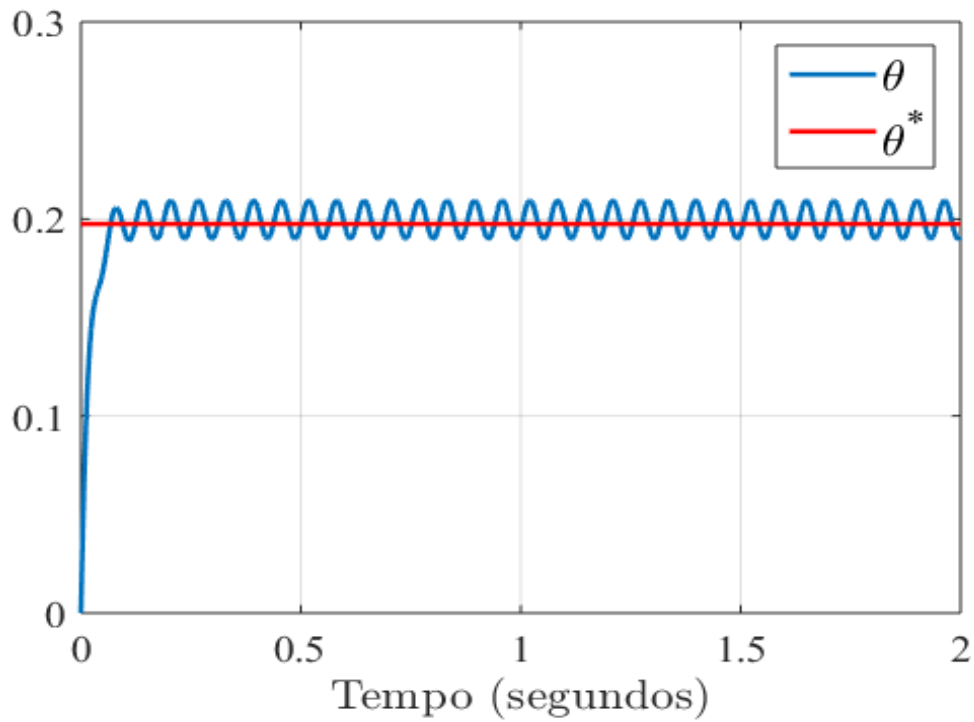


Figura 11 - Melhor estimativa de θ^* .

Percebe-se que $\theta(t)$ converge para um valor próximo de 0.2 em aproximadamente 0.1 segundos. Essa convergência é satisfatória considerando o valor de escorregamento ideal dado na Figura 4.

A regulação do escorregamento pode ser visto em Figura 12, onde a Figura 13 apresenta o desempenho da lei de controle em (2.31). A Figura 14 apresenta as velocidades da roda superior $x_1(t)$ e inferior $x_2(t)$.

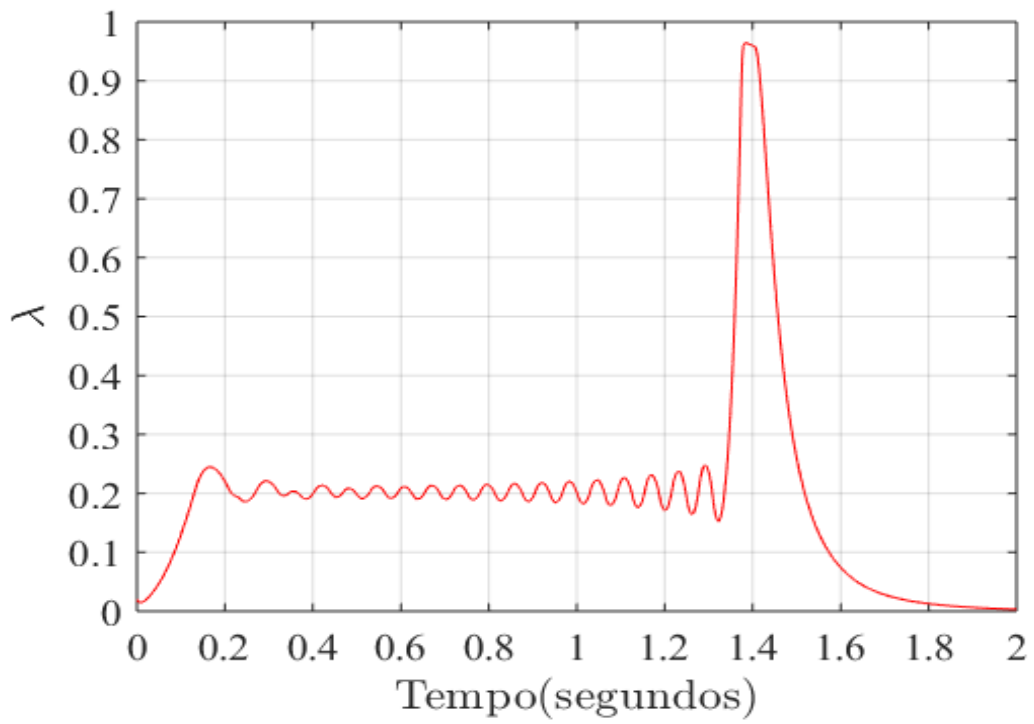


Figura 12 - Regulação do escorregamento $\theta^* \approx 0.2$.

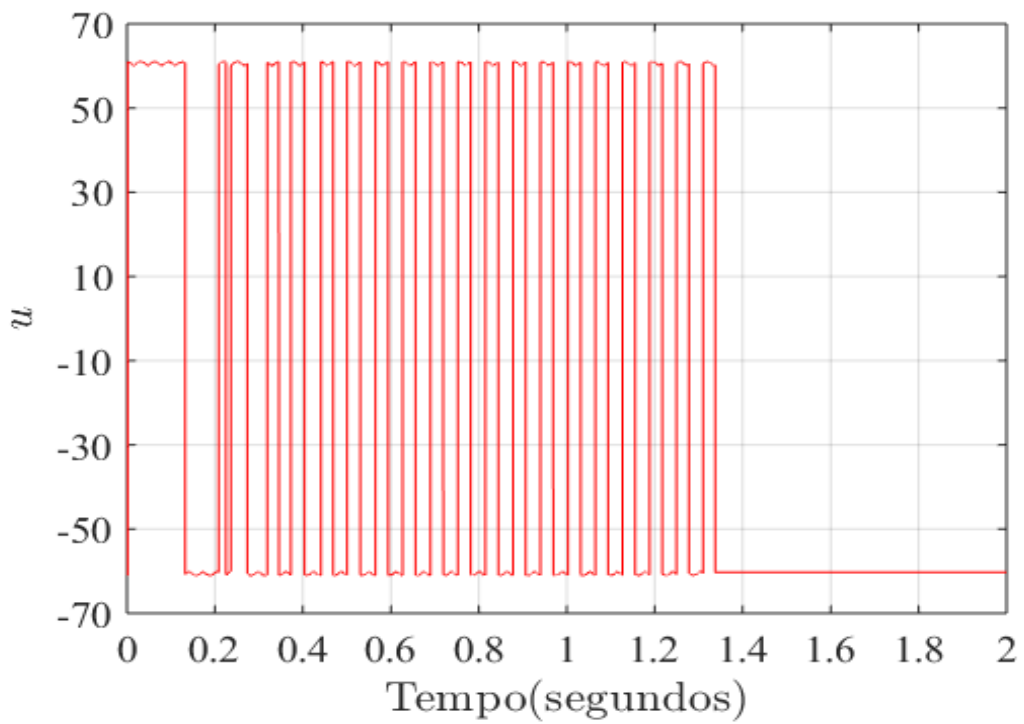


Figura 13 - Entrada de Controle $u(t)$.

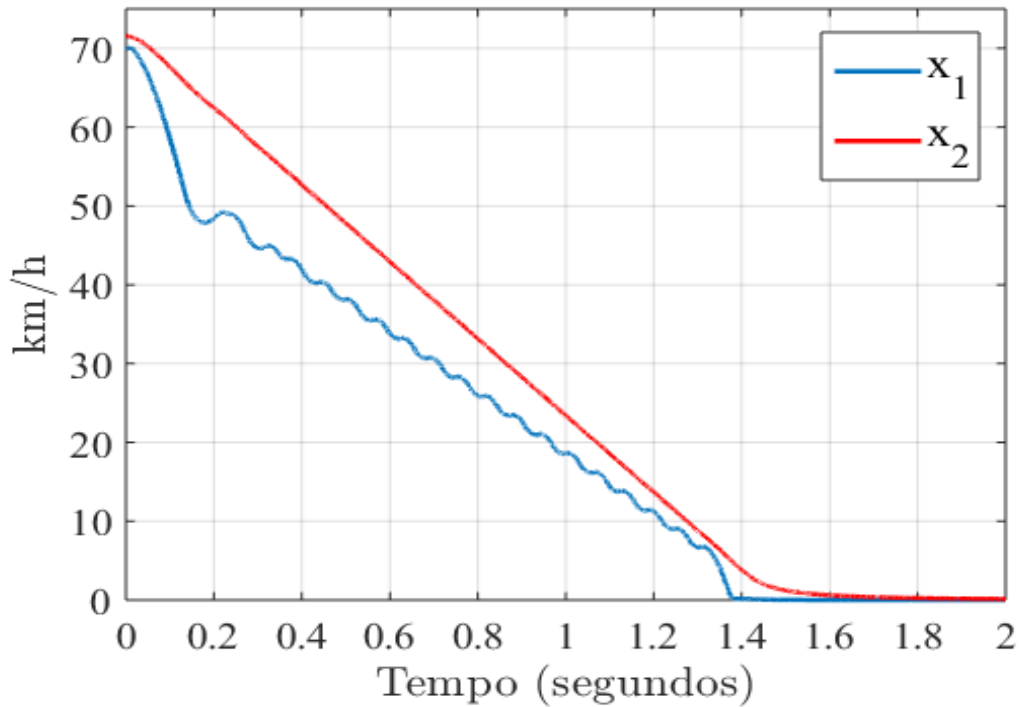


Figura 14 - Velocidade da roda superior x_1 e da roda inferior x_2 .

Conforme pode ser visto na Figura 12 o escorregamento atinge o valor satisfatório em aproximadamente 0.2 segundos. Vale ressaltar que em simulação após 1.4 segundos a roda superior e inferior encontram-se praticamente paradas, como visto na Figura 14, logo valor de escorregamento neste tempo é aproximadamente 0.95, porém esta situação não prejudicaria o desempenho do freio ABS, pois estas condições acontecem no momento em que as rodas atingem baixas velocidades, em torno de 6 km/h e 7 km/h para a roda superior e inferior, respectivamente.

Por fim, pode se observar que as distâncias de parada em metros da roda superior e inferior, denotadas por p_1 e p_2 , respectivamente na Figura 15.

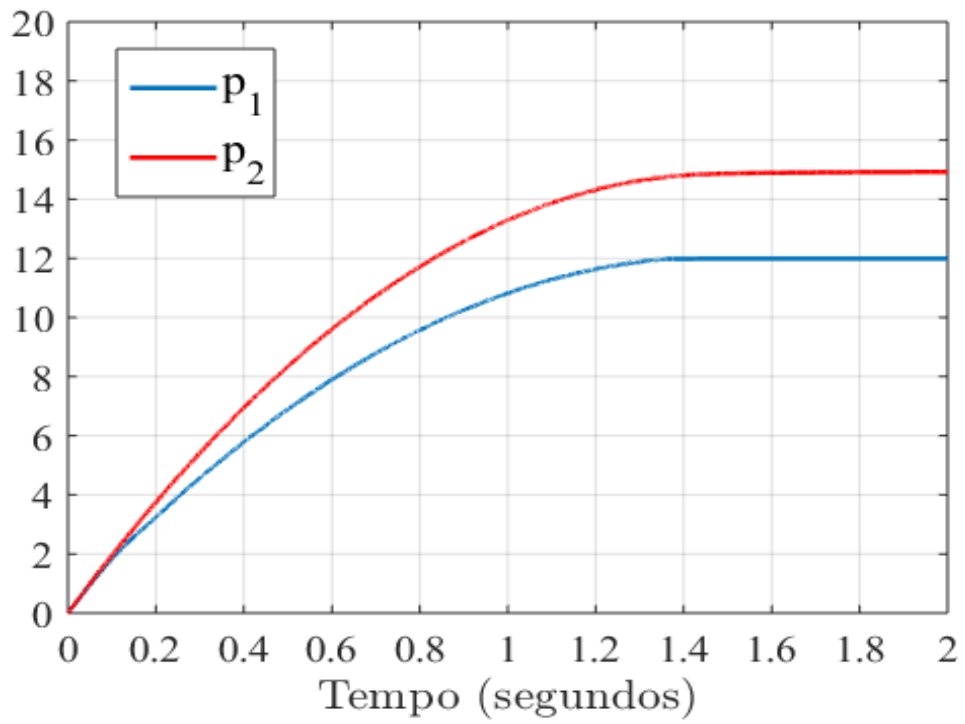


Figura 15 - Distância de parada das rodas.

CONCLUSÃO

O crescente avanço tecnológico da sociedade trouxe diversos aspectos positivos no que diz respeito a qualidade de vida do ser humano, o que não é diferente para veículos automotivos, fazendo com que tenhamos mais conforto em viagens tripuladas. O Freio ABS se tornou um dispositivo de grande importância em projetos automotivos, pois a crescente preocupação com segurança veio a partir de inúmeros acidentes que poderiam ter sido evitados com a utilização deste sistema.

Conforme mencionado neste trabalho o freio ABS tem diversas implementações técnicas na literatura, porém, ainda tem-se grande espaço para evolução no desempenho do freio ABS. Além disso, é importante ressaltar que o aprimoramento no desempenho dos veículos devem ser acompanhadas com o avanço nos dispositivos de segurança, como o do freio ABS.

Este trabalho propôs um controlador que fosse capaz de atuar para quaisquer condição de pista, não necessitando o conhecimento prévio da estrada. O desempenho do controle é realizado através de uma estimação do valor ótimo de escorregamento de acordo com a condição da estrada através do controle por busca extremal e a concomitante regulação do valor de escorregamento através do controle por modos deslizantes. Os resultados obtidos neste trabalho se tornaram potencialmente eficazes, pois houve a regulação do escorregamento λ e a estimação do escorregamento desejado λ^* em tempo adequado para uma situação de emergência.

Trabalhos Futuros

Este trabalho focou na regulação e estimação do escorregamento no Freio ABS da inteco. Para trabalhos futuros, indica-se a implementação deste controlador em ambiente real, com resultados experimentais além das simulações já realizadas aqui. Neste tipo de projeto o desafio adicional é a estimação do coeficiente de atrito $\mu(x)$ para obtenção do gradiente através do controle por busca extremal, visto que na estratégia proposta nesta dissertação assumiu a medição direta de $\mu(x)$.

APÊNDICE

Revisão do método clássico de busca extremal com sinais de Hessiana conhecida. Em [28] é considerado um modelo não linear SISO e a seguinte lei de controle

$$\dot{x} = f(t, u), \quad (4.1)$$

$$y = h(x), \quad (4.2)$$

$$u = \alpha(x, \theta). \quad (4.3)$$

A partir do sistema (4.1) - (4.3), são realizadas as seguintes hipóteses sobre o sistema de malha fechada.

Hipótese A.1: Existe uma lei suave $l : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}^n$, tal que

$$f(t, \alpha(x, \theta)) = 0 \quad \text{se e somente se} \quad x = l(\theta).$$

Hipótese A.2: Existe $\theta^* \in \mathfrak{R}$ tal que:

$$(h \circ l)'(\theta^*) = 0, \quad (4.4)$$

$$(h \circ l)''(\theta^*) < 0. \quad (4.5)$$

O sistema é simplificado como

$$\dot{x} = f(t, \alpha(x, \hat{\theta} + a \text{sen } \omega t)), \quad (4.6)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = k\xi, \quad (4.7)$$

$$\dot{\xi} = -\omega_l \xi + \omega_l (y - \eta) a \text{sen } \omega t, \quad (4.8)$$

$$\dot{\eta} = -\omega_h \eta + \omega_h y. \quad (4.9)$$

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*, \quad (4.10)$$

$$\tilde{\eta} = \eta - h \circ l(\theta^*). \quad (4.11)$$

O estudo da estabilidade é dividida em etapas. Antes de analisar o sistema geral (4.1)-(4.3), fixa-se a variável x em um valor de equilíbrio e é verificada a estabilidade desta parcela. Uma vez estabelecida a estabilidade deste sistema, a análise do sistema geral é iniciada.

Considere

$$\theta = \theta^* + \tilde{\theta} + a \operatorname{sen} \tau. \quad (4.12)$$

Tem-se o seguinte sistema reduzido médio:

$$\frac{d\tilde{\theta}_r}{d\tau} = \delta K' \xi_r, \quad (4.13)$$

$$\frac{d\xi_r}{d\tau} = \delta(-\omega'_L \xi_r + \omega'_L (v(\tilde{\theta}_r + a \operatorname{sen} \tau) - \tilde{\eta}_r) a \operatorname{sen} \tau), \quad (4.14)$$

$$\frac{d\tilde{\eta}_r}{d\tau} = \delta(-\omega'_H \tilde{\eta}_r + \omega'_H (v(\tilde{\theta}_r + a \operatorname{sen} \tau))). \quad (4.15)$$

Assim sendo, podemos escrever

$$v(0) = 0, \quad (4.16)$$

$$v'(0) = (h \circ l)'(\theta^*) = 0, \quad (4.17)$$

$$v''(0) = (h \circ l)''(\theta^*) < 0. \quad (4.18)$$

As equações (4.13) a (4.15) estão na forma em que o Teorema Médio [37] possa ser aplicado. Seu modelo reduzido é:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_r^a \\ \xi_r^a \\ \tilde{\eta}_r^a \end{bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} K' \xi_r^a \\ -\omega'_L \xi_r^a + \frac{\omega'_L}{2\pi} a \int_0^{2\pi} v(\tilde{\theta}_r^a + a \operatorname{sen} \sigma) \operatorname{sen} \sigma d\sigma \\ -\omega'_H \tilde{\eta}_r^a + \frac{\omega'_H}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\tilde{\theta}_r^a + a \operatorname{sen} \sigma) d\sigma \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Para linearizar o sistema, é necessário determinar o equilíbrio médio $(\tilde{\theta}_r^{a,e}, \xi_r^{a,e}, \tilde{\eta}_r^{a,e})$ que satisfaça as seguintes condições:

$$\tilde{\xi}_r^{a,e} = 0, \quad (4.20)$$

$$\int_0^{2\pi} v(\tilde{\theta}_r^{a,e} + a \operatorname{sen} \sigma) \operatorname{sen} \sigma d\sigma = 0, \quad (4.21)$$

$$\tilde{\eta}_r^{a,e} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v(\tilde{\theta}_r^{a,e} + a \operatorname{sen} \sigma) d\sigma. \quad (4.22)$$

Para colocar $\tilde{\theta}_r^{a,e}$ na forma $\tilde{\theta}_r^{a,e} = b_1 a + b_2 a^2 + \mathcal{O}(a^3)$, substitui-se em (4.22) as equações (4.18) e (4.18), integrando-se e igualando-se as potências de a . Temos $v''(0)b_1 = 0$

e $v''(0)b_2 + \frac{1}{8}v'''(0) = 0$. Isto implica em:

$$\tilde{\theta}_r^{a,e} = -\frac{v'''(0)}{8v''(0)}a^2 + \mathcal{O}(a^3). \quad (4.23)$$

Após efetuar os cálculos em (4.22), temos:

$$\tilde{\eta}_r^{a,e} = \frac{v''(0)}{4}a^2 + \mathcal{O}(a^3). \quad (4.24)$$

Portanto, o equilíbrio do modelo médio é:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\theta}_r^{a,e} \\ \xi_r^{a,e} \\ \tilde{\eta}_r^{a,e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v'''(0)}{8v''(0)}a^2 + \mathcal{O}(a^3) \\ 0 \\ \frac{v''(0)}{4}a^2 + \mathcal{O}(a^3) \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Após encontrarmos a matriz Jacobiana do modelo reduzido, prova-se que a matriz é Hurwitz para um valor suficientemente pequeno de a . Assim, pode-se determinar que os pontos de equilíbrio do sistema médio são de fato exponencialmente estáveis para um valor suficientemente pequeno de a .

Comprovada a estabilidade do sistema reduzido, retornamos ao sistema geral, reescrevendo-o na escala de tempo $\tau = \omega t$. Desse modo, a notação compacta é escrita como:

$$\frac{dz}{d\tau} = \delta G(\tau, x, z). \quad (4.26)$$

Portanto, a partir da transformação $\tilde{z} = z + z_r^{2\pi}(\tau)$, leva-e o sistema geral para forma de perturbação padrão singular e obtém-se:

$$\frac{d\tilde{z}}{d\tau} = \delta \tilde{G}(\tau, x, \tilde{z}), \quad (4.27)$$

$$\omega \frac{dx}{d\tau} = \tilde{F}(\tau, x, \tilde{z}), \quad (4.28)$$

onde

$$\tilde{G}(\tau, x, \tilde{z}) = G(\tau, x, \tilde{z} + z_r^{2\pi}(\tau)) - G(\tau, L(\tau, z_r^{2\pi}(\tau)), z_r^{2\pi}(\tau)), \quad (4.29)$$

$$\tilde{F}(\tau, x, \tilde{z}) = f(x, \alpha(x, \theta^* + \tilde{\theta} - \tilde{\theta}_r^{2\pi}(\tau) + \tilde{\theta}_r^{2\pi}(\tau) + a \operatorname{sen} \tau)). \quad (4.30)$$

Assim sendo,

$$\frac{d\tilde{z}_r}{d\tau} = \delta \tilde{G}(\tau, L(\tau, \tilde{z}_r + z_r^{2\pi}(\tau)), \tilde{z}_r + z_r^{2\pi}(\tau)) \quad (4.31)$$

tem um equilíbrio na origem $\tilde{z} = 0$. Para uma completa análise de perturbação singular, é necessário estudar também o *modelo da camada limite* (*Boundary layer model*, BLM) na escala de tempo $t - t_0 = \tau/\omega$:

$$\begin{aligned} \frac{dx_b}{dt} &= \tilde{F}(\tau, x_b + L(\tau, \tilde{z} + z_r^{2\pi}(\tau)), \tilde{z}) \\ &= f(x_b + l(\theta), \alpha(x_b + l(\theta), \theta)). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Por fim, em [28] os autores resumem as conclusões acima com os seguintes teoremas:

Teorema A.1: Considere que as Hipóteses A.1 a A.2 sejam satisfeitas. Existe um conjunto de condições iniciais em torno do ponto $(x, \hat{\theta}, \xi, \eta) = (l(\theta^*), \theta^*, 0, h \circ l(\theta^*))$ e constantes $\bar{\omega}, \bar{\delta}$ and \bar{a} tal que para todo $\omega \in (0, \bar{\omega})$, $\delta \in (0, \bar{\delta})$, a solução $(x(t), \hat{\theta}(t), \xi(t), \eta(t))$ converge para uma vizinhança $\mathcal{O}(\omega + \delta + a)$ do equilíbrio. Tem-se também que $y(t)$ converge para uma vizinhança de $\mathcal{O}(\omega + \delta + a)$ de $h \circ l(\theta^*)$.

Teorema A.2: Dentro das condições do Teorema A.1, existe ainda uma solução periódica exponencialmente estável para uma vizinhança de $\mathcal{O}(\omega + \delta + a)$ do ponto $(x, \hat{\theta}, \xi, \eta) = (l(\theta^*), \theta^*, 0, h \circ l(\theta^*))$.

REFERÊNCIAS

- [1] MAJID, M. A. et al. Modelling and pid value search for antilock braking system (abs) of a passenger vehicle. *Journal of the Society of Automotive Engineers Malaysia*, v. 1, n. 3, 2017.
- [2] JUNIOR, A. B. d. S. *Implementação de plataforma de simulação hardware-in-the-loop ABS para aplicações didáticas*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo.
- [3] LIMA, J. Sistema antibloqueio (abs) para freios eletromecânicos utilizando controle por modos deslizantes. *Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil*, 2005.
- [4] BORBA, T. de et al. Comparação do desempenho em frenagem de veículo com sistema abs ativo e inativo. 2016.
- [5] MIRZAEI, A. et al. Design of an optimal fuzzy controller for antilock braking systems. In: IEEE. *2005 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*. [S.l.], 2005. p. 823–828.
- [6] HARIFI, A. et al. Designing a sliding mode controller for slip control of antilock brake systems. *Transportation research part C: emerging technologies*, Elsevier, v. 16, n. 6, p. 731–741, 2008.
- [7] ONIZ, Y.; KAYACAN, E.; KAYNAK, O. A dynamic method to forecast the wheel slip for antilock braking system and its experimental evaluation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, IEEE, v. 39, n. 2, p. 551–560, 2008.
- [8] MIRZAEINEJAD, H.; MIRZAEI, M. A novel method for non-linear control of wheel slip in anti-lock braking systems. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 18, n. 8, p. 918–926, 2010.
- [9] LAYNE, J. R.; PASSINO, K. M.; YURKOVICH, S. Fuzzy learning control for antiskid braking systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 1, n. 2, p. 122–129, 1993.

- [10] LIN, C.-M.; HSU, C.-F. Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, IEEE, v. 11, n. 2, p. 273–278, 2003.
- [11] MITIĆ, D. et al. Sliding mode control of anti-lock braking system based on reaching law method. In: *XLVI International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies, ICEST 2011*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 387–390.
- [12] CHIN, Y.-K. et al. Sliding-mode abs wheel-slip control. In: IEEE. *1992 American Control Conference*. [S.l.], 1992. p. 1–8.
- [13] PATEL, N.; EDWARDS, C.; SPURGEON, S. K. Optimal braking and estimation of tyre friction in automotive vehicles using sliding modes. *International Journal of Systems Science*, Taylor & Francis, v. 38, n. 11, p. 901–912, 2007.
- [14] ZHAO, Z.; YU, Z.; SUN, Z. Research on fuzzy road surface identification and logic control for anti-lock braking system. In: IEEE. *2006 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety*. [S.l.], 2006. p. 380–387.
- [15] RATTASIRI, W.; WICKRAMARACHCHI, N.; HALGAMUGE, S. K. An optimized anti-lock braking system in the presence of multiple road surface types. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, Wiley Online Library, v. 21, n. 6, p. 477–498, 2007.
- [16] CABRERA, J. A. et al. A fuzzy logic control for antilock braking system integrated in the imma tire test bench. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, IEEE, v. 54, n. 6, p. 1937–1949, 2005.
- [17] DRAKUNOV, S. et al. Abs control using optimum search via sliding modes. *IEEE Transactions on control systems technology*, IEEE, v. 3, n. 1, p. 79–85, 1995.
- [18] TANELLI, M.; ASTOLFI, A.; SAVARESI, S. M. Robust nonlinear output feedback control for brake by wire control systems. *Automatica*, Elsevier, v. 44, n. 4, p. 1078–1087, 2008.
- [19] ZHANG, C.; ORDONEZ, R. Numerical optimization-based extremum seeking control with application to abs design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 52, n. 3, p. 454–467, 2007.

- [20] INTECO. *ABS The laboratory Anti-lock Braking System controlled from PC*. [S.l.]: <http://www.inteco.com.pl/products/abs-antilock-braking-system/>, 2011.
- [21] TEIXEIRA, A. et al. Monitoring function-based active disturbance rejection control for uncertain systems with unknown control directions. *Advanced Control for Applications: Engineering and Industrial Systems*, Wiley Online Library, 2020.
- [22] SHARMA, V. et al. Multiple sliding surface controller based on disturbance observer for anti-lock braking system. In: IEEE. *2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES)*. [S.l.], 2016. p. 1–6.
- [23] VERMA, R. et al. Slip regulation for anti-lock braking systems using multiple surface sliding controller combined with inertial delay control. *Vehicle System Dynamics*, Taylor & Francis, v. 53, n. 8, p. 1150–1171, 2015.
- [24] ANTIC, D. S. et al. Sliding mode based anti-lock braking system control. In: *Complex Systems*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 557–580.
- [25] WANG, Y. et al. Smc design for robust stabilization of nonlinear markovian jump singular systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, IEEE, v. 63, n. 1, p. 219–224, 2017.
- [26] LI, Z.; MA, X.; LI, Y. Robust tracking control strategy for a quadrotor using rpd-smc and rise. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 331, p. 312–322, 2019.
- [27] ZAIHIDEE, F. M.; MEKHILEF, S.; MUBIN, M. Robust speed control of pmsm using sliding mode control (smc)—a review. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 9, p. 1669, 2019.
- [28] KRSTIC, M.; WANG, H.-H. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamics systems. *Automatica*, v. 36, p. 595–601, 2000.
- [29] UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHIJUN, M. *Sliding mode control in electro-mechanical systems*. [S.l.]: CRC press, 1999.
- [30] PRETAGOSTINI, F. et al. Survey on wheel slip control design strategies, evaluation and application to antilock braking systems. *IEEE Access*, IEEE, v. 8, p. 10951–10970, 2020.

- [31] HEYDARI-DOOSTABAD, H. et al. A new approach in mppt for photovoltaic array based on extremum seeking control under uniform and non-uniform irradiances. *Solar Energy*, Elsevier, v. 94, p. 28–36, 2013.
- [32] LEYVA, R. et al. Mppt of photovoltaic systems using extremum-seeking control. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, IEEE, v. 42, n. 1, p. 249–258, 2006.
- [33] PEIXOTO, A. J. et al. Modelling and extremum seeking control of gas lifted oil wells. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 48, n. 6, p. 21–26, 2015.
- [34] KRISHNAMOORTHY, D.; PAVLOV, A.; LI, Q. Robust extremum seeking control with application to gas lifted oil wells. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier, v. 49, n. 13, p. 205–210, 2016.
- [35] LEBLANC, M. Sur l'électrification des chemins de fer au moyen de courants alternatifs de fréquence élevée. *Revue générale de l'électricité*, v. 12, n. 8, p. 275–277, 1922.
- [36] DRAPER, C.; LI, Y. Principles of optimizing control systems and an application to the internal combustion engine. 1951.
- [37] KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. [S.l.]: Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2002.
- [38] BARBASHIN, E. On estimate of mean-square deviation from known trajectory. *Avtomat. i Telemekh*, v. 21, n. 7, p. 941–950, 1960.
- [39] ITKIS, U. *Control systems of variable structure*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1976.
- [40] UTKIN, V. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 22, n. 2, p. 212–222, 1977.
- [41] LI, J.; HONG, Z.; YANG, W. Application of variable structure theory to direct field-oriented induction motor speed controllers. In: IEEE. *2009 International Workshop on Intelligent Systems and Applications*. [S.l.], 2009. p. 1–4.
- [42] CARDIM, R. et al. Variable-structure control design of switched systems with an application to a dc–dc power converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 56, n. 9, p. 3505–3513, 2009.

- [43] MELO, G. T. d. et al. Controle por modo deslizante adaptativo para perturbações com limitantes desconhecidos. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2017.