



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**

Centro de Tecnologia e Ciências

Faculdade de Engenharia

Leandro Marques Samyn

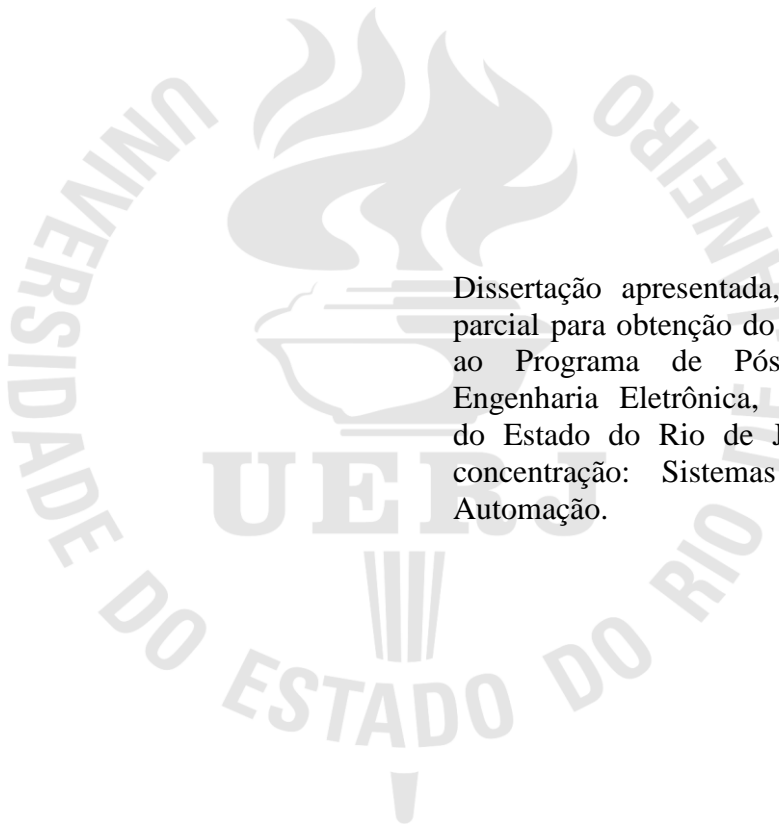
**Modelagem da Dinâmica do Sistema de Controle de Lastro de uma  
Plataforma Semisubmersível**

Rio de Janeiro

2010

Leandro Marques Samyn

**Modelagem da Dinâmica do Sistema de Controle de Lastro de uma Plataforma  
Semisubmersível**



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação.

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Vilela Soares da Cunha

Rio de Janeiro

2010

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ/REDE SIRIUS/CTC/B

S188 Samyn, Leandro Marques.  
Modelagem da dinâmica do sistema de controle de lastro de uma  
plataforma semisubmersível. / Leandro Marques Samyn – 2010.  
85 f.: il.

Orientador : José Paulo Vilela Soares da Cunha.

Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado do Rio de  
Janeiro, Faculdade de Engenharia.  
Bibliografia: f.83

1. Mecanismos de controle. 2. Engrenagens de navegação, descarga e  
controle de profundidade. I. Cunha, José Paulo Vilela Soares da. II.  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de Engenharia. III.  
Título.

CDU 623.946-5

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese dissertação.

---

Assinatura

---

Data

Leandro Marques Samyn

**Modelagem da Dinâmica do Sistema de Controle de Lastro de uma Plataforma  
Semisubmersível**

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de concentração: Sistemas Inteligentes e Automação

Aprovada em 05 de Fevereiro de 2010.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. José Paulo Vilela Soares da Cunha (Orientador)  
Faculdade de Engenharia da UERJ

---

Prof. Dr. Pedro Henrique Gouvêa Coelho  
Faculdade de Engenharia da UERJ

---

Prof. Dr. Fernando Cesar Lizarralde  
Programa de Engenharia Elétrica da COPPE/UFRJ

---

Prof. Dr. Ramon Romankevicius Costa  
Programa de Engenharia Elétrica da COPPE/UFRJ

Rio de Janeiro

2010

## DEDICATÓRIA

À minha mãe Ana e ao meu irmão Henrique, por todo o apoio, paciência e carinho dedicados a mim nos momentos difíceis.

À minha esposa Fernanda, pelo amor, carinho e paciência nas minhas constantes ausências durante esse período.

À minha filhota Manuela, por ser um presente de Deus em minha vida.

Ao seu Renato e a dona Helena, por terem me acolhido como um filho.

À Deus, por ter permitido que eu chegasse até aqui.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador José Paulo, por todo o incentivo, apoio e paciência dedicados.

Quem teme ser vencido tem a certeza da derrota.

*Napoleão Bonaparte*

## RESUMO

SAMYN, Leandro Marques. *Modelagem da Dinâmica do Sistema de Controle de Lastro de uma Plataforma Semisubmersível*. 2010. 85 f. Dissertação (Mestrado em Sistemas Inteligentes e Automação) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

É descrita a modelagem, para controle, da dinâmica de uma plataforma semisubmersível com seis graus de liberdade. O modelo inclui os efeitos dos tanques de lastro como forças e momentos, assim como a dinâmica da plataforma. Os parâmetros do sistema foram obtidos das características da plataforma e de resultados experimentais obtidos com uma plataforma semisubmersível de dimensões reduzidas.

O desenvolvimento de uma metodologia e de um software capazes de determinar o volume submerso e o centro de empuxo de uma estrutura com geometria complexa foram pontos determinantes nessa Dissertação, tendo em vista a complexidade do processo e as importâncias desses parâmetros para o desenvolvimento do modelo.

A linearização do modelo permitiu a elaboração de uma estratégia de controle capaz de estabilizar a plataforma mesmo em condições iniciais distantes do equilíbrio.

As equações que descrevem o movimento da plataforma nos graus de liberdade vertical, jogo e arfagem foram desenvolvidas. A realocação dos polos e um observador de estado foram utilizados com o objetivo de melhorar o controle do sistema.

Palavras-chave: Modelo dinâmico. Controle de lastro. Plataforma semisubmersível.

Sistemas marítimos. Sistemas mecânicos. Identificação de parâmetros.



## ABSTRACT

A six degrees of freedom dynamic model for the development of ballast control systems for semisubmersible platforms is described. The model includes the effects on the ballast tanks such as weights, moments and inertias as well as the platform dynamic. System parameters are computed from physical characteristics of the platform and from experimental results obtained with a small semisubmersible platform.

The development of a methodology and software capable of determining the immersed volume and center of buoyancy of a structure with complex geometry are points, which in this M. Sc. Dissertation, in view of the complexity of the process and importance of these parameters for model development.

The linearization of the model allowed the development of a control strategy capable of stabilizing the semisubmersible platform in initial conditions far from the balance.

The equations describing the motion of the platform in the vertical, roll and pitch degrees of freedom have been developed. The relocation of the poles and an observer of state were used in order to improve the control system.

Keywords: Dynamic modeling. Ballast control. Semisubmersible platform. Marine systems.

Mechanical systems. Identification parameters.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Tipos de plataformas.....	16
Figura 2 –	Diagrama do transdutor de profundidade.....	21
Figura 3 –	Plataforma semisubmersível de dimensões reduzidas.....	22
Figura 4 –	Diagrama em blocos do sistema de controle.....	23
Figura 5 –	Sistema de coordenadas.....	25
Figura 6 –	Inclinação da plataforma em relação ao ângulo $\theta$ , considerando $\Phi=\Psi=0$ graus.....	26
Figura 7 –	Inclinação da plataforma em relação ao ângulo $\Phi$ , considerando $\theta =\Psi=0$ graus.....	27
Figura 8 –	Rotação da plataforma em relação ao ângulo $\Psi$ , considerando $\Phi= \theta =0$ graus.....	27
Figura 9 –	Forças e momentos na plataforma: (a) Plataforma em equilíbrio e (b) Momento restaurador da plataforma.....	31
Figura 10 –	Modelo linear das bombas de água.....	36
Figura 11 –	Centro de gravidade do tanque de lastro 1.....	37
Figura 12 –	Plataforma semisubmersível decomposta em tetraedros.....	40
Figura 13 –	Tetraedro.....	40

Figura 14 – (a) é o cubo decomposto em tetraedros e (b) a (f) cada tetraedro que o compõe.....	42
Figura 15 – Centróide do cubo ( $r_b$ ) .....	43
Figura 16 – Centróide do tetraedro ( $r_{bq}$ ) .....	44
Figura 17 – Figura-Intersecção da aresta do tetraedro com o plano da água.....	45
Figura 18 – Tetraedro com um vértice submerso.....	46
Figura 19 – Tetraedro com três vértices submersos.....	47
Figura 20 – Tetraedro com dois vértices submersos.....	48
Figura 21 – Tetraedro completamente submerso.....	49
Figura 22 – Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função da profundidade- $(\Phi, \theta, \Psi=0^\circ)$ .....	53
Figura 23 – Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função do ângulo de jogo.....	54
Figura 24 – Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função do ângulo de arfagem.....	54
Figura 25 – Movimento vertical da plataforma.....	56
Figura 26 – Nível nos tanques de lastro quando degraus unitários foram aplicados nas bombas de lastro em $t = 2s$ , durante os testes realizados para o artigo do CBA.....	58

Figura 27 – Nível nos tanques de lastro quando degraus unitários foram aplicados nas bombas de lastro em $t = 2s$ , durante os testes realizados para o artigo do CBA.....	58
Figura 28 – Movimento de arfagem da plataforma com a variação dos volumes dos tanques de lastro 1 e 3 de $8,8 \times 10^{-5} m^3$ para $1,4 \times 10^{-4} m^3$ e com os volumes dos tanques 2 e 4 mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	59
Figura 29 – Volumes dos tanques 1 e 3 alterados de $8,8 \times 10^{-5} m^3$ para $1,4 \times 10^{-4} m^3$ e os volumes dos tanques 2 e 4 mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	60
Figura 30 – Movimento de arfagem da plataforma com a variação da inclinação da plataforma em $-8^\circ$ e com o volume dos tanques de lastro mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	60
Figura 31 – Movimento de jogo da plataforma com a variação dos volumes dos tanques de lastro 2 e 4 de $8,8 \times 10^{-5} m^3$ para $3,0 \times 10^{-4} m^3$ e com os volumes dos tanques 1 e 3 mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	61
Figura 32 – Bombas dos tanques de lastro quando os volumes dos tanques 2 e 4 foram alterados de $8,8 \times 10^{-5} m^3$ para $2,64 \times 10^{-4} m^3$ e os volumes dos tanques 1 e 3 foram mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	62
Figura 33 – Movimento de jogo da plataforma com a variação da inclinação da plataforma em $-13^\circ$ e com o volume dos tanques de lastro mantidos em $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .....	63
Figura 34 – Modelo da plataforma em espaço de estado.....	65
Figura 35 – Modelo no espaço de estado do movimento de calado.....	68

Figura 36 – Resposta do sistema no movimento vertical: modelo linear.....	69
Figura 37 – Resposta do sistema no movimento vertical: modelo não linear.....	69
Figura 38 – Modelo no espaço de estado do movimento de jogo.....	70
Figura 39 – Resposta do sistema no movimento de jogo: modelo linear.....	71
Figura 40 – Resposta do sistema no movimento de jogo: modelo não linear.....	71
Figura 41 – Modelo no espaço de estado do movimento de arfagem.....	72
Figura 42 – Resposta do sistema no movimento de arfagem: modelo linear.....	73
Figura 43 – Resposta do sistema no movimento de arfagem: modelo não linear.....	73
Figura 44 – Modelo no espaço de estado em malha fechada.....	75
Figura 45 – Modelo do sistema com três graus de liberdade.....	77
Figura 46 – Resposta do sistema no grau de liberdade vertical com uma entrada em degrau.....	78
Figura 47 – Resposta do sistema no grau de liberdade vertical ao distúrbio aplicado.....	78
Figura 48 – Modelo no espaço de estado em malha fechada com observador.....	79
Figura 49 – Resposta no grau de liberdade do calado com observador de estado com entrada em degrau: modelo linear.....	80

Figura 50 – Resposta no grau de liberdade do calado com observador de estado com entrada em degrau: modelo não linear.....	81
Figura 51 – Resposta do sistema à uma perturbação no jogo: modelo linear.....	81
Figura 52 – Resposta do sistema à uma perturbação no jogo: modelo não linear.....	82
Figura 53 – Resposta do sistema à uma perturbação no arfagem: modelo linear.....	82
Figura 54 – Resposta do sistema à uma perturbação no arfagem: modelo não linea.	83

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Volume de alguns poliedros bem definidos, onde $a$ é a aresta, $r$ é o raio, $h$ é a altura, $l$ é o comprimento e $A$ é a área da base.....	39
Tabela 2 – Parâmetros obtidos da geometria da plataforma e das condições iniciais.....	57
Tabela 3 – Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações para o grau de liberdade vertical.....	57
Tabela 4 – Parâmetros obtidos dos testes com as bombas dos tanques de lastro.....	59
Tabela 5 – Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações do movimento de arfagem.....	61
Tabela 6 – Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações do movimento de jogo.....	63

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	16
	<b>Objetivos desta Dissertação</b> .....	18
	<b>Motivação para o desenvolvimento desta Dissertação</b> .....	19
	<b>Descrição da plataforma semisubmersível</b> .....	19
	<b>Medição de nível e de profundidade de penetração da plataforma</b> .....	20
	<b>Descrição dos transdutores</b> .....	20
	<u>Transdutores de inclinação</u> .....	21
1	<b>MODELAGEM DA DINÂMICA DA PLATAFORMA SEMISUBMERSÍVEL</b> .....	24
1.1	<b>Parâmetros para modelagem</b> .....	24
1.2	<b>Sistemas de coordenadas</b> .....	25
1.3	<b>Transformação de coordenadas</b> .....	26
1.4	<b>Equação da dinâmica da plataforma</b> .....	28
1.5	<b>Peso e flutuação</b> .....	30
1.6	<b>Matriz de Coriolis</b> .....	32
1.7	<b>Amortecimento hidrodinâmico</b> .....	33
1.8	<b>Efeito superfície livre</b> .....	33
1.9	<b>Matriz de inércias</b> .....	34
1.10	<b>Modelo das bombas de lastro</b> .....	35
1.11	<b>Modelo dos tanques de lastro</b> .....	36
2	<b>CÁLCULO DO VOLUME SUBMERSO E DO CENTRO DE EMPUXO</b> .....	39
2.1	<b>Cálculo do volume</b> .....	41
2.2	<b>Cálculo do centróide e do momento de primeira ordem</b> .....	43
2.3	<b>Cálculo do volume submerso de cada tetraedro</b> .....	44
2.3.1	<u>Intersecção da aresta com o plano da água</u> .....	45
2.3.2	<u>Tetraedro com um vértice submerso</u> .....	46
2.3.3	<u>Tetraedro com três vértices submerso</u> .....	46
2.3.4	<u>Tetraedro com dois vértices submerso</u> .....	47
2.3.5	<u>Tetraedro completamente submerso</u> .....	48



2.3.6	<u>Tetraedro completamente emerso</u> .....	48
2.3.7	<u>Volume submerso e centro de empuxo da plataforma</u> .....	49
2.4	<b>Algoritmo para cálculo do volume submerso e do centro de empuxo</b> .....	49
2.5	<u>Detalhes do algoritmo para cálculo do volume submerso e do centro de empuxo</u> .....	51
2.6	<b>Resultados computacionais</b> .....	53
3	<b>DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DA DINÂMICA DA PLATAFORMA</b> .....	55
3.1	<b>Determinação dos parâmetros para o grau de liberdade vertical</b> .....	55
3.2	<b>Determinação dos parâmetros das bombas dos tanques de lastro</b> .....	57
3.3	<b>Determinação dos parâmetros para o movimento de arfagem</b> .....	58
3.4	<b>Determinação dos parâmetros para o movimento de jogo</b> .....	60
4	<b>CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADO</b> .....	64
4.1	<b>Linearização</b> .....	65
4.2	<b>Acoplamento dos sinais de controle</b> .....	67
4.3	<b>Equação de espaço de estado do movimento vertical</b> .....	67
4.4	<b>Equação de espaço de estado para o movimento de jogo</b> .....	69
4.5	<b>Equação de espaço de estado para o movimento de arfagem</b> .....	71
4.6	<b>Realocação dos pólos do sistema</b> .....	73
4.6.1	<u>Controlabilidade do sistema</u> .....	75
4.7	<b>Cálculo do ganho de realimentação</b> .....	76
4.8	<b>Observador de estado</b> .....	79
5	<b>CONCLUSÕES</b> .....	84
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	86

# INTRODUÇÃO

O atual panorama apresentado pela matriz energética mundial, reforça a idéia de que a dependência das grandes reservas de petróleo ainda revela uma grande preocupação.

A dependência mundial do petróleo como principal fonte energética e de outros derivados, ainda hoje, leva a uma busca incessante por novos "bolsões" de óleo que representem uma considerável fonte dessa riqueza. No entanto, os atuais acontecimentos mostram que essas fontes estão localizadas em regiões no alto-mar, inóspitas e de alta profundidade. A exploração do petróleo nesses campos marítimos (*offshore*) pode ser feita utilizando-se plataformas de petróleo do tipo: fixas, auto-eleváveis, de pernas atirantadas, semi-submersíveis e navios do tipo FPSO (*Floating Production Storage and Offloading*), como pode ser visto na Figura 1.

Quando se trata de águas profundas e ultra-profundas, a utilização de barcos e plataformas semi-



Figura 1: Tipos de plataformas

submersíveis ainda é a única solução para esse tipo de exploração.

Por se tratarem de estruturas de custo muito elevado e de difícil construção, faz-se necessário o uso de sistemas que auxiliem a preservar e a garantir a segurança e integridade dessas plataformas.

Em geral, existem plataformas semi-submersíveis de diferentes dimensões, desde estruturas de tamanho colossal, como no caso das utilizadas na produção e armazenamento de óleo e nos lançadores de foguetes,

como estruturas menores, utilizadas em pequenos guindastes e geradores eólicos.

No Brasil, a principal utilização das plataformas semi-submersíveis é como ferramenta na exploração e produção de petróleo, tendo como referência maior a Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobrás) que revolucionou a utilização desse tipo de estrutura no País.

Para enfrentar o desafio da exploração em águas profundas no Brasil, a Petrobrás criou, em 1986, um grande programa tecnológico o PROCAP 1000, de dimensão multi-institucional, cuja meta principal era desenvolver tecnologia para produzir petróleo até 1000 metros de profundidade.

Para esse tipo de exploração, a Petrobrás começou a utilizar as plataformas semi-submersíveis, já na primeira metade da década de 80, como sistemas permanentes de produção em áreas com profundidades de água superiores a 200 metros. Essa solução apresentava custos sensivelmente inferiores a de outros sistemas para essas profundidades. De fato, os custos das plataformas fixas aumentam exponencialmente com relação a profundidade. Essas plataformas foram adotadas no pólo Nordeste da Bacia de Campos, porque a profundidade média era pequena (80 a 100 metros). Mas quando se tratou de implantar sistemas de produção em profundidades superiores a 200 metros a empresa recorreu ao uso de sistemas flutuantes de produção.

As plataformas semi-submersíveis são compostas de uma estrutura de um ou mais conveses, apoiada por colunas em flutuadores submersos. Esses sistemas de produção flutuantes constam basicamente de uma unidade flutuante (semisubmersível ou navio) com sistemas de processamento e controle, *risers* flexíveis, linhas de fluxo, árvores de natal e *manifolds* submarinos, navios-tanque para armazenamento de óleo nas plataformas que não possuem sistemas de armazenamento e monobóias de escoamento. O navio-tanque e a monobóias vem sendo substituídos por oleodutos.

Uma unidade flutuante sofre movimentações devido à ação das ondas, correntes e ventos, com possibilidade de danificar os equipamentos a serem descidos no poço. Por isso, torna-se necessário que ela fique posicionada na superfície do mar, dentro de um círculo com raio de tolerância ditado pelos equipamentos de subsuperfície, operação esta a ser realizada em lâmina d'água. Dois tipos de sistema são responsáveis pelo posicionamento da unidade flutuante: o sistema de ancoragem e o sistema de posicionamento dinâmico. As plataformas do tipo semi-submersíveis serão o principal assunto desta Dissertação. Por essa razão, controlar o nível de água nos tanques de lastro é fundamental, pois possibilita manter a plataforma estável mesmo em condições adversas que possam gerar deslocamentos e inclinações indesejáveis e até mesmo prejudiciais a operação.

Esses sistemas de controle de lastro são as plataformas semi-submersíveis utilizadas como lançadores de foguetes e guindastes. Desde o seu início, o projeto de lançar cargas úteis ao espaço a partir de uma plataforma de petróleo convertida para aproveitar os benefícios que a proximidade com a linha do equador oferecem se mostrou complexo, tanto do ponto de vista técnico como logístico, com implicações nos custos de operação (Ahearn 2008). Nesse caso (*SeaLaunch*) o sistema de controle de lastro atua em situações críticas como no deslocamento do foguete do hangar para a base de lançamento (do lado oposto da plataforma). Durante essa operação, as bombas e os tanques de lastro devem ser capazes de compensar essa grande mudança na distribuição de massa da plataforma, o que poderia resultar em inclinações e alterações em sua profundidade.

Do ponto de vista da teoria de controle, plataformas semi-submersíveis são sistemas dinâmicos não-lineares que sofrem a influência de distúrbios estocásticos (Jordán & Duga 1998). Entretanto, o controle de lastro é geralmente tratado como um problema estático de distribuição de peso (Fossen 2002, Seção 3.2.4), de tal forma que a dinâmica da plataforma pode ser desprezada, visto que o comportamento do sistema é muito lento. Uma exceção é o sistema de controle de lastro automático de alta velocidade desenvolvido por (Klug 1979) para guindastes semi-submersíveis.

Klug observou que instalações *offshore* associadas com a produção de óleo tiveram seu tamanho ampliado para aumentar sua capacidade de suspender equipamentos mais pesados. No Golfo do México foram encontrados guindastes erguidos sobre barcos que tinham uma capacidade razoável na realização desses trabalhos. Nos mares do Norte, por outro lado, a utilização desse tipo de estrutura tornou-se marginal. Algumas melhorias foram feitas na utilização de barcos adaptados com guindastes, mas seu desempenho durante um ano de trabalho em águas hostis foi insuficiente. Este fato, levou ao desenvolvimento de estruturas similares às plataformas semi-submersíveis com guindastes adaptados e capazes de realizar essas atividades apresentando um desempenho melhor. Por se tratarem de estruturas com funcionalidade diferente das plataformas semi-submersíveis convencionais, a dinâmica do modelo é essencial já que as mudanças nos níveis dos tanques de lastro devem ser rápidas o suficiente para manter a plataforma equilibrada durante as operações de levantamento de cargas.

Alguns modelos capazes de representar uma plataforma semi-submersível foram encontrados na literatura como, por exemplo, o controlador desenvolvido por (Damen, Falkus & Bouwels 1994) para uma plataforma flutuante, equipada com um guindaste, que foi baseado em um sistema dinâmico, linear e com múltiplas entradas e saídas. Esse sistema podia ser descrito por três sistemas de segunda ordem, com apenas uma entrada e uma saída e desacoplados entre si. Nesta Dissertação de Mestrado, um modelo dinâmico, não-linear e com seis graus de liberdade, baseado no modelo apresentado em (Fossen 2002, Capítulo 3), foi desenvolvido para a simulação do sistema de controle de lastro de uma plataforma semisubmersível com uma dinâmica consideravelmente rápida.

## Objetivos desta Dissertação

A modelagem da dinâmica de plataformas semi-submersíveis de pequeno e médio porte é fundamental, já que o sistema de controle de lastro dessas plataformas deve ser rápido o suficiente para garantir sua estabilidade. O modelo desenvolvido apresenta seis graus de liberdade, contemplando o deslocamento da plataforma nos planos horizontal e vertical, além de sua atitude.

O modelo terá seu desempenho avaliado por meio de simulações.

O desenvolvimento de um algoritmo responsável pelo cálculo do volume submerso e do centro de empuxo, fundamentais para a modelagem, foi desenvolvido. Possibilitando a rápida obtenção desses parâmetros de maneira acurada, procedimento essencial para o desenvolvimento do controlador.

O projeto de um observador de estado, com o objetivo de melhorar o desempenho do controlador implementado na plataforma, tendo em vista as limitações do controlador com a existência de parâmetros

indeterminados.

Os experimentos realizados envolvem a plataforma em diversas situações e foram realizados no Laboratório de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (*PEL*).

## Motivação para o Desenvolvimento desta Dissertação

A escolha do modelo de plataforma deve-se à necessidade cada vez maior de plataformas com capacidade de exploração em águas profundas, tendo em vista que esse tipo de exploração vem sendo cada vez mais utilizado em todo o mundo. No Brasil, a descoberta da existência de reservatórios nas camadas denominadas pré-sal motivou a busca e a produção de petróleo e gás em águas cada vez mais profundas.

A opção pelo estudo de uma plataforma semisubmersível ao invés de uma FPSO deve-se a continuidade de um estudo já realizado em outras ocasiões em que o controle da plataforma semi-submersível foi cuidadosamente estudado.

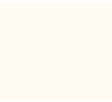
Nesta Dissertação, a Dinâmica da plataforma e dos seus tanques de lastro foi cuidadosamente estudada, buscando-se um modelo capaz de reproduzir e um sistema de controle com uma dinâmica rápida o suficiente para controlar o nível de água nos seus tanques de lastro.

Nas plataformas semi-submersíveis de grande porte, um modelo bem simples (levando em consideração apenas seu movimento no plano vertical) costuma ser adotado, pois considera que essas plataformas apresentam uma dinâmica muito lenta, por serem demasiadamente pesadas e estarem ancoradas, o que reduz sua mobilidade no plano horizontal.

Um artigo (Samyn & Cunha 2009) foi escrito a partir dessa Dissertação e apresentado em um congresso internacional.

## Descrição da Plataforma Semisubmersível

A estrutura da plataforma considerada nesta Dissertação é baseada nas plataformas semi-submersíveis utilizadas na exploração e produção de petróleo (Fig. 3). Ela é equipada com quatro tanques de lastro, cada um conectado a duas bombas de água, uma para injetar e outra para drenar a água do interior dos tanques. São fixados na parte superior da plataforma os *drivers* para os motores e os circuitos de condicionamento de sinais (Fortes 2005). Quatro transdutores (dois pêndulos para medir as inclinações da plataforma, ângulos de arfagem e de jogo, um transdutor para medir a profundidade de penetração da plataforma na água e um transdutor de referência, são utilizados para obtenção de dados relativos ao posicionamento e à atitude da plataforma. O nível de água em cada tanque de lastro também é medido. Assim, este é um sistema multivariável com quatro entradas (utilizadas para o controle das bombas) e três saídas (ângulos de arfagem, de jogo e profundidade). A estrutura mecânica, a placa de circuito para o acionamento das bombas de água e parte da instrumentação da plataforma foram projetadas e construídas no Projeto de Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos (Teixeira, Reis & Feitosa 2000).



## Medição de Nível e de Profundidade de Penetração da Plataforma

A medição de nível de água é usada nesta plataforma para medir o nível dos tanques de lastro e a profundidade de penetração da plataforma em relação a lâmina da água. Esses valores são importantes para o tipo de controle desenvolvido pois o controle de lastro depende da medida da inclinação, dos níveis dos tanques e da profundidade de penetração da plataforma na água.

Transdutores de nível são usados para medir a altura do nível de água tanto nos tanques quanto da plataforma em relação a lâmina da água. Cada tanque possui um transdutor posicionado em seu centro, apesar disto poder gerar erros de medição devido a inclinação, mas que podem ser contornados através da modelagem, e dois transdutores presos como pêndulos juntos e posicionados ao centro da parte superior da plataforma, podendo assim anular parte do erro devido a inclinação, sendo que um deles mede o nível da plataforma em relação a lâmina da água e o outro serve como transdutor de referência. A saída do sensor de nível passa por um circuito processador de sinais, que transforma o sinal de corrente alternada em um sinal de tensão cujo valor é proporcional ao nível de água no sensor, então esta tensão é lida por uma conversor analógico-digital, para processamento pelo sistema de controle.

## Descrição dos transdutores

Cada transdutor de nível da plataforma foi construído com dois arames de aço inoxidável e cromo, por possuírem alta resistência a corrosão e rigidez mecânica. Estes arames são dispostos paralelamente e separados por uma pequena distância. São ligados em série com uma fonte de tensão alternada, a tensão deve ser alternada a fim de impedir a formação de gás na superfície dos arames, pois a aplicação de uma corrente elétrica nas hastes imersas gera a eletrólise da água. Caso fosse utilizada tensão contínua iriam se formar películas de gás sobre as hastes o que diminuiria a área de contato dos arames com a água e alteraria o valor da corrente medida com o tempo. O uso da tensão alternada permite que o gás formado em um semi-ciclo seja recombinado no semi-ciclo seguinte, anulando este efeito indesejado. A Figura 2 apresenta um diagrama do transdutor de nível principal da plataforma. Esta figura exhibe o sensor que mede a profundidade de penetração e o sensor de referência, que são postos juntos e compartilham de um eletrodo comum, o qual recebe o sinal de corrente alternada para sua polarização. Os arames são presos em uma armação de alumínio com um peso feito com chumbo na parte de baixo para que o conjunto permaneça sempre na vertical. A escala ao lado, feita com uma régua plástica, serve para facilitar a calibração.

É importante observar que a armação em alumínio deve estar aterrada para evitar erros de leitura. Foi constatado que quando não aterrada, a leitura do sensor de referência registrava alterações com a variação de profundidade mesmo após totalmente submerso. Isso provavelmente deve-se a uma fuga de corrente através da armação, que por ser de metal, também conduz parte da corrente oriunda do eletrodo de polarização.

## Transdutores de Inclinação

Os sensores de inclinação precisam ser de precisão para permitir que o controle seja bem feito. No projeto anterior foram confeccionados dois sensores de inclinação pendulares, que estão posicionados ortogonalmente no topo da plataforma próximos ao seu centro. Esses sensores foram feitos com potenciômetros de fita selados, e pêndulos feitos com chumbo. Estas massas de chumbo, iguais, foram fixadas bem próximas do eixo com o intuito de diminuir as oscilações, mas estas permanecem e podem gerar problemas com o controle. Assim, foram avaliadas duas formas de resolver este problema. Uma requer a imersão destes pêndulos em um líquido viscoso, como óleo de máquina ou silicone industrial para amortecer as oscilações. A outra opção é a substituição dos sensores pendulares por um sensor eletrolítico de inclinação (em inglês *electrolytic tilt sensor*) (Savaresi, Previdi, Dester, Bittanti & Ruggeri 2004). Esse sensor utiliza um pequeno recipiente com fluido e cinco pinos. Alguns modelos já incluem circuitos que podem gerar saídas analógicas ou digitais das inclinações, sendo que cada sensor desses mede duas in-

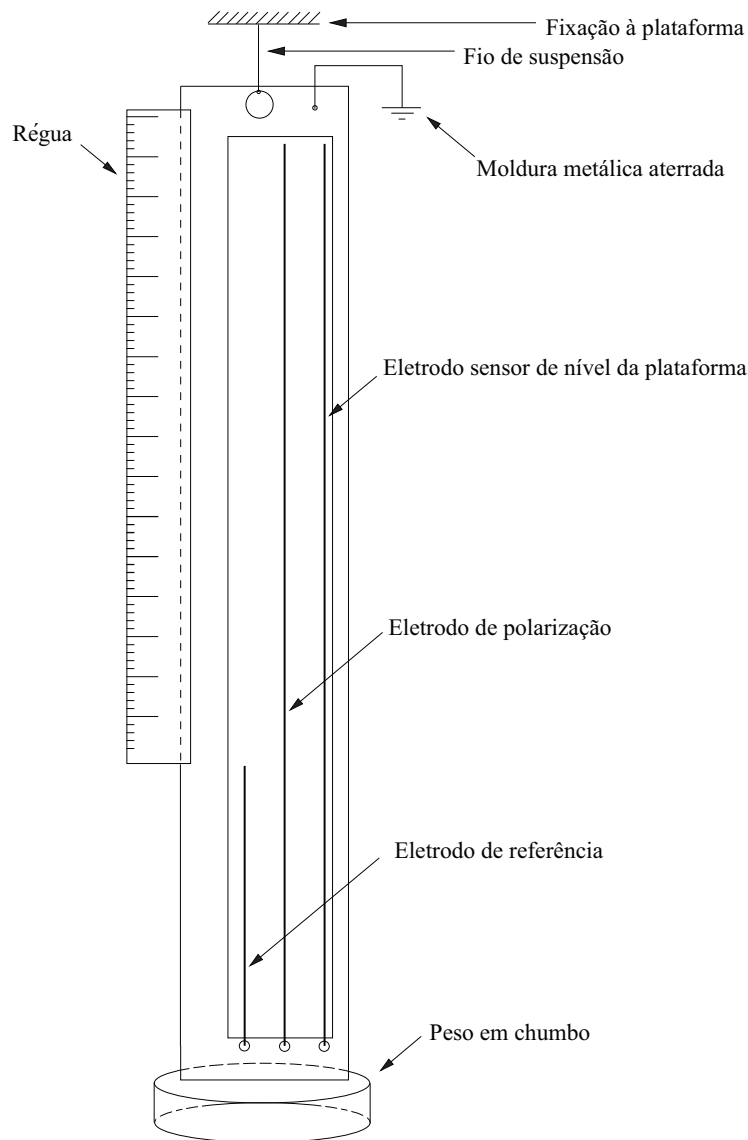


Figura 2: Diagrama do transdutor da profundidade de penetração da plataforma na água.

clinações (*pitch e roll*). Infelizmente, estes sensores de inclinação eletrolíticos são de difícil aquisição no Brasil, então serão usados os pêndulos já existentes na plataforma.

As modificações nos pêndulos se limitaram a tensão de alimentação que agora é simétrica de  $-5V$  e  $+5V$ , em vez de  $0V$  a  $12V$ , para compatibilizá-los com o novo sistema de aquisição de dados, e um filtro passa baixas RC passivo para diminuir o ruído gerado pelo cursor dos potenciômetros, a frequência de corte é de aproximadamente  $20Hz$ . O sistema de controle dos tanques de lastro precisa ser capaz de manter a plataforma estável em relação à sua profundidade e à sua atitude. Na parte superior da plataforma estão fixados os *drivers* para os motores e os circuitos de condicionamento de sinais.

O diagrama em blocos representativo do sistema de controle pode ser visto na (Fig. 4). Os transdutores

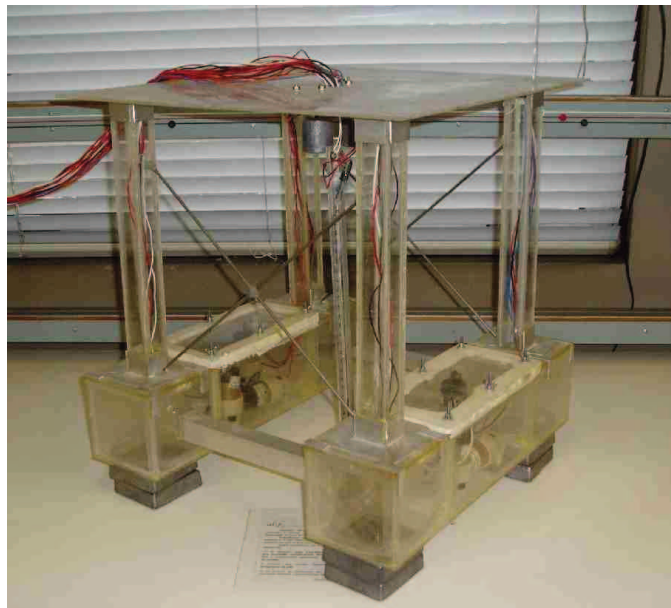


Figura 3: Plataforma Semi-Submerível de dimensões reduzidas

medem o nível de água em cada tanque de lastro, a profundidade da plataforma e sua atitude. Os sinais analógicos dos transdutores são digitalizados por um conversor A/D. Um microcomputador processa essas informações e gera os sinais responsáveis pelo controle das bombas.



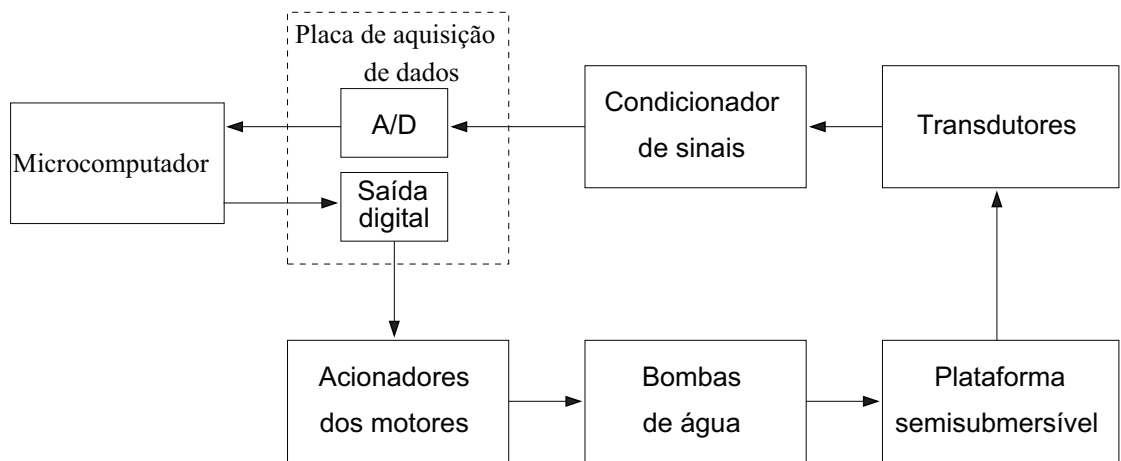


Figura 4: Diagrama em blocos do sistema de controle

# Capítulo 1

## MODELAGEM DA DINÂMICA DA PLATAFORMA SEMISUBMERSÍVEL

Como motivação para a modelagem da dinâmica da plataforma semisubmersível pode-se citar:

- avaliação do desempenho dinâmico da plataforma;
- o projeto do sistema de controle;
- a avaliação do desempenho do sistema de controle por meio de simulações.

São desenvolvidos dois modelos da plataforma nesta Dissertação: um modelo mais complexo e realista, apropriado à simulação e outro linear, para o desenvolvimento do controlador, onde serão desprezados alguns parâmetros considerados menos relevantes.

### 1.1 Parâmetros para Modelagem

Os parâmetros utilizados para a modelagem foram obtidos da geometria da plataforma e de resultados experimentais obtidos com a plataforma de dimensões reduzidas. Nesse modelo desenvolvido as seguintes características são destacadas:

- o modelo possui seis graus de liberdade;
- os efeitos inerciais, com a incorporação dos efeitos das massas adicionais;
- as ações da gravidade e do empuxo;
- o amortecimento hidrodinâmico;
- forças e momentos gerados pelas variações dos níveis de água nos tanques de lastro.



A obtenção dos parâmetros para modelagem e simulação é descrita no Cap.2 desta Dissertação.

## 1.2 Sistemas de Coordenadas

Para o desenvolvimento do modelo dinâmico da plataforma semisubmersível são utilizados dois sistemas de coordenadas, definidos em (Fossen 2002, Seção 2.3) e que podem ser vistos nas Figs.1.1 à 1.4. Um sistema inercial (estacionário -  $n$ ), localizado na Terra e outro fixo ao corpo (móvel -  $b$ ), localizado na plataforma. Os eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$  são fixos na quilha da plataforma.

O sistema inercial é definido por:

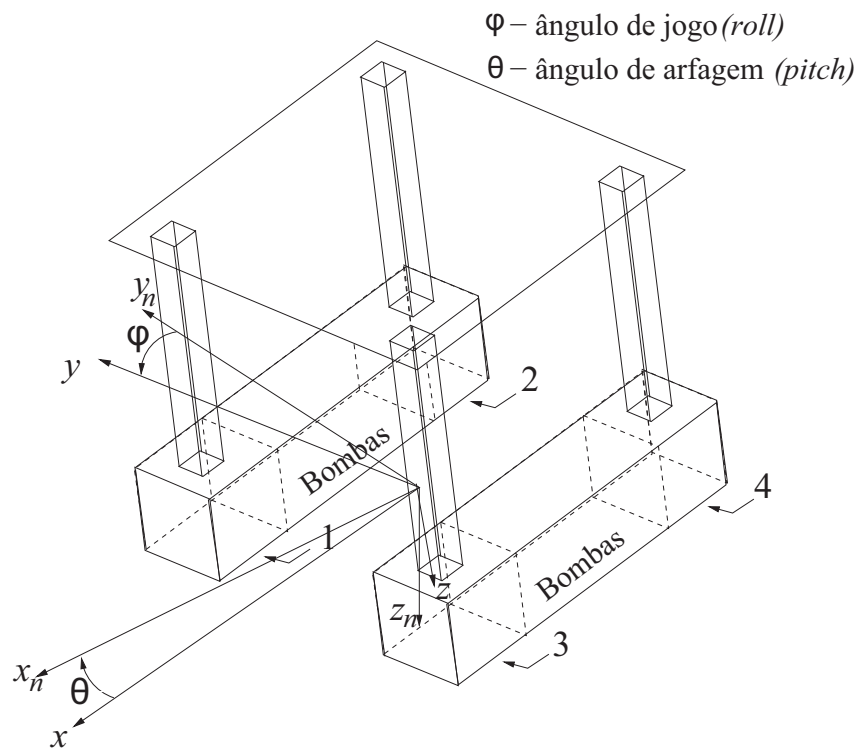


Figura 1.1: Sistemas de Coordenadas.

- $O_n$  que é a origem do sistema de coordenadas estacionário;
- $x_n$  e  $y_n$  que são os eixos que definem o plano horizontal;
- $z_n$  que é o eixo que define a vertical (profundidade).

O sistema fixo ao corpo é definido por:

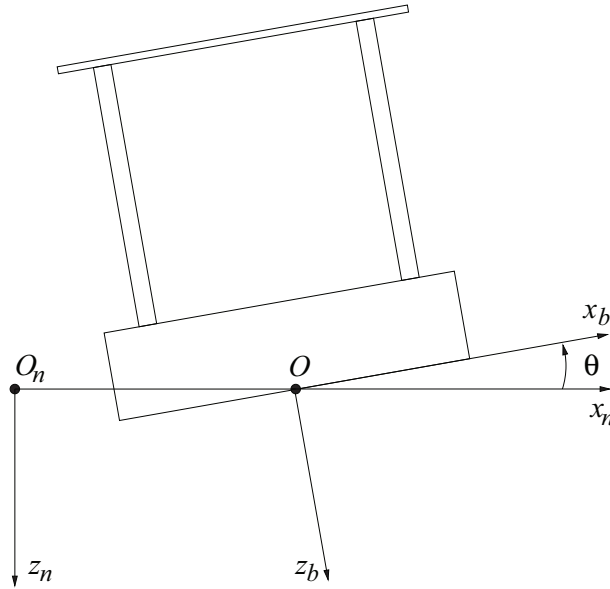


Figura 1.2: Inclinação da plataforma em relação ao ângulo  $\theta$ , considerando  $\phi = \psi = 0$  graus.

- $O$  que é a origem do sistema de coordenadas móvel;
- $x_b, y_b$  e  $z_b$  que são os eixos que definem o sistema de coordenadas móvel.

Como pode ser visto nas Figs.1.2 a 1.4, a posição da plataforma no sistema de coordenadas estacionário em relação ao ponto  $O_n$  é definida como  $p^n = [x, y, z]^T$ . A origem do sistema de coordenadas do corpo  $O$  foi escolhida de maneira a coincidir com a quilha da plataforma, conforme as Figuras 1.2 e 1.3. Como pode ser visto nas Figuras 1.2 a 1.4, a atitude da plataforma é representada pelo ângulos de Euler, como segue:

- $\phi$  é o ângulo de joga ("roll");
- $\theta$  é o ângulo de arfagem ("pitch");
- $\psi$  é o ângulo de rumo ("heading").

### 1.3 Transformação de Coordenadas

Quando se deseja representar um determinado corpo que encontra-se em um dado sistema de coordenadas em outro sistema de coordenadas distinto, precisamos utilizar uma Matriz de Rotação e outra de Translação de Coordenadas. Essa transformação será responsável não só pela translação das coordenadas do corpo para o novo sistema de coordenadas como também pela sua rotação. A Matriz de Rotação de Coordenadas ( $R_n^b(\Theta)$ ) (Fossen 2002, seção 2.2.1) permite a conversão do sistema de coordenadas inercial

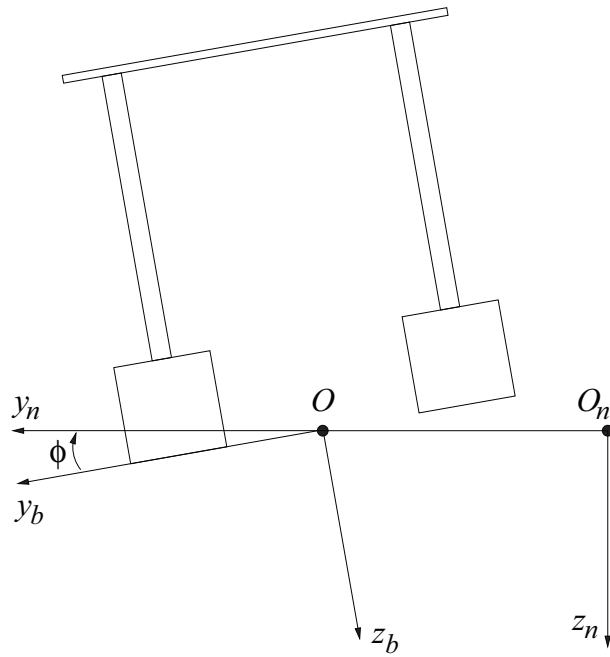
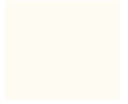


Figura 1.3: Inclinação da plataforma em relação ao ângulo  $\phi$ , considerando  $\theta = \psi = 0$  graus.

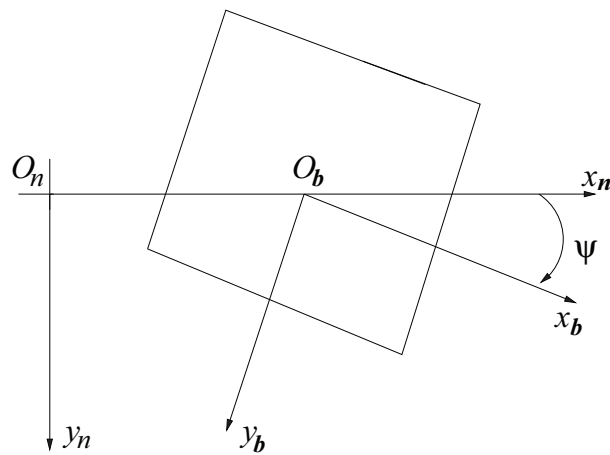


Figura 1.4: Rotação da plataforma em relação ao ângulo  $\psi$ , considerando  $\phi = \theta = 0$  graus.

para o sistema de coordenadas do corpo e é dada por:

$$R_b^n(\Theta) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi),$$

onde cada termo é uma matriz de rotação em torno de um eixo, definidas como:

$$R_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.1)$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

A translação é feita adicionando-se o deslocamento da origem, inerente ao novo sistema de coordenadas, às coordenadas do corpo.

Assim, a rotação dos vértices  $[0, 1; 0, 1; 0]$  (coordenadas em  $m$ ) para uma inclinação de  $\phi = 5^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$  e  $\psi = 0^\circ$ , geraria uma matriz de rotação igual a:

$$R_n^b(\Theta) = \begin{bmatrix} 0,2837 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2837 & -0,9589 \\ 0 & 0,9589 & 0,2837 \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

E o vértice inclinado apresenta as coordenadas  $[0,0284; 0,0284; 0,0959]$ . Caso haja a necessidade de translação das coordenadas desse vértice de  $0,1m$  ao longo de eixo  $y$ , seria necessário adicionar a essas coordenadas uma matriz de translação de coordenadas igual a:

$$T_n^b(\Theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Por fim, o vértice transformado para o sistema de coordenadas será dado por  $[0,0284; 0,1284; 0,0959]$  (coordenadas em  $m$ ).

## 1.4 Equação da Dinâmica da Plataforma

A equação dinâmica, não-linear e com seis graus de liberdade que representa a plataforma pode ser definida como (Fossen 2002, Capítulo 3):



$$M(V)\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = g_o(\eta, V) + w + w_l, \quad (1.6)$$

onde:

- $\nu = [v_o^{bT}, \omega_{nb}^{bT}]^T$  é o vetor de velocidades generalizadas representado no sistema de coordenadas do corpo;
- $v_o^b = [u, v, w]^T$  é o vetor de velocidades lineares representado no sistema de coordenadas móvel;
- $\omega_{nb}^b = [p, q, r]^T$  é a velocidade angular do sistema de coordenadas do corpo relativo ao sistema de coordenadas inerciais representado no sistema de coordenadas móvel;
- $\eta = [(p^n)^T, (\Theta)^T]^T$  é o vetor de posição generalizada;
- $p^n = [x, y, z]^T$  é a posição da  $O$  representada no sistema de coordenadas inerciais;
- $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T$  é a atitude;
- $V = [V_1, \dots, V_{n_B}]^T$  é o vetor de volume de água nos tanques de lastro;
- $M(V) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércias, que inclui a massa da plataforma, seus momentos de inércia, as massas e os momentos de inércia dos tanques de lastro e as massas adicionais;
- $C(\nu)$  é a matriz de Coriolis e da aceleração centrípeta (incluindo as massas adicionais);
- $D(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de amortecimento;
- $g(\eta) \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de forças e momentos gravitacionais e de flutuação;
- $g_o(\eta, V) \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de forças e momentos gravitacionais dos tanques de lastro;
- $w \in \mathbb{R}^6$  é o vetor de distúrbios ambientais (ventos, ondas e correntes);

- $w_l \in \mathbb{R}^6$  representa as cargas adicionadas à plataforma e
- $n_B$  é o número de tanques de lastro (nesta plataforma  $n_B = 4$ ).

A posição da plataforma no plano horizontal e o ângulo de rumo não foram considerados visto que são geralmente mantidos por posicionamento dinâmico ou ancoragem, que não fizeram parte do escopo deste trabalho.

Para completar o modelo da dinâmica da plataforma, é necessário definir a conversão do vetor de velocidades generalizadas do sistema de coordenadas do corpo no vetor de velocidades generalizadas no sistema inercial:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu, \quad (1.7)$$

onde o *Jacobiano*,  $J(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ , é descrito em (Fossen 2002, Sec.2.2.1):

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} R_b^n(\Theta) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T_\Theta(\Theta) \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

A matriz de rotação ( $R_b^n(\Theta)$ ) também é definida por (Fossen 2002, Sec.2.2.1):

$$R_b^n(\Theta)^{-1} = R_n^b(\Theta) = R_x(\phi)^T R_y(\theta)^T R_z(\psi)^T, \quad (1.9)$$

Assim como a Matriz de Transformação de Velocidades ( $T_\Theta(\Theta)$ ):

$$T_\Theta(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & s(\phi)t(\theta) & c(\phi)t(\theta) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & s(\phi)/c(\theta) & c(\phi)/c(\theta) \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

onde:  $c(\cdot) = \cos(\cdot)$  e  $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ .

## 1.5 Peso e Flutuação

No contexto da engenharia naval, o termo estabilidade é usualmente definido como a capacidade que um corpo flutuante tem de retornar ao seu equilíbrio original após sofrer uma perturbação qualquer. Tal capacidade é definida basicamente pela localização de dois pontos: o centro de gravidade e o centro de empuxo.

Podemos definir centro de gravidade (*gravity center*, ponto *CG* na Figura 1.5) como sendo o ponto onde se pode considerar que todo o peso da embarcação esteja aplicado (Hancox 1998). Já o centro de empuxo (centro de carena ou *buoyancy center* - *CB*), por sua vez, é o ponto onde se pode considerar que toda a força de empuxo esteja aplicada (Biran 2003). O centro de empuxo coincide com o centróide do volume de água deslocado pela parte do corpo flutuante que se encontra submersa (Neto, Castanharo, Moraes



& Lopes 2007). No caso de uma plataforma semisubmersível, o centro de empuxo pode ser deslocado de acordo com a posição da plataforma em relação ao espelho d'água.

Em uma posição de equilíbrio, o centro de gravidade e o centro de empuxo de uma embarcação encontram-se alinhados verticalmente Fig.1.5(a). À medida que a embarcação sofre uma inclinação, o volume submerso se altera, provocando um desalinhamento desses dois centros Fig.1.5(b). Como a força da gravidade atua sempre verticalmente para baixo e o empuxo atua sempre verticalmente para cima, o desalinhamento entre os centros faz com que o peso e o empuxo formem um binário de forças denominado *momento restaurador*, que atua para manter o equilíbrio da embarcação.

A intensidade desse momento restaurador é função do braço de endireitamento, que pode ser definido

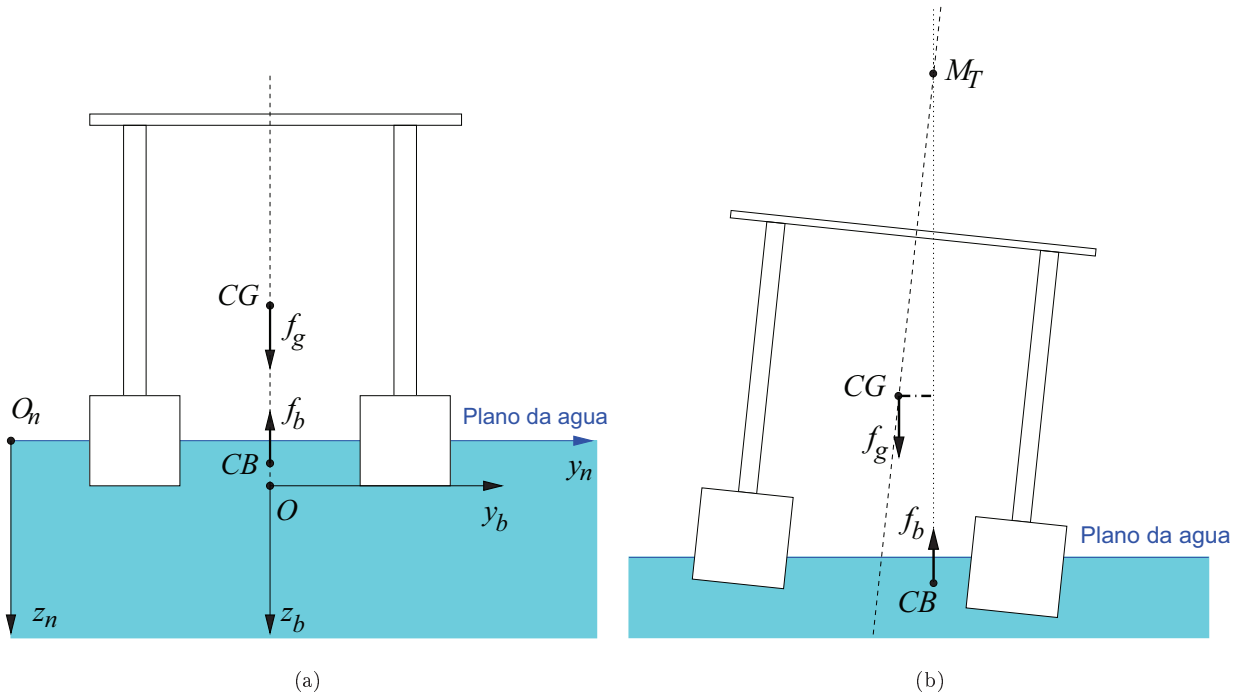


Figura 1.5: Forças e Momentos na Plataforma: (a) Plataforma em Equilíbrio e (b) Momento Restaurador da Plataforma.

como a distância entre o centro de gravidade e o eixo vertical que passa pelo centro de flutuação (CB) e pelo metacentro ( $M_T$ ), que é o ponto de intersecção dos eixos que atravessam o centro de empuxo e o centro de gravidade (Coelho & Nascimento 2002).

No entanto, na Figura 1.5(b), pode-se observar que o momento gerado só atuará no sentido de restaurar o equilíbrio se o centro de gravidade estiver posicionado à esquerda da linha vertical que passa pelo centro de empuxo. Caso contrário, o momento resultante tenderia a acentuar a inclinação da embarcação (Ludovico, Albuquerque & Silva 2007).

As equações que definem o peso e o empuxo no sistema de coordenadas inercial, da plataforma são:

$$f_g^n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{RB}g \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

$$f_b^n = - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g \nabla \end{bmatrix}, \quad (1.12)$$

onde  $m_{RB}$  é a massa da plataforma,  $\nabla$  é o volume de água deslocado pela plataforma,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\rho$  é a densidade da água, seguindo a notação definida em (SNAME 1950).

Como no sistema de coordenada do corpo, o eixo-z é orientado no sentido de cima para baixo, por essa razão o peso é positivo e o empuxo é negativo Fig.1.5(a). Assim:

$$f_g^b = R_n^b(\Theta)[0, 0, m_{RB}g]^T \text{ e } f_b^b = R_n^b(\Theta)[0, 0, -\rho g \nabla]^T. \quad (1.13)$$

Como os momentos das forças resultantes dependem do centro de gravidade, do centro de empuxo da massa da plataforma e do volume de água deslocado, as forças resultantes geradas pelo peso e pelo empuxo podem ser definidas como:

$$g(\eta) = - \begin{bmatrix} f_g^b + f_b^b \\ r_g^b \times f_g^b + r_b^b \times f_b^b \end{bmatrix}, \quad (1.14)$$

onde  $r_g^b$  e  $r_b^b$  são as coordenadas do centro de gravidade e do centro de empuxo no sistema de coordenadas do corpo, respectivamente.

A obtenção do peso e do centro de gravidade, que dependem diretamente de parâmetros físicos e geométricos da plataforma será mostrada no Capítulo 3. Já a determinação do centro de flutuação e do empuxo, feita por intermédio de um algoritmo desenvolvido nesta Dissertação, será demonstrada no Capítulo 2.

## 1.6 Matriz de Coriolis

Em um sistema que apresente uma rotação uniforme, os corpos em movimento, quando vistos por um observador no mesmo referencial, aparecem sujeitos a uma força perpendicular à direção do seu movimento, essa força é denominada Força de Coriolis (Coriolis 1832).

A Matriz de Coriolis do corpo rígido pode ser definida como (Fossen 2002, Sec.3.1.3):

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -m_{RB}S(\nu_1) - m_{RB}S(\nu_2)S(r_g^b) \\ -m_{RB}S(\nu_1) + m_{RB}S(r_g^b)S(\nu_2) & -S(I_0(\nu_2)) \end{bmatrix}, \quad (1.15)$$

## 1.7 Amortecimento Hidrodinâmico

O amortecimento hidrodinâmico em estruturas marítimas é frequentemente causado pelo atrito com a água, pela ação das ondas, entre outros fatores. O vetor de amortecimento é composto por termos lineares e quadráticos e é dado por:

$$D_n(\nu)\nu = \begin{bmatrix} |\nu|^T D_{n1}\nu \\ |\nu|^T D_{n2}\nu \\ |\nu|^T D_{n3}\nu \\ |\nu|^T D_{n4}\nu \\ |\nu|^T D_{n5}\nu \\ |\nu|^T D_{n6}\nu \end{bmatrix} + D\nu, \quad (1.16)$$

onde  $|\nu|^T = [|u|, |v|, |w|, |p|, |q|, |r|]^T$  e  $D, D_{ni}(i = 1, \dots, 6) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ . Visto que os seis graus de liberdade dessa plataforma semisubmersível são fracamente acoplados, a matriz de amortecimento escolhida é uma matriz diagonal e a equação (1.16) pode ser reescrita como:

$$D_n(\nu)\nu = \begin{bmatrix} d_{n1}|u|u \\ d_{n2}|v|v \\ d_{n3}|w|w \\ d_{n4}|p|p \\ d_{n5}|q|q \\ d_{n6}|r|r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11}u \\ d_{22}v \\ d_{33}w \\ d_{44}p \\ d_{55}q \\ d_{66}r \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

com coeficientes de amortecimento  $d_{n1}, \dots, d_{n6}, d_{11}, \dots, d_{66} \in \mathbb{R}_+$

## 1.8 Efeito Superfície Livre

O efeito da superfície livre pode ser observado no movimento de líquidos no interior de tanques, na vazão de líquidos em canais abertos, no impacto das ondas nos cascos dos navios, entre outros, (Aliabadi & Shujaee 2001). Em todos esses casos, a superfície livre do líquido fica sujeita a ação de forças externas e como resultado, o líquido torna-se instável, gerando o chamado *Efeito Superfície Livre*. Conforme a ação da força aumenta, esse efeito torna-se máximo.

A modelagem computacional desse efeito é baseada na solução de equações diferenciais que regem a conservação de massa e o momento dessas forças, conhecidas como equação de *Navier-Stokes*. Nesta Dissertação de Mestrado, esse efeito não será considerado, por não ser possível obter os parâmetros para estimá-lo no LEPAT. A linearização do modelo e a robustez do controlador desenvolvido levarão em conta essa aproximação.

## 1.9 Matriz de Inércias

A matriz de inércias, definida (Samyn & Cunha 2009) é dada por

$$M(V) = M_{RB} + M_A + M_B(V) \quad (1.18)$$

onde:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m_{RB}I_3 & -m_{RB}S(r_g^b) \\ m_{RB}S(r_g^b) & I_O \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

é a matriz de inércias do corpo rígido (plataforma),

$$S(r_g^b) = \begin{bmatrix} 0 & -z_g & y_g \\ z_g & 0 & -x_g \\ -y_g & x_g & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.20)$$

é a matriz anti-simétrica definida em (Fossen 2002, Sec.2.1) e

$$I_O = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}, \quad (1.21)$$

é a matriz de componentes inerciais,  $r_g^b = [x_b, y_b, z_b]$  e  $I_3$  é a matriz identidade  $3 \times 3$ .

$M_A$  é a matriz de massas adicionais (Samyn & Cunha 2009), que é a matriz de forças e momentos induzidos pelo movimento harmônico do corpo proporcionalmente a sua aceleração, representando o armazenamento de energia cinética no fluido deslocado (Silvestre, Sequeira & Sentieiro 1990) e pode ser definida como (Fossen 2002, Sec. 3.2.1)

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

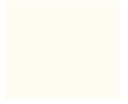
onde  $X, Y, Z, K, M$  e  $N$  podem ser calculados como (Fossen 2002, Sec.3.1.3)

$$X = m_{RB}[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})],$$

$$Y = m_{RB}[\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})],$$

$$Z = m_{RB}[\dot{w} - uq + vp - z_g(p^2 + q^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rq + \dot{p})],$$

$$K = I_x\dot{p} + (I_z - I_y)qr + m[y_g(\dot{w} - wq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)],$$



$$M = I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{w} - uq + vp)],$$

$$N = I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + wq)],$$

e  $x_g$ ,  $y_g$  e  $z_g$  devem ser escolhidos de maneira que:

$$mI_{yz}^{cg}x_g^2 = -I_{xy}^{cg}I_{xz}^{cg},$$

$$mI_{xz}^{cg}y_g^2 = -I_{xy}^{cg}I_{yz}^{cg},$$

$$mI_{xy}^{cg}z_g^2 = -I_{xz}^{cg}I_{yz}^{cg}.$$

Cada termo da matriz de massas adicionais ( $M_A$ ) deve ser calculado como:

$$Y_{\dot{u}} := \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}}. \quad (1.23)$$

$M_B \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  é a matriz de inércia dos tanques de lastro e será desenvolvida na seção 1.11.

## 1.10 Modelo das Bombas de Lastro

Os sinais de comando das bombas de água são definidos como  $U_j$ , onde  $j \in \{1, \dots, n_B\}$  é o índice do respectivo tanque de lastro e do par de bombas. Um modelo linear por partes pôde ser adotado para as bombas, já que o controle das vazões das bombas foi feito utilizando-se a técnica de modulação de largura de pulsos (*pulse width modulation* - PWM), permitindo-se a obtenção de vazões de entrada e saída intermediárias. O sinal de controle  $U_j = -1$  leva a bomba a vazão máxima de saída da água dos tanques de lastro ( $K_{out_j}$ ),  $U_j = +1$  leva a bomba a vazão máxima de entrada da água nos tanques de lastro ( $K_{in_j}$ ) e  $U_j = 0$  desliga o par de bombas. Devido à diferenças entre as bombas (algumas mais novas que as outras) e a dispersão paramétrica, suas vazões são diferentes. Assim, um modelo linear da vazão de água na saída das bombas pode ser visto na Fig.1.6.

$$p_j = \begin{cases} K_{in_j}, & \text{se } U_j \geq 1, \\ K_{in_j}U_j, & \text{se } 0 \leq U_j < 1, \\ K_{out_j}U_j, & \text{se } -1 < U_j < 0, \\ -K_{out_j}, & \text{se } U_j \leq -1, \end{cases} \quad (1.24)$$

onde  $p_j$  é a vazão de água (Fortes & Cunha 2006).

O pequeno refluxo de água que ocorre quando as bombas estão desligadas pode ser desconsiderado e a

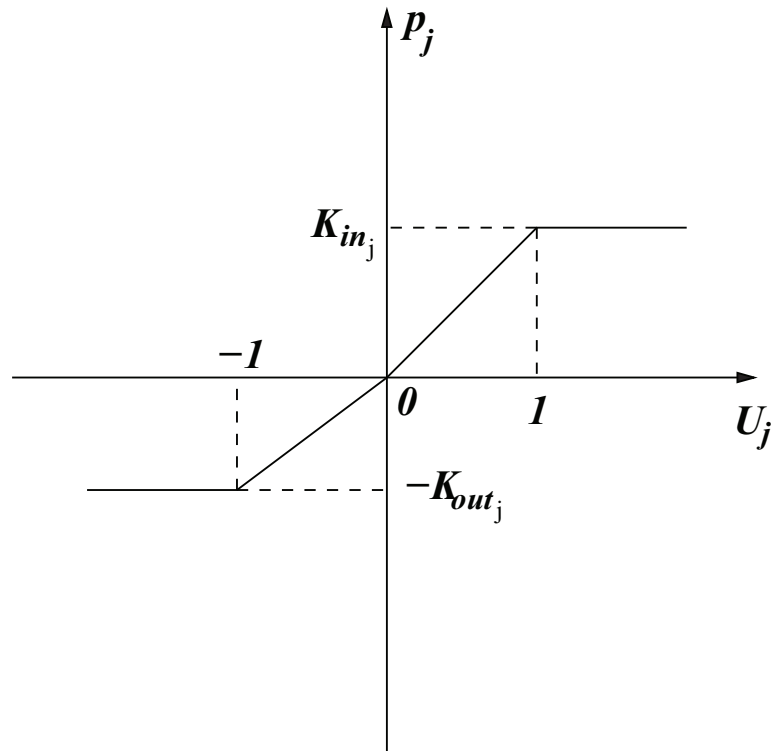


Figura 1.6: Modelo linear das bombas de água.

dinâmica das bombas pode ser considerada muito rápida (Samyn & Cunha 2009).

## 1.11 Modelo dos Tanques de Lastro

Cada tanque de lastro pode ser modelado como um integrador da vazão da água:

$$\dot{V}_j = p_j, \quad (1.25)$$

$$m_j = \rho V_j, \quad (1.26)$$

onde  $p_j$  é a vazão de água dada pela equação (1.24) e  $m_j$  é a massa de água do  $j$ -ésimo tanque de lastro. Uma saturação foi incluída no modelo para representar os volumes máximo e mínimo que cada tanque de lastro pode suportar, já que deve haver uma proteção para desligar as bombas quando forem atingidos níveis extremos de água nos tanques. Sabendo que a área da base de cada tanque de lastro é dada por  $A_{bj}$  e que os tanques possuem formato de um paralelepípedo de base quadrada, o nível de água em cada tanque pode ser dado por:

$$h_j = \frac{V_j}{A_{bj}}. \quad (1.27)$$

Para calcular os momentos gerados pelo lastro, é necessário calcular o centro de gravidade do lastro de cada tanque. Assumindo que a distância entre o centróide da base de cada tanque e o centro de gravidade de cada lastro é aproximadamente  $h_j/2$  (Fig.1.7), a posição do centro de gravidade de cada lastro pode

ser dada por

$$r_{cj}^b \approx r_j^b - \left[0, 0, \frac{h_j}{2}\right]^T = r_j^b - \left[0, 0, \frac{V_j}{2A_{bj}}\right]^T, \quad (1.28)$$

onde o vetor  $r_j^b$  é a posição do centróide da base do  $j$ -ésimo tanque (Samyn & Cunha 2009).

O vetor de forças e momentos dos tanques de lastro é dado por

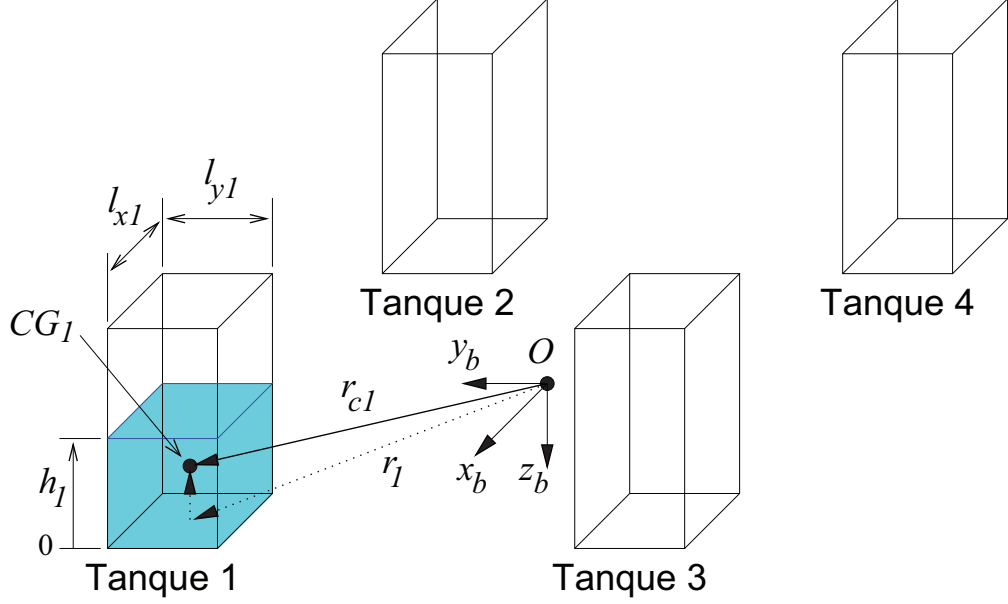


Figura 1.7: Centro de gravidade do lastro do tanque 1.

$$g_0(\eta, V) = \sum_{j=1}^{n_b} \begin{bmatrix} f_{gj}^b \\ r_{cj}^b \times f_{gj}^b \end{bmatrix}, \quad (1.29)$$

onde  $f_{gj}^b = R_n^b(\Theta)[0, 0, m_j g]^T$  é o peso de cada tanque representado no sistema de coordenadas móvel.

A matriz de inércia dos tanques de lastro é o somatório das matrizes de inércia de todos os tanques:

$$M_B(V) = \sum_{j=1}^{n_B} M_{B_j}(V_j) \quad (1.30)$$

onde

$$M_{B_j} = \begin{bmatrix} m_j I_3 & -m_j S(r_{cj}^b) \\ m_j S(r_{cj}^b) & I_{O_j} \end{bmatrix}, \quad (1.31)$$

é a matriz de inércia do  $j$ -ésimo tanque.

$$S(r_{cj}^b) = \begin{bmatrix} 0 & -z_{cj} & y_{cj} \\ z_{cj} & 0 & -x_{cj} \\ -y_{cj} & x_{cj} & 0 \end{bmatrix}, \quad I_{O_j} = \begin{bmatrix} I_{xj} & -I_{xyj} & -I_{zxj} \\ -I_{xyj} & I_{yj} & -I_{yzj} \\ -I_{zxj} & -I_{yzj} & I_{zj} \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

$r_{cj}^b = [x_{cj}, y_{cj}, z_{cj}]^T$ . Sabendo-se que a base de cada tanque é um retângulo com dimensões laterais de  $l_{xj}$  e  $l_{yj}$  paralelas aos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, como pode ser visto na Figura 1.7, os momentos e produtos de inércia podem ser calculados como

$$I_{x_j} = m_j \left( \frac{l_{yj}^2 + h_j^2}{12} + y_{cj}^2 + z_{cj}^2 \right), \quad (1.33)$$

$$I_{y_j} = m_j \left( \frac{h_j^2 + l_{xj}^2}{12} + z_{cj}^2 + x_{cj}^2 \right), \quad (1.34)$$

$$I_{z_j} = m_j \left( \frac{l_{xj}^2 + l_{yj}^2}{12} + x_{cj}^2 + y_{cj}^2 \right), \quad (1.35)$$

$$I_{xy_j} = m_j x_{cj} y_{cj}, \quad (1.36)$$

$$I_{zx_j} = m_j z_{cj} x_{cj}, \quad (1.37)$$

$$I_{yz_j} = m_j y_{cj} z_{cj}. \quad (1.38)$$

O Teorema dos Eixos Paralelos (Beer & Johnston 1972) foi aplicado para o desenvolvimento das equações (1.33) a (1.35), visto que os momentos de inércia são calculados no sistema de coordenadas móvel e o centro de gravidade de cada tanque de lastro não coincidem com a origem desse sistema de coordenadas. No artigo (Samyn & Cunha 2009) a modelagem da plataforma foi cuidadosamente elaborada e validada por meio de dois testes computacionais, que serão apresentados ao longo desta Dissertação.



## Capítulo 2

# CÁLCULO DO VOLUME SUBMERSO E DO CENTRO DE EMPUXO

O modelo dinâmico para simulação inclui a força e o momento de flutuação, inseridos no termo  $g(\eta)$ , que são dependentes diretamente do volume submerso seção 1.5. Calcular o volume de um corpo regular pode ser uma tarefa relativamente simples quando o volume é determinado diretamente a partir das dimensões do corpo, como pode ser visto na Tabela 2.

No caso da plataforma semisubmersível seu formato irregular impede que o volume submerso seja cal-

Tabela 2.1: Volume de alguns poliedros bem definidos, onde  $a$  é a aresta,  $r$  é o raio,  $h$  é a altura,  $l$  é o comprimento e  $A$  é a área da base.

Figura Geométrica	Volume
Cubo	$a^3$
Cilindro de base circular	$\pi r^2 h$
Paralelepípedo de base retangular	$Ah$
Cone	$\frac{\pi r^2 h}{3}$
Pirâmide	$\frac{Ah}{3}$
Esfera	$\frac{4\pi(r)^3}{3}$

culado diretamente através de suas dimensões, sendo necessário utilizar uma metodologia que permita a obtenção desse volume de forma acurada. Com essa finalidade foi adotado um método parcialmente descrito em (Bourg 2002, Capítulo 8). Esse método consiste na decomposição da plataforma em tetraedros, que são poliedros regulares, convexos e elementares (possuem apenas 4 vértices), sendo, por essa razão, usuais na representação de volumes em computação gráfica (Guéziec & Hummel 1995, e.g.). Uma



imagem da plataforma representada por tetraedros pode ser vista na Figura 2.1.

Como os tetraedros, além de possuírem as características já citadas, são figuras geométricas cujo volume

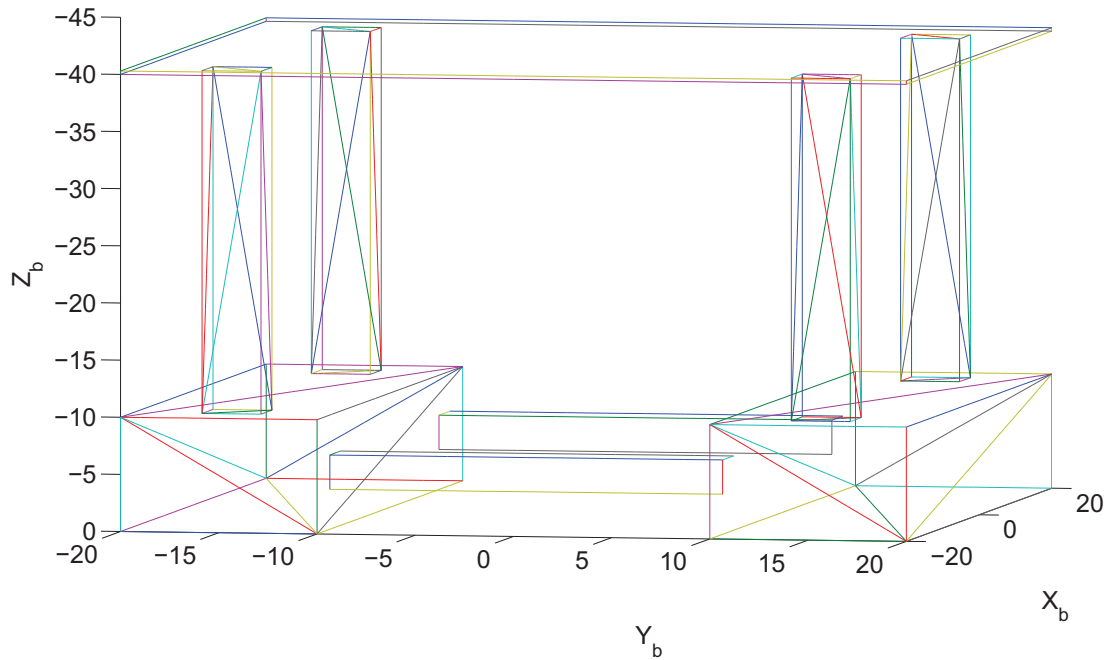


Figura 2.1: Plataforma semi-submerível decomposta em tetraedros

e o centro de flutuação são bem definidos, podem ser utilizados para calcular esses mesmos parâmetros para estruturas mais complexas.

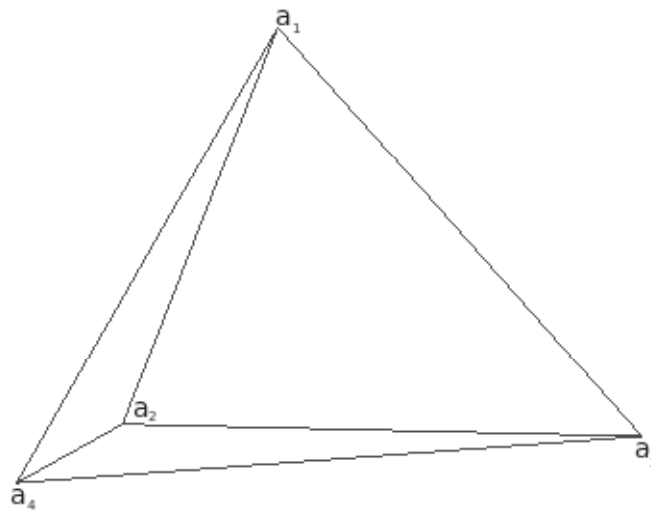


Figura 2.2: Tetraedro

## 2.1 Cálculo do Volume

O volume do tetraedro da Fig.2.2 pode ser calculado pelo módulo do produto misto de suas arestas (MacLean 2004), conforme a equação 2.1:

$$\nabla = \left| \frac{(a_1 - a_4) \cdot [(a_2 - a_4) \times (a_3 - a_4)]}{6} \right|, \quad (2.1)$$

onde os vetores  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  são os vértices do tetraedro. Assim, aplicando-se a equação 2.1, pode-se determinar o volume diretamente dos vértices do tetraedro.

Como exemplo de aplicação da decomposição em tetraedros, utilizou-se um cubo, com formato similar à base e aos pilares da plataforma (Fig.2.3(a)). Este cubo possui os vértices (em metros):  $a_1 = [0; 0; 0]$ ,  $a_2 = [0, 10; 0; 0]$ ,  $a_3 = [0, 10; 0, 10; 0]$ ,  $a_4 = [0; 0, 10; 0]$ ,  $a_5 = [0; 0; 0, 10]$ ,  $a_6 = [0, 10; 0; 0, 10]$ ,  $a_7 = [0, 10; 0, 10; 0, 10]$  e  $a_8 = [0; 0, 10; 0, 10]$ . Os volumes ( $\bar{\nabla}_q$ ) dos cinco tetraedros que o compõe podem ser determinados pela equação 2.1, assim:  $\bar{\nabla}_1 = \bar{\nabla}_2 = \bar{\nabla}_3 = \bar{\nabla}_4 = 166,7 \times 10^{-6}m^3$  e  $\bar{\nabla}_5 = 333 \times 10^{-6}m^3$ .

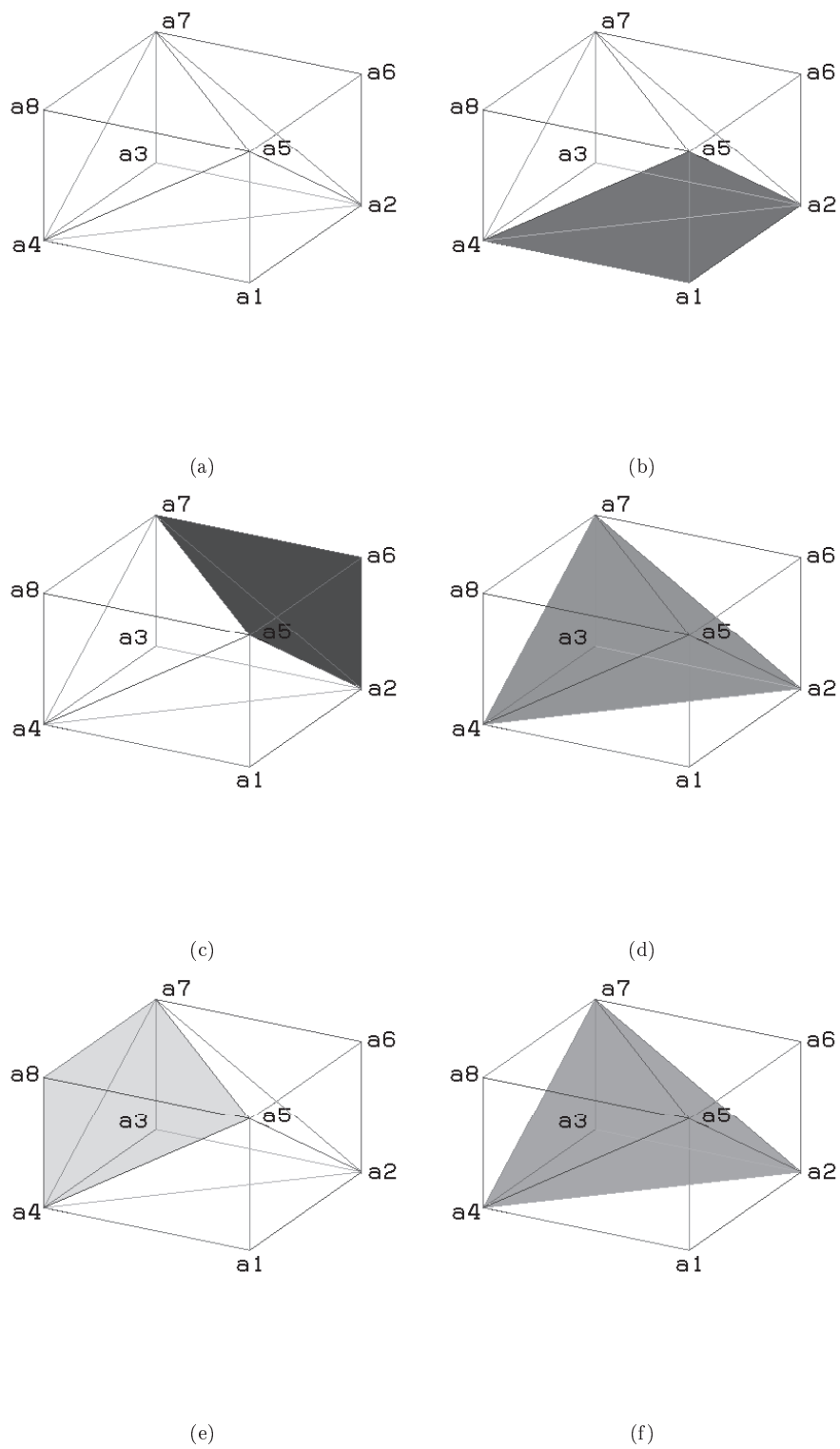


Figura 2.3: (a) é o cubo decomposto em tetraedros e (b) a (f) cada tetraedro que o compõe

O volume total do paralelepípedo é dado pelo somatório dos volumes dos tetraedros que o compõe, obtendo-se:

$$\bar{\nabla} = \sum_{q=1}^5 \bar{\nabla}_q \quad (2.2)$$

$$\bar{\nabla} = 0,001m^3, \quad (2.3)$$

## 2.2 Cálculo do Centróide e do Momento de Primeira Ordem

Para obter-se o centróide do paralelepípedo da Fig.2.4, basta obter o ponto de intersecção de suas diagonais. Assim, para o paralelepípedo em questão, o centróide ( $r_b$ ) possui as coordenadas  $[0,05m; 0,05m; 0,05m]$ .

Já o centróide do tetraedro da Fig.2.5 pode ser obtido pela expressão 2.4 (MacLean 2004):

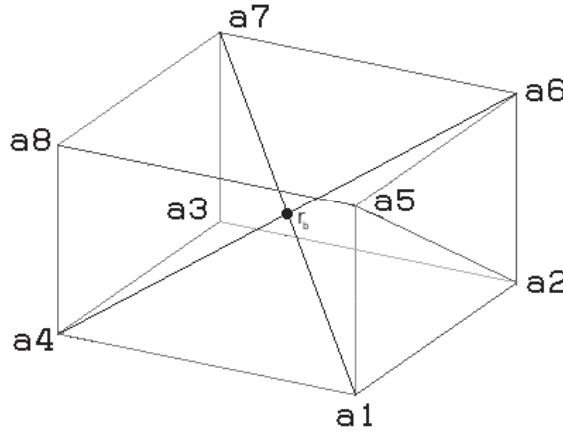


Figura 2.4: Centróide do cubo ( $r_b$ )

$$r_{bq} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}, \quad (2.4)$$

Assim, pode-se determinar as coordenadas do centróide de cada tetraedro do paralelepípedo ( $r_{bq}$ ):  $r_{b1} = [0,025m; 0,025m; 0,025m]$ ,  $r_{b2} = [0,075m; 0,025m; 0,075m]$ ,  $r_{b3} = [0,075m; 0,075m; 0,025m]$ ,  $r_{b4} = [0,025m; 0,075m; 0,075m]$  e  $r_{b5} = [0,05m; 0,05m; 0,05m]$ .

Tendo calculado os volumes e o centróides dos tetraedros, foi possível obter o centróide do paralelepípedo indiretamente através do Momento de Primeira Ordem dos tetraedros que o compõe ( $J_q = r_{bq} \bar{\nabla}_q$ ) (Beer & Johnston 1972), onde q é o índice do tetraedros.

O Momento de Primeira Ordem de uma estrutura composta de vários tetraedros é o somatório dos Momentos de Primeira Ordem de cada tetraedro que a compõe. Nesse caso, o Momento de Primeira Ordem do paralelepípedo é o somatório dos Momentos de Primeira Ordem de cada tetraedro que o compõe,

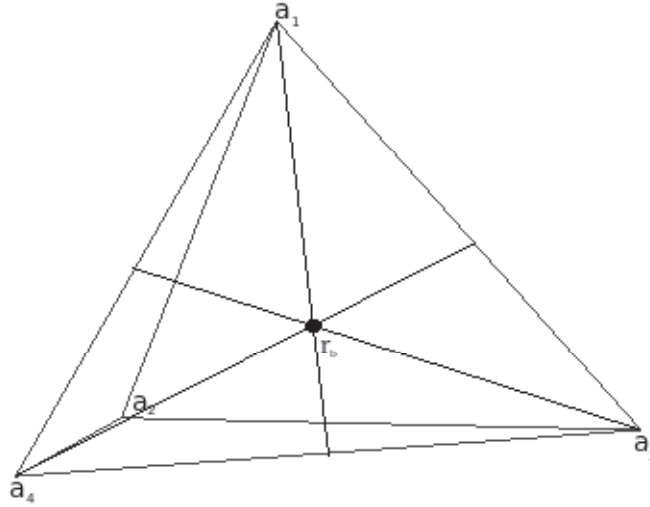


Figura 2.5: Centróide do tetraedro ( $r_{bq}$ )

conforme a equação(2.5):

$$J = \sum_{q=1}^{n_q} J_q \quad (2.5)$$

onde  $n_q$  é o número total de tetraedros.

Uma vez que o Momento de Primeira Ordem de toda a estrutura é dado por  $J = r_b \nabla$  tem-se  $r_b = J \nabla^{-1}$ .

Assim:

$$r_b = \frac{\sum_{q=1}^{n_q} r_{bq} (\bar{\nabla}_q)}{\nabla} \quad (2.6)$$

Logo, o centróide do cubo pôde ser obtido:  $r_b = [0,05m; 0,05m; 0,05m]$ .

## 2.3 Cálculo do Volume Submerso de Cada Tetraedro

Com a plataforma dividida em tetraedros, o objetivo agora é analisar cada um deles para obter seu volume submerso e seu Momento de Primeira Ordem.

O primeiro passo é determinar quais vértices de cada tetraedro estão localizados abaixo do plano da água. Isso é feito analisando-se a posição do vértice em relação ao plano da água no eixo vertical. Como, pelo sistema de coordenadas do corpo, referencia-se o sentido vertical para baixo como positivo, todos os pontos com a coordenada  $z$  positiva ( $z_n \geq 0$ ) são considerados submersos.

### 2.3.1 Intersecção da Arestas com o Plano da Água

No caso de tetraedros parcialmente submersos, faz-se necessária a determinação dos pontos de intersecção das arestas desses tetraedro com o plano da água.

Como as arestas de cada tetraedro são segmentos de retas, os pontos de intersecção com o plano da água podem ser equacionados como a intersecção entre uma reta e um plano (Fig.2.6). Assim, esse ponto de intersecção pode ser definido pela equação:

$$a_{klq} = \alpha a_{kq} + (1 - \alpha) a_{lq}, \quad (2.7)$$

onde  $a_{kq}$  e  $a_{lq}$  são os vértices da aresta de interesse,  $a_{klq}$  é o ponto de intersecção da aresta com o plano da água,  $k, l \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $k \neq l$  são os índices dos vértices. O coeficiente  $\alpha \in [0, 1]$  precisa satisfazer a equação  $[0, 0, 1]a_{klq} = 0$ , que representa a intersecção da aresta do tetraedro com o plano da água ( $z_n = 0$ ). A solução dessa equação é:

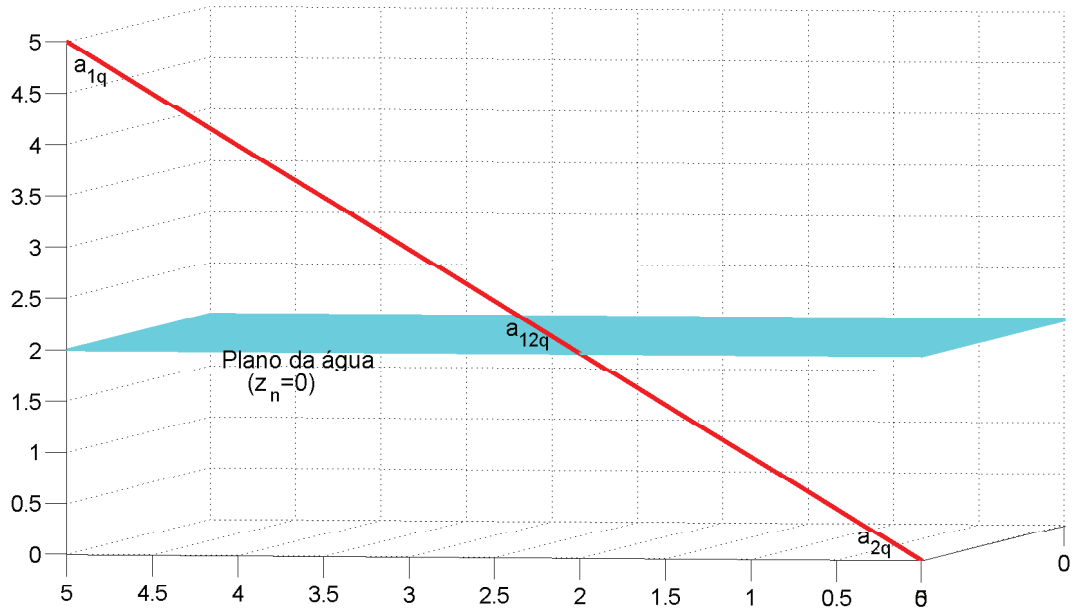


Figura 2.6: Figura-Intersecção da aresta do tetraedro com o plano da água

$$\alpha = [0, 0, 1]a_{lq} \{ [0, 0, 1]a_{lq} - [0, 0, 1]a_{kq} \}^{-1}. \quad (2.8)$$

Ao ser substituída na equação 2.7, obtem-se o ponto de intersecção dado por:

$$a_{klq} = \frac{([0, 0, 1]a_{lq})a_{kq} - ([0, 0, 1]a_{kq})a_{lq}}{[0, 0, 1]a_{lq} - [0, 0, 1]a_{kq}}. \quad (2.9)$$

Identifica-se assim o volume submerso de tetraedros parcialmente submersos, que é definido pela parte submersa do tetraedro e limitada pelo plano da água.

Dessa maneira, a intersecção da aresta definida pelos vértices  $(0; 0; -0, 1)$  e  $(0, 1; 0, 1; 0, 1)$  com o plano

definido em ( $z = 0$ ) (coordenadas em  $m$ ), seria:

$$a_{klq} = \frac{([0, 0, 1][0; 0; -0, 1])[0, 1; 0, 1; 0, 1] - ([0, 0, 1][0, 1; 0, 1; 0, 1])[0; 0; -0, 1]}{[0, 0, 1][0; 0; -0, 1] - [0, 0, 1][0, 1; 0, 1; 0, 1]}, \quad (2.10)$$

$$a_{klq} = \frac{[-0, 01; -0, 01; -0, 01] - [0; 0; -0, 01]}{-0, 02},$$

$$a_{klq} = [0, 5; 0, 5; 0]$$

(2.11)

### 2.3.2 Tetraedro com Um Vértice Submerso

A Figura 2.7 mostra um tetraedro com apenas um vértice submerso ( $a_{1q}$ ). Seu volume submerso é delimitado pelos pontos ( $a_{1q}, a_{12q}, a_{13q}, a_{14q}$ ), que são determinados pela equação 2.9.

Já o ponto  $\{a_{1q}\}$  foi obtido diretamente pela localização de sua coordenada  $z_n$  positiva ( $z_n > 0$ ).

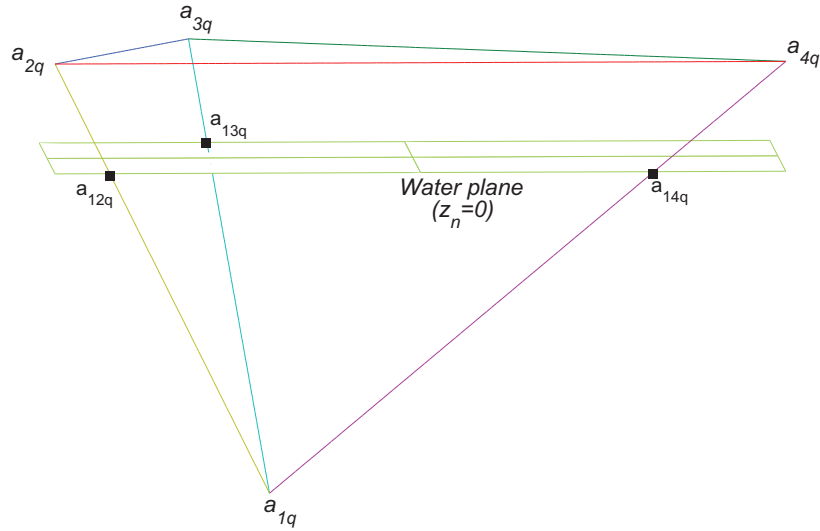


Figura 2.7: Tetraedro com um vértice submerso

O volume pode então ser obtido pela equação 2.1, reescrita para este tetraedro:

$$\bar{\nabla}_q = \left| \frac{(a_{12q} - a_{1q}) \cdot [(a_{13q} - a_{1q}) \times (a_{14q} - a_{1q})]}{6} \right|, \quad (2.12)$$

Seu momento de primeira ordem é dado pela equação 2.13:

$$J_q = \left( \frac{a_{1q} + a_{12q} + a_{13q} + a_{14q}}{4} \right) (\bar{\nabla})_q, \quad (2.13)$$

### 2.3.3 Tetraedro com Três Vértices Submersos

Quando o tetraedro possuir três vértices submersos, como na Figura 2.8, o volume a ser calculado é a diferença entre o volume total do tetraedro ( $\nabla$ ) e o volume emerso  $\nabla_{emerso}$ , ou seja:



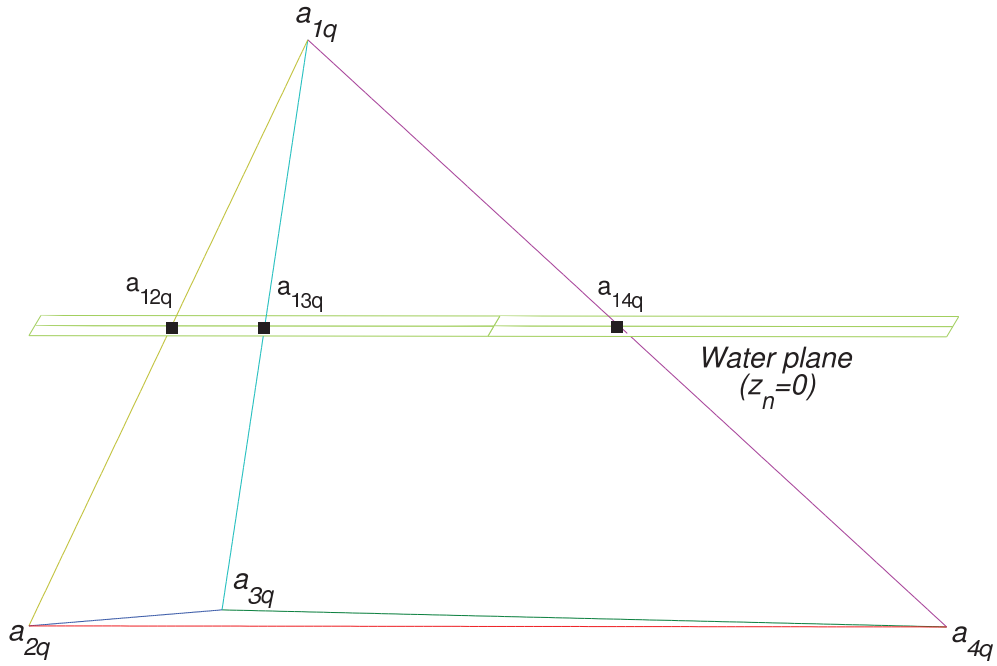


Figura 2.8: Tetraedro com três vértices submersos

$$\bar{\nabla}_q = \nabla - \left| \frac{(a_{12q} - a_{1q}) \cdot [(a_{13q} - a_{1q}) \times (a_{14q} - a_{1q})]}{6} \right|. \quad (2.14)$$

Uma vez que o momento do tetraedro inteiro pode ser obtido através do somatório do momento do volume submerso com o momento do volume emerso, tem-se:

$$J = J_q + J_{emerso}, \quad (2.15)$$

$$J_q = J - J_{emerso},$$

$$J_q = r_b \nabla - r_{bemerso} \nabla_{emerso}$$

### 2.3.4 Tetraedro com Dois Vértices Submersos

Quando apenas dois vértices encontram-se submersos (Fig. 2.9), o volume submerso pode ser calculado dividindo-se a parte submersa em três tetraedros. O volume submerso é obtido pela equação 2.16. Já o momento de primeira ordem é obtido através do momento de primeira ordem como na equação 2.17:

$$\bar{\nabla} = \sum_1^{n_q} \bar{\nabla}_{qn_q} \quad (2.16)$$

$$\bar{\nabla} = \sum_1^3 \bar{\nabla}_{qn_q},$$

$$\bar{\nabla}_q = \bar{\nabla}_1 + \bar{\nabla}_2 + \bar{\nabla}_3$$

$$J = \sum_1^{n_q} J_{qn_q} \quad (2.17)$$

$$J = \sum_1^3 J_{qn_q} \quad (2.18)$$

$$J_q = J_{1q} + J_{2q} + J_{3q} \quad (2.19)$$

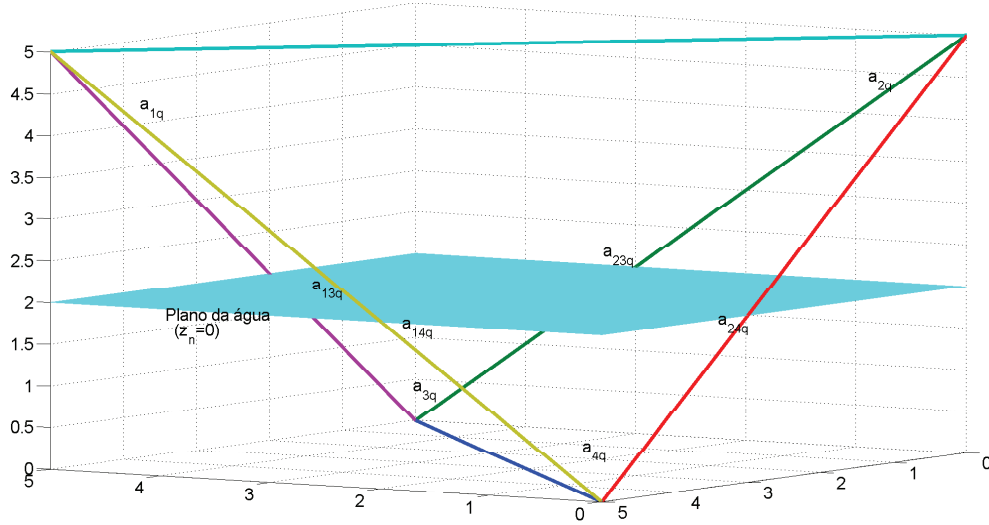


Figura 2.9: Tetraedro com três vértices submersos.

### 2.3.5 Tetraedro Completamente Submerso

Para o caso em que o tetraedro encontra-se completamente submerso (Fig.2.10), o volume pode ser calculado diretamente pela eq.2.1, ou seja:

$$\bar{\nabla}_q = \left| \frac{(a_{2q} - a_{1q}) \cdot [(a_{3q} - a_{1q}) \times (a_{4q} - a_{1q})]}{6} \right|, \quad (2.20)$$

e o seu momento de primeira ordem é calculado diretamente pela equação 2.21, ou seja:

$$J_q = \left( \frac{a_{1q} + a_{2q} + a_{3q} + a_{4q}}{4} \right) \bar{\nabla}_q. \quad (2.21)$$

### 2.3.6 Tetraedro Completamente Emerso

Caso o tetraedro esteja completamente emerso, seu volume submerso é nulo, assim como seu momento de primeira ordem.

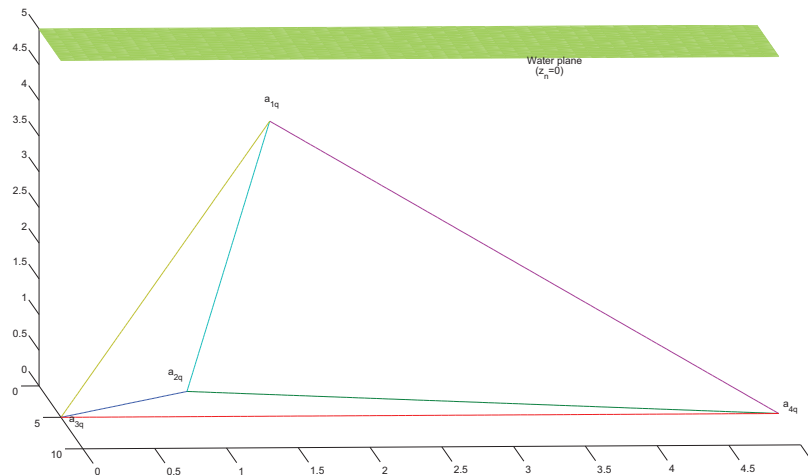


Figura 2.10: Tetraedro completamente submerso

### 2.3.7 Volume Submerso e Centro de Empuxo da Plataforma

Como o Momento de Primeira Ordem da plataforma inteira é obtido do somatório dos Momentos de Primeira Ordem de cada tetraedro que a compõe, após termos obtido os volumes e Momentos de cada tetraedro, basta utilizarmos as equações 2.22 e 2.24, para obtermos o volume submerso e o centro de empuxo da plataforma.

$$\bar{\nabla} = \sum_1^q \bar{\nabla}_q \quad (2.22)$$

$$J = \sum_1^q J_q \quad (2.23)$$

$$r_b = \frac{J}{\bar{\nabla}} \quad (2.24)$$

## 2.4 Algoritmo para cálculo do volume submerso e do centro de empuxo

Para possibilitar que os volumes dos tetraedros e os seus centros de empuxo sejam calculado de forma rápida e acurada, foi desenvolvido um algoritmo, responsável:

- pela identificação dos pontos de intersecção do tetraedro com a água,
- pelo cálculo do volume,

- pela determinação do centro de empuxo de cada tetraedro,
- pelo cálculo do volume submerso,
- pela determinação do centro de empuxo da plataforma.

A divisão da plataforma em tetraedros é feita manualmente, isto é, baseando-se na geometria da plataforma, realiza-se a sua divisão em tetraedros. O número de tetraedros e os vértices que a compõe são inseridos no algoritmo.

A posição da plataforma em relação ao plano da água, obtido com os transdutores de medição de nível, é utilizada como parâmetro de entrada, assim como as coordenadas dos vértices da plataforma, já devidamente rotacionados e transladados para o sistema de coordenadas local. Com essas informações, o algoritmo utiliza os tetraedros pré-definidos e determina a parte submersa de cada um deles, como explicado nas seções anteriores. Através do somatório de cada um deles, gera o volume submerso como parâmetro de saída, assim como o centro de empuxo da plataforma.

### 2.4.1 Detalhes do Algoritmo para Cálculo do Volume Submerso e do Centro de Empuxo

ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO VOLUME SUBMERSO E DO CENTRO DE EMPUXO.

```
início
  [vertices_transl] = Rotacao_Translacao(vetor_eta)
  Os vértices da plataforma foram rodados e transladados do
  sistema de coordenadas inercial para o sistema de coordenadas do corpo.
  [nq, t] = size(tetraedros)
  O número total de tetraedros da plataforma foi carregado.
  J = [0; 0; 0]
  volume_submerso = 0
  O momento de primeira ordem e volume submerso foram declarados inicialmente nulos.
  [vertices_submersos, vertices_emersos] =
  Vertices_Submersos(vertices_transl(:, tetraedros(q, 1)),
  vertices_transl(:, tetraedros(q, 2)),
  vertices_transl(:, tetraedros(q, 3)),
  vertices_transl(:, tetraedros(q, 4))
  Foram carregados os vértices dos tetraedros já transladados.
  [l, s] = size(vertices_submersos)
  Determinou-se quantos e quais vértices estão submersos.
  if s == 0
    Jq = [0; 0; 0]
    Se o número de vértices submersos for nulo,
    zera-se o volume submerso e o centro de empuxo.
  elseif s == 1
    [volume_q, Jq] = Um_Vertice_Submerso(vertices_submersos, vertices_emersos)
  elseif s == 2
    [volume_q, Jq] = Dois_Vertices_Submersos(vertices_submersos, vertices_emersos)
  elseif s == 3
    [volume_q, Jq] = Tres_Vertices_Submersos(vertices_submersos, vertices_emersos)
  else
```

ALGORITMO PARA O CÁLCULO DO VOLUME SUBMERSO E DO CENTRO DE EMPUXO.

```
[volume_q, Jq] = Completamente_Submerso(vertices_submersos)
end
```

Para determinada quantidade de vértices submersos, uma rotina específica é chamada.

```
J = Jq + J
```

```
volume_submerso = volume_q + volume_submerso
```

Calcula-se o momento de inércia e o volume submerso de toda a plataforma.

Foi computado o centro de empuxo da plataforma.

```
if volume_submerso < minimo_volume
```

Evitou-se uma divisão por zero, caso em que o volume submerso é nulo.

```
volume_submerso = 0
```

```
centro_empuxo = [0; 0; 0]
```

No caso do volume nulo, o centro de empuxo e o volume submerso foram declarados nulos.

```
else
```

```
centro_empuxo = J/volume_submerso
```

```
end
```

Calculou-se o centro de empuxo para um volume submerso diferente de zero.

```
centro_empuxo = centro_empuxo- translacao
```

```
centro_empuxo = rotacao_euler * centro_empuxo
```

As coordenadas do centro de empuxo foram transladadas e

rodadas do sistema de coordenadas do corpo para o sistema inercial.

```
saida = [volume_submerso; centro_empuxo]
```

## 2.5 Resultados Computacionais

Algumas computações foram realizadas com o intuito de comprovar o funcionamento correto do programa desenvolvido. Na Figura 2.11, a profundidade da plataforma foi alterada, sem incliná-la consideráveis.

Pode-se observar que o volume varia linearmente de 0 a  $0,008m^3$ , quando os flutuadores estão completa-

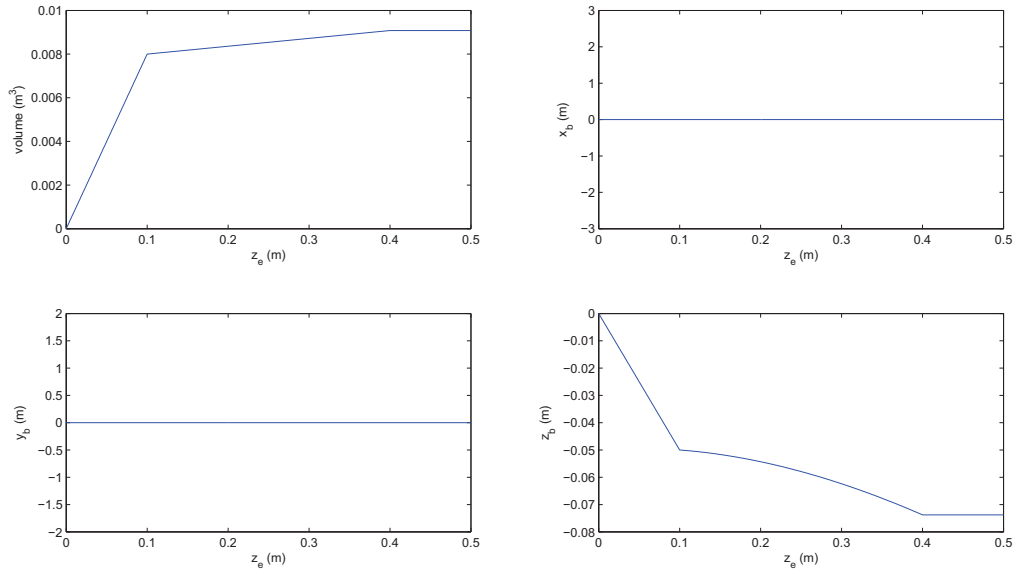


Figura 2.11: Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função da profundidade - ( $\phi, \theta, \psi = 0^\circ$ )

mente submersos. Ao atingir esse volume a variação é menor, já que o volume dos pilares da plataforma é consideravelmente menor que o da base. As variações em  $x_b$  e  $y_b$  são erros numéricos do programa, causados por arredondamentos. Com o aumento do volume, percebe-se uma alteração proporcional na posição  $z_b$  do centro de empuxo.

Na Figura 2.12, um movimento de jogo de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  pode ser observado.

Pode-se perceber que o volume submerso diminui conforme a plataforma é inclinada, já que parte da base da plataforma sai da água quando a mesma é inclinada. Como a inclinação é feita em torno do eixo  $x$  as variações em torno de  $x_b$  são meramente erros numéricos e as variações em torno de  $y_b$  e  $z_b$  podem ser observadas nos gráficos.

De forma semelhante á anterior, na Figura 2.13 um movimento de balanço em torno do ângulo de arfagem pode ser observado.

As variações em torno de  $y_b$  são meramente ruídos de simulação e as variações em torno de  $x_b$  e  $z_b$  podem ser observadas nos gráficos.

Nas Figs.2.12 e 2.13, pode-se perceber uma variação na posição do centro de empuxo. Isto se deve ao desenvolvimento do volume submerso ao longo do eixo transversal à rotação. No movimento de jogo (rotação no eixo  $X$ ), o volume desloca-se ao longo do eixo  $Y$  e na arfagem, ao longo do eixo  $X$ .

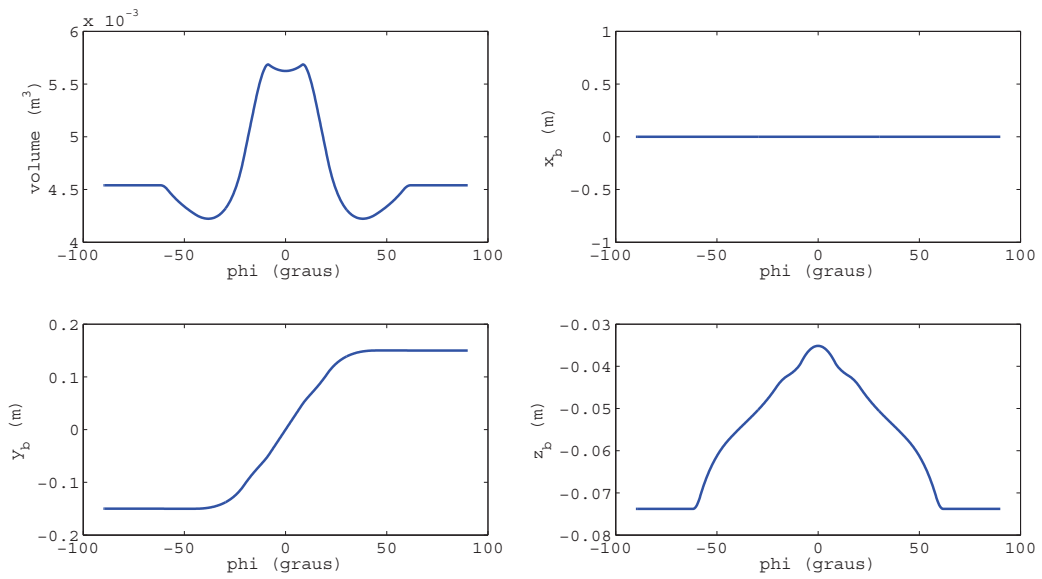
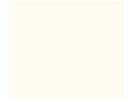


Figura 2.12: Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função do ângulo de jogo.

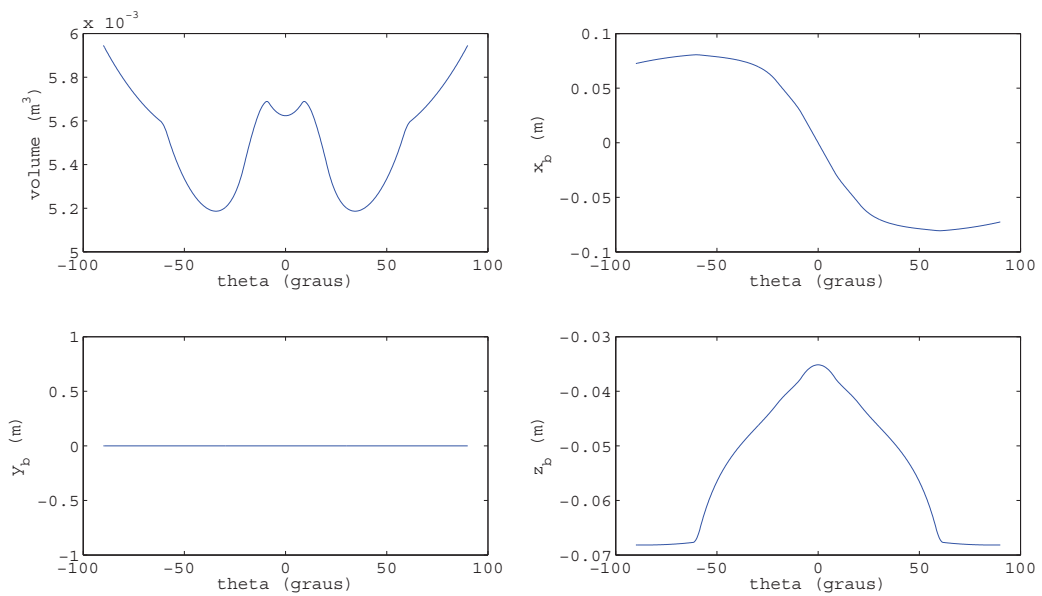


Figura 2.13: Volume submerso e coordenadas do centro de empuxo em função do ângulo de arfagem.



## Capítulo 3

# DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DA DINÂMICA DA PLATAFORMA

O modelo da dinâmica da plataforma foi desenvolvido com o objetivo de permitir a simulação da dinâmica da plataforma e o desenvolvimento do controlador com observador de estado.

A validação do modelo se faz necessária como forma de comprovação de que os movimentos da plataforma são reproduzidos de maneira coerente. Entretanto, alguns modelos dinâmicos contêm parâmetros desconhecidos e de difícil determinação, mesmo com experimentos em laboratórios altamente sofisticados. Uma medida prática para a determinação desses parâmetros consiste em estimá-los à partir de dados experimentais do processo (Rujun, Henson & Kurtz 2004).

A determinação de parte desses parâmetros foi feita através da comparação dos resultados experimentais obtidos em (Fortes 2005), com os resultados das simulações utilizando o modelo desenvolvido no Cap.2 e reproduzindo as situações dos experimentos realizados com a plataforma. Os demais parâmetros foram obtidos da geometria da plataforma.

Esses experimentos foram realizados em cada um dos três graus de liberdade de interesse (profundidade, jogo e arfagem).

### 3.1 Determinação dos Parâmetros para o Grau de Liberdade Vertical

Para determinar os parâmetros do grau de liberdade vertical foi realizado em (Fortes 2005) um experimento com a plataforma realizando um movimento exclusivamente vertical ( $\phi, \theta, \psi = 0^\circ$ ), (Figura 3.1). Nesse experimento, a plataforma foi solta na superfície da água (profundidade de penetração inicial na água igual a 0m) com um nível de água nos tanques de lastro igual a 0,010m. O nível da água nos



tanques foi mantido constante durante todo o experimento por controladores proporcionais.

As oscilações na amplitude da profundidade medida são provocadas por ondas geradas pela queda da

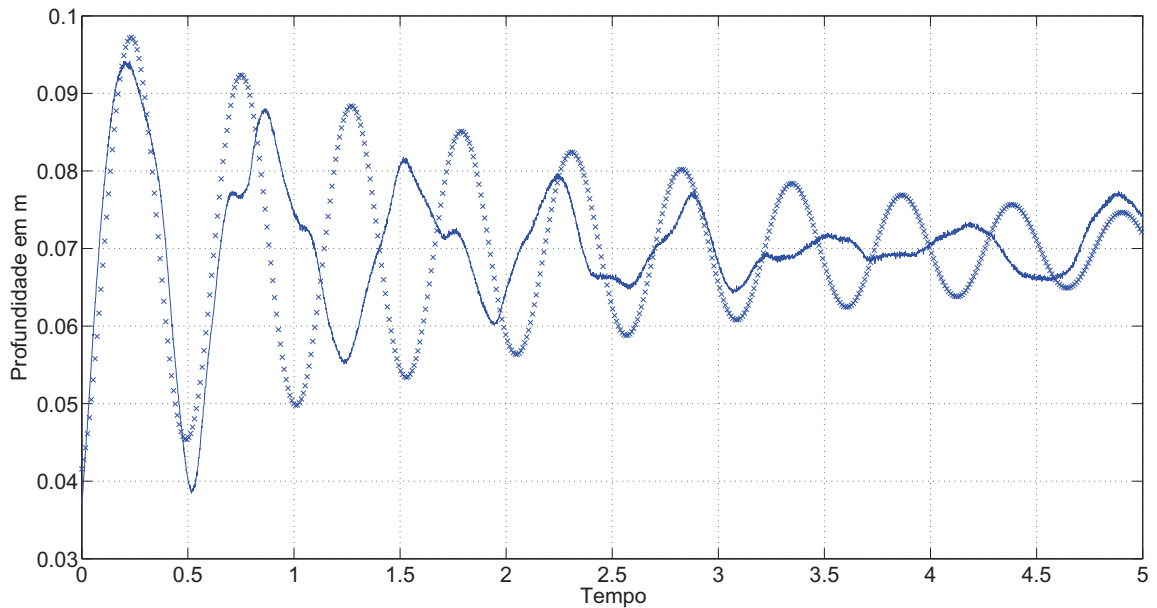


Figura 3.1: Movimento Vertical da plataforma.

plataforma. Observando-se as frequências de oscilações no gráfico da Fig.3.1 pode-se estimar a altura metacêntrica (distância entre o  $r_g^b$  e o  $M_T$ ), já que quanto mais acima estiver o metacentro em relação ao centro de gravidade, maior será o conjugado que contraria a rotação e, portanto, mais estável o equilíbrio (Biran 2003). Assim, a aproximação da frequência de oscilação do modelo simulado com os dados experimentais, permitiu estimar as coordenadas do  $r_g^b$ . Apesar do amortecimento e das frequências de oscilação não serem exatamente iguais, esse modelo é adequado pela robustez do controlador (a realimentação reduz as diferenças entre o modelo e a plataforma real) (Fortes 2005).

A massa da plataforma seca pôde ser calculada observando-se a profundidade de equilíbrio da plataforma. Essa posição (0,070m) é atingida quando as forças peso e empuxo se igualam. Como as dimensões da plataforma são conhecidas, foi possível determinar a força empuxo nessa profundidade e a massa de água nos tanques de lastro. Ao igualar o peso da plataforma e da massa de água nos tanques com o empuxo obtem-se a massa da plataforma  $m_{rb} = 5,25kg$ , como pode ser visto na Tabela3.1. A aceleração da gravidade utilizada foi de  $9,78m/s^2$  e a densidade da água utilizada foi de  $1000kg/m^3$ .

Durante as simulações notou-se que a utilização de um atrito viscoso proporcional (e não o quadrático como inicialmente se pensava em(Fortes & Cunha 2006)) apresentou melhores resultados sendo então utilizado, mesmo não refletindo perfeitamente o comportamento real que apresenta os dois tipos de atrito (o proporcional e o quadrático). Geralmente os sistemas marítimos apresentam os dois tipos de atrito (Neves & Rodriguez 2006). O coeficiente de atrito vertical foi ajustado de maneira a aproximar os resultados de simulação e o experimental ( $d_{33} = 110kg/m$ ). Da mesma maneira foi possível ajustar as massas adicionais, responsáveis pelo movimento oscilatório da plataforma no equilíbrio ( $Z_{\dot{w}} = 1kg$ ). Esses parâmetros podem ser vistos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros obtidos da geometria da plataforma e das condições iniciais

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
massa da plataforma	$m_{RB}$	5,25	$kg$
centro de gravidade	$r_g^b$	[0; 0; -0,10]	$m$
área da plataforma	$A_{bp}$	0,0370	$m^2$
área dos tanques de lastro	$A_{bj}$	0,0088	$m^2$

Tabela 3.2: Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações para o grau de liberdade vertical.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Coefficiente de amortecimento	$d_{33}$	110	$kg/m$
Massas Adicionais	$Z_{\dot{w}}$	1	$kg$

## 3.2 Determinação dos Parâmetros das Bombas dos Tanques de Lastro

Para identificar os parâmetros dos modelos das bombas de lastro ( $k_{in}$  e  $k_{out}$ ) foi realizado um teste semelhante ao descrito em (Fortes & Cunha 2006) e que pode ser observado na Figura 3.2. Nestes testes, foram aplicados degraus unitários nos sinais de controle das bombas, resultando em variações nos níveis de água dos tanques. Percebe-se claramente um desvio no comportamento das bombas apresentado na Figura 3.3 em relação aos testes realizados em (Fortes & Cunha 2006). Da análise dos resultados dos testes foram extraídos os parâmetros das bombas vistos na Tabela 3.2.

Percebe-se claramente uma diferença no comportamento das bombas dos tanques nos dois casos. Isso deve-se principalmente ao fato de, no segundo teste, ter sido utilizada uma fonte de corrente contínua para alimentação das bombas, enquanto, no primeiro, foi utilizadas uma bateria. Também, no segundo teste, pode-se observar uma discrepância significativa na bomba do tanque de lastro 3 por tratar-se de uma bomba nova, já que a antiga apresentou defeitos causados por oxidação.

Uma diferença nas vazões de entrada e de saída pôde ser observada comparando-se os dados experimentais com os dados de simulação das bombas de lastro. Isso pode ser explicado pelo envelhecimento natural das bombas e sua oxidação.

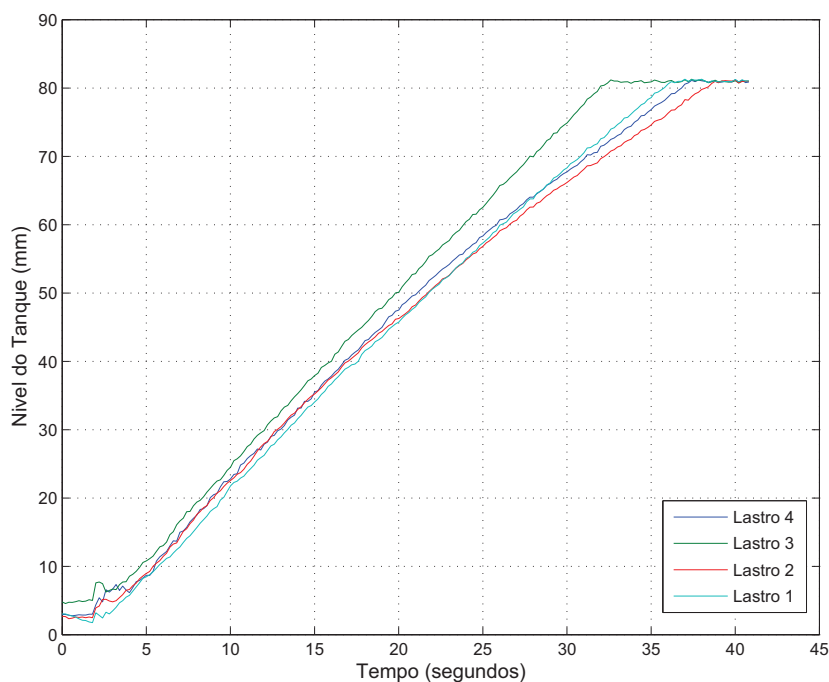


Figura 3.2: Nível nos tanques de lastro quando degraus unitários foram aplicados nas bombas de lastro em  $t = 2s$ , durante os testes realizados para o artigo do CBA

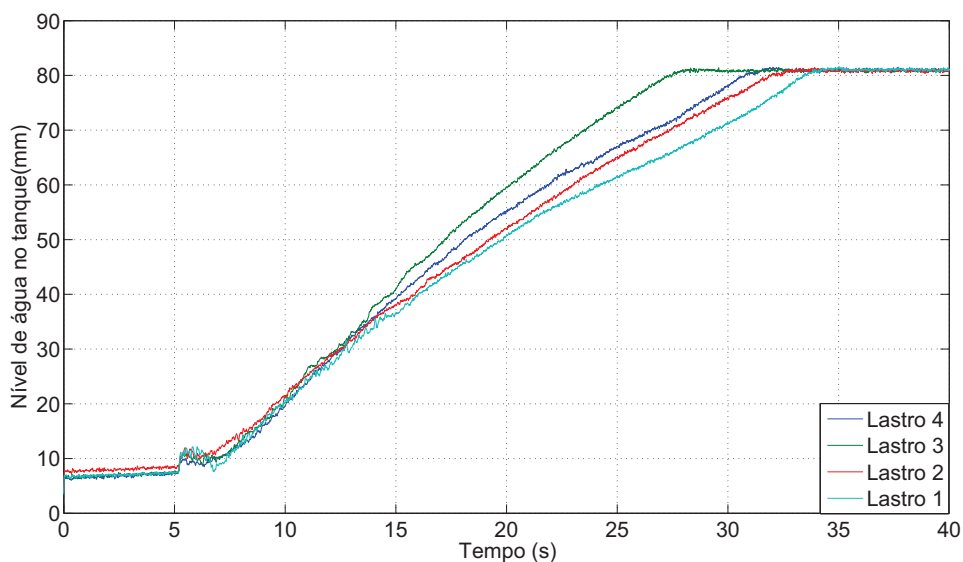


Figura 3.3: Nível nos tanques de lastro quando degraus unitários foram aplicados nas bombas de lastro em  $t = 2s$ , durante os testes realizados para esta Dissertação

### 3.3 Determinação dos Parâmetros para o Movimento de Arfagem

Foram realizados dois experimentos para esse grau de liberdade, descritos em (Fortes 2005). No primeiro, a plataforma foi inclinada em  $-8^\circ$  e liberada, com seu movimento sendo registrado a partir do momento de

Tabela 3.3: Parâmetros obtidos dos testes com as bombas dos tanques de lastro

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
vazão máxima da bomba de entrada	$k_{in}$	$21 \times 10^{-6}$	$m^3/s$
vazão máxima da bomba de saída	$k_{out}$	$22 \times 10^{-6}$	$m^3/s$

sua liberação. No segundo, dois dos quatro tanques de lastro tiveram seus volumes de água modificados, com o objetivo de provocar uma pequena inclinação.

As Figuras 3.4 a 3.6 mostram os resultados experimentais e de simulação dos experimentos realizados. No primeiro experimento, o volume dos tanques de lastro 1 e 3 foram alterados de  $8,8 \times 10^{-5}m^3$  para  $1,4 \times 10^{-4}m^3$ , enquanto os volumes dos tanques 2 e 4 foram mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ , como pode ser visto na Fig.3.4. Os ganhos  $k_{in}$  e  $k_{out}$  das bombas foram ajustados de maneira a reproduzir o comportamento das bombas utilizadas no experimento. Essa alteração no volume de água dos tanques inclinou a plataforma de um ângulo de aproximadamente  $-5,3^\circ$ . Uma pequena descontinuidade pôde ser observada em, aproximadamente, 3 segundos. Essa descontinuidade pode ser atribuída ao momento em que as bombas de lastro param de encher os tanques, o que pode ocorrer de forma abrupta.

Na Figura 3.6, pode-se observar o comportamento da plataforma quando é inclinada em  $-8^\circ$  e com o

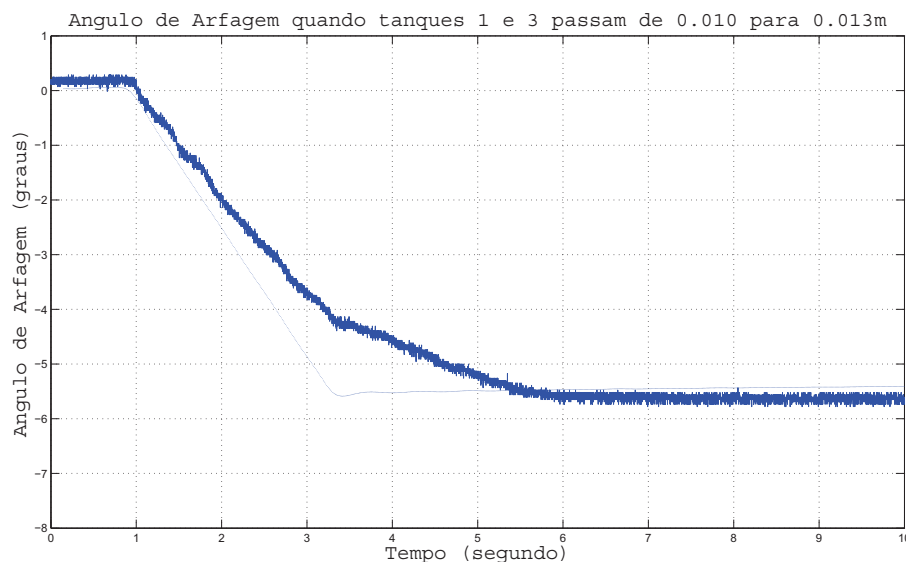


Figura 3.4: Movimento de Arfagem da plataforma com a variação dos volumes dos tanques de lastro 1 e 3 de  $8,8 \times 10^{-5}m^3$  para  $1,4 \times 10^{-4}m^3$  e com os volumes dos tanques 2 e 4 mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ .

volume dos tanques de lastro sendo mantido em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ . Observa-se que, ao ser solta, ela retorna rapidamente a posição de equilíbrio, mantendo-se estável.

Os Momentos de Inércia (somados as Massas Adicionais) e os Coeficientes de Amortecimentos, foram obtidos através do casamento do balanço da plataforma experimental e dos resultados de simulação e

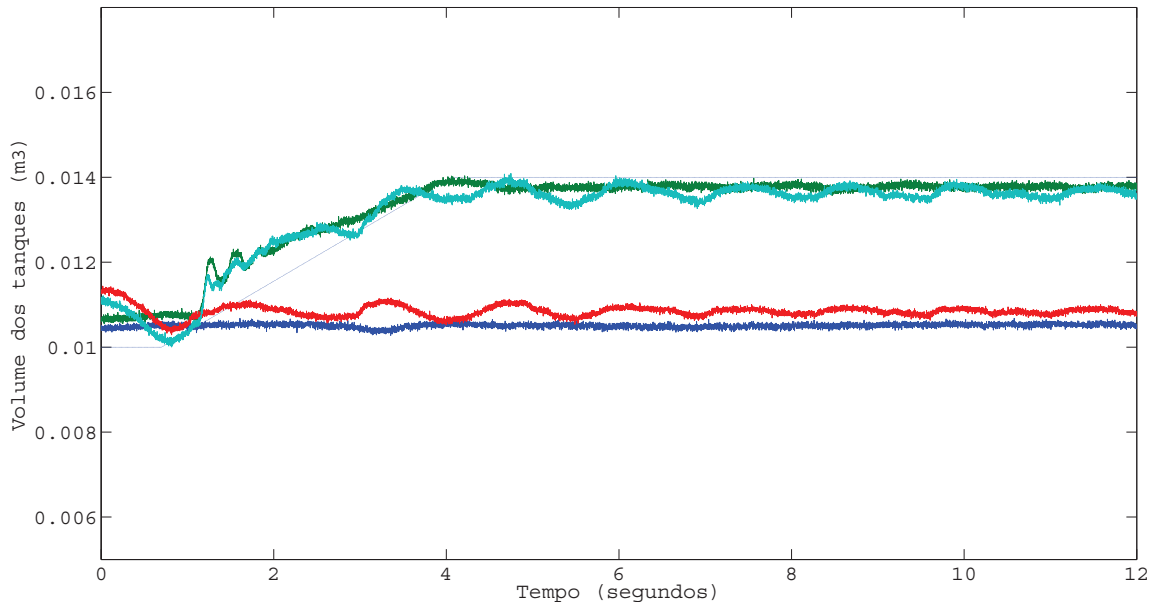


Figura 3.5: Volumes dos tanques 1 e 3 alterados de  $8,8 \times 10^{-5} m^3$  para  $1,4 \times 10^{-4} m^3$  e os volumes dos tanques 2 e 4 mantidos em  $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .

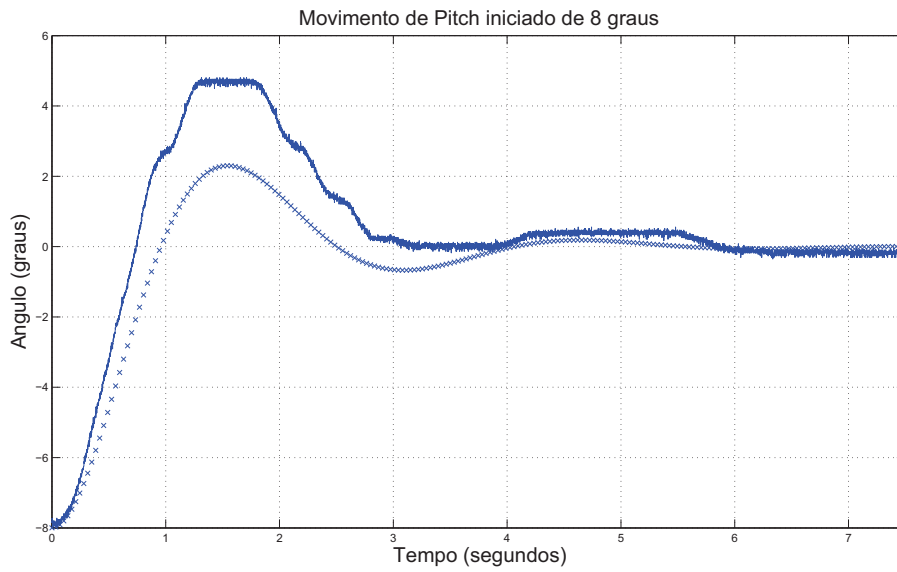


Figura 3.6: Movimento de Arfagem da plataforma com a variação da inclinação da plataforma em  $-8^\circ$  e com o volume dos tanques de lastro mantidos em  $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .

podem ser vistos na Tabela 3.3.

### 3.4 Determinação dos Parâmetros para o Movimento de Jogo

Foram realizados dois experimentos, semelhantes aos anteriores, para esse grau de liberdade. Na Figura 3.7 foi inserida uma variação no volume dos tanques de lastro 2 e 4 de  $8,8 \times 10^{-5} m^3$  para  $3,00 \times 10^{-4} m^3$ , en-

Tabela 3.4: Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações do movimento da arfagem

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Momentos de Inércia + Massas Adicionais	$I_x + K_{\dot{p}}$	0,68	$kgm^2$
Momentos de Inércia Cruzados + Massas Adicionais	$I_{zx} + N_{\dot{p}}$	0	$kgm^2$
Coefficiente de amortecimento	$d_{44}$	2	$kg/m$

quanto os volumes dos tanques 1 e 3 foram mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ . Um volume um pouco maior, em relação ao utilizado para a Arfagem, foi utilizado nesse experimento para que a inclinação da plataforma pudesse ser claramente notada (Fortes 2005). As variações nos níveis dos tanques de lastro podem ser vistas na Figura 3.8. Como pode ser visto na Fig.3.7, essa alteração no volume de água dos tanques inclinou a plataforma de um ângulo de aproximadamente  $3,5^\circ$ .

Na Figura 3.9, pode-se observar o comportamento da plataforma quando é inclinada em aproximada-

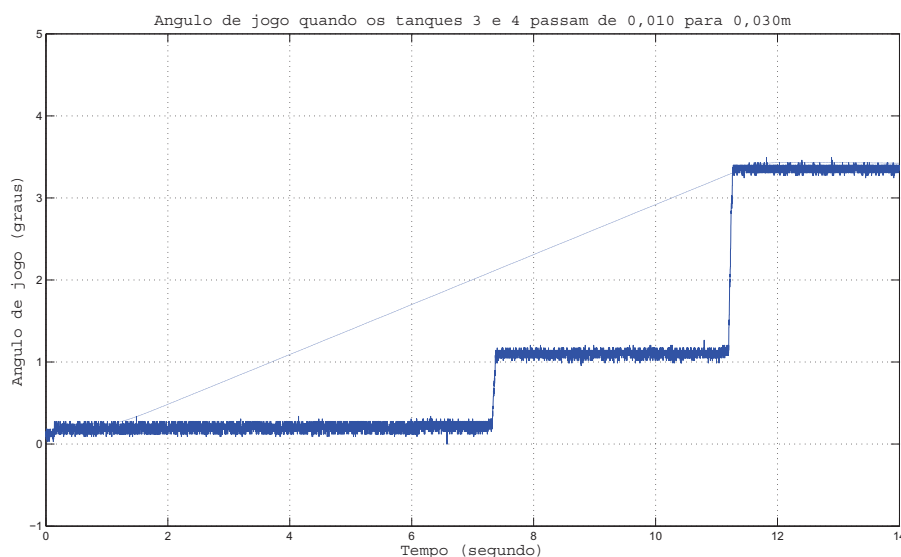


Figura 3.7: Movimento de Jogo da plataforma com a variação dos volumes dos tanques de lastro 2 e 4 de  $8,8 \times 10^{-5}m^3$  para  $3,00 \times 10^{-4}m^3$  e com os volumes dos tanques 1 e 3 mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ .

mente  $-13^\circ$  com o volume dos tanques de lastro sendo mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ . Pode-se observa-se que, ao ser solta, ela retorna rapidamente a posição de equilíbrio, mantendo-se estável. As descontinuidades observadas nos dados experimentais podem ser justificadas pelo atrito nas engrenagens dos pêndulos utilizados para a medição dos ângulos de inclinação da plataforma.

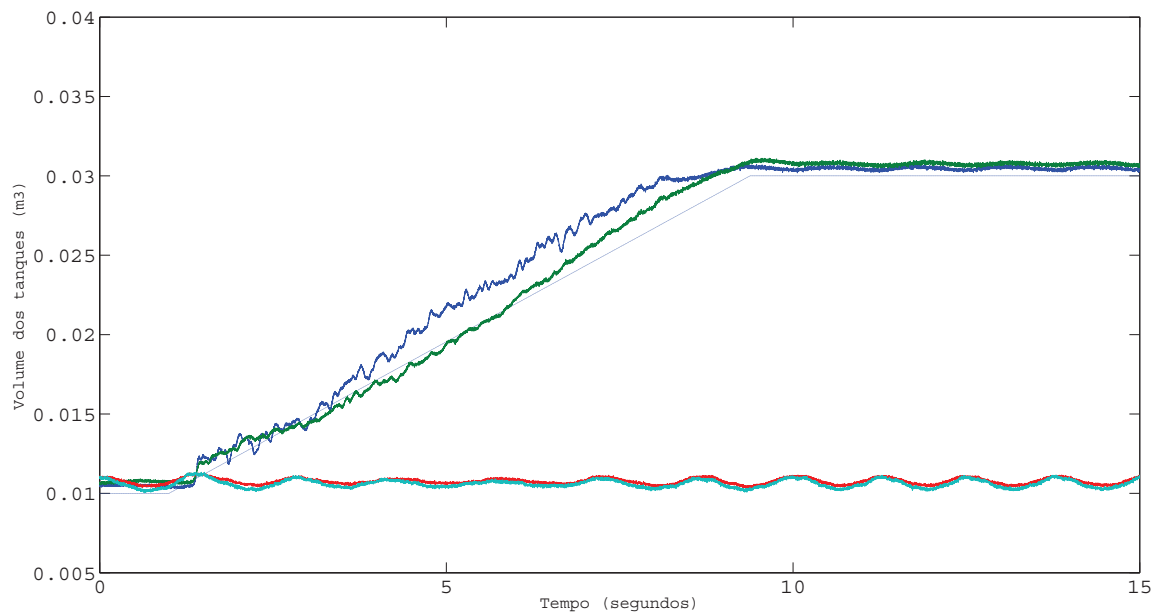


Figura 3.8: Bombas dos tanques de lastro quando os volumes dos tanques 2 e 4 foram alterados de  $8,8 \times 10^{-5}m^3$  para  $2,64 \times 10^{-4}m^3$  e os volumes dos tanques 1 e 3 foram mantidos em  $8,8 \times 10^{-5}m^3$ .



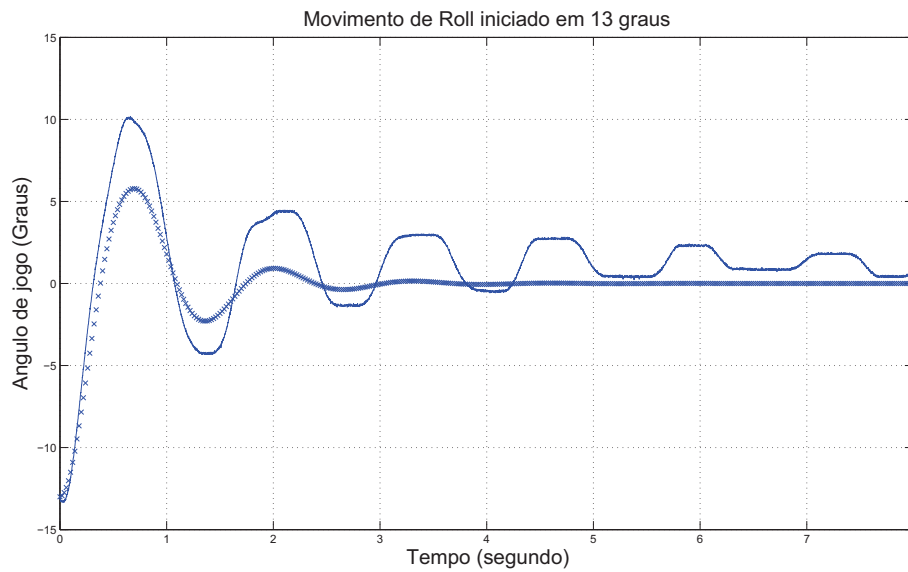


Figura 3.9: Movimento de Jogo da plataforma com a variação da inclinação da plataforma em  $-13^\circ$  e com o volume dos tanques de lastro mantidos em  $8,8 \times 10^{-5} m^3$ .

Os Momentos de Inércia (somados as Massas Adicionais) e os Coeficientes de Amortecimento foram obtidos através do casamento do balanço experimental da plataforma com os resultados de simulação e podem ser vistos na Tabela 3.4.

Os Momentos de Inércia somados as Massas Adicionais em dois graus de liberdade simultâneos foram

Tabela 3.5: Parâmetros obtidos de resultados experimentais e de simulações do Movimento de Jogo

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Momentos de Inércia + Massas Adicionais	$I_y + M_{\dot{q}}$	0,22	$kgm^2$
Momentos de Inércia Cruzado + Massas Adicionais	$I_{xy} + K_{\dot{q}}$	0	$kgm^2$
Momentos de Inércia Cruzado + Massas Adicionais	$I_{yz} + N_{\dot{q}}$	0	$kgm^2$
Coeficiente de amortecimento	$d_{55}$	1	$kg/m$

desprezados por se considerar que, nesse modelo, a plataforma não realiza esse tipo de movimento.

Com as simulações no Jogo e na Arfagem, foi possível ajustar o centro de gravidade da plataforma, de forma a ajustar seu balanço nesses graus de liberdade.



## Capítulo 4

# CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADO

Existem muitas técnicas de projetos de controlador baseadas em diferentes métodos como resposta em frequência ou no lugar das raízes. Estas técnicas geralmente tratadas como clássicas, ou métodos tradicionais, são muito apropriadas para o projeto prático e a maioria dos sistemas de controle são projetados usando variações destes métodos (Phillips & Harbor 1997).

Uma importante propriedade destes métodos, chamada robustez, possibilita que as características do sistema de malha fechada resultante tendam a ser insensíveis a pequenas imprecisões no modelo do sistema. Esta característica é muito importante devido à dificuldade em se encontrar um modelo linear preciso de um sistema físico, já que muitos sistemas apresentam não-linearidades significativas na operação.

O primeiro passo para o controle do movimento vertical e da estabilidade do balanço da plataforma semisubmersível, manipulando-se o volume de água em seus tanques de lastro, foi o desenvolvimento de um controlador com realimentação de estado. Esse processo de realimentação considera um vetor de ganhos aplicado às variáveis de estado do sistema (Ogata 2003). O controlador com realimentação de estado tem como objetivo a realocação dos polos do sistema de maneira a melhorar a sua resposta às entradas atribuídas. A base para o seu desenvolvimento do controle é o modelo em espaço de estado da plataforma que descreve o movimento dinâmico do sistema.

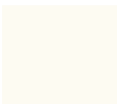
O modelo da plataforma, baseado em espaço de estado, pode ser escrito conforme as equações abaixo:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (4.1)$$

$$y = Cx + Du, \quad (4.2)$$

onde  $x$  é o vetor de estado,  $u$  é a entrada do sistema,  $y$  é a saída do sistema,  $A$  é a matriz de estado,  $B$  é a matriz de entrada,  $C$  é a matriz de saída e  $D$  é a matriz de transmissão direta.

Para realizar o controle por realimentação de estado, a linearização do sistema se fez necessária, já que a representação da plataforma é não-linear e variante no tempo.



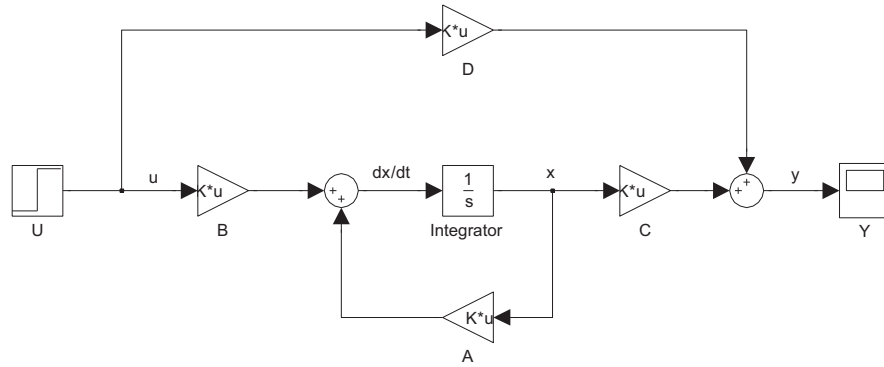


Figura 4.1: Modelo da plataforma em espaço de estado

## 4.1 Linearização

A maioria dos sistemas são não-lineares e variantes no tempo, como nas equações (4.3) e (4.4) (Chen 1999, seção 2.4). Alguns deles, como a plataforma semisubmersível, são descritos por equações diferenciais, tais como:

$$\dot{x}(t) = h(x(t), u(t), t), \quad (4.3)$$

$$y(t) = f(x(t), u(t), t), \quad (4.4)$$

onde  $h$  e  $f$  são funções não-lineares.

No caso da plataforma semisubmersível a equação diferencial que representa o sistema é:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} J(\eta)\nu \\ M^{-1} \sum F \\ p \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde o vetor de estado é  $x(t) = [\eta' \nu' V']'$ ,  $\sum F$  é o somatório das forças que agem no sistema e  $p = [p_1, \dots, p_j]'$ , é a vazão de água nos tanques de lastro.

Algumas equações não-lineares, entretanto, podem ser aproximadas por equações lineares sob determinadas condições (Chen 1999, seção 2.4). Suponha que para uma entrada  $u_0(t)$  e uma dada condição inicial, a solução da equação (4.3) é  $x_0(t)$ , ou seja:

$$\dot{x}_0(t) = h(x_0(t), u_0(t), t), \quad (4.6)$$

Suponha agora que a entrada seja levemente alterada para  $u_0(t) + \tilde{u}(t)$  e as condições iniciais também sejam levemente alteradas. Para algumas equações não-lineares, a solução também pode sofrer apenas uma pequena alteração, podendo ser expressa por  $x_0(t) + \tilde{x}(t)$ , com  $\tilde{x}(t)$  pequeno para todo instante  $t$ . Nessas condições, pode-se expressar a equação (4.3) como:

$$\dot{x}_0(t) + \dot{\tilde{x}}(t) = h(x_0(t) + \tilde{x}(t), u_0(t) + \tilde{u}(t), t), \quad (4.7)$$

$$\dot{x}_0(t) + \dot{\tilde{x}}(t) = h(x_0(t), u_0(t), t) + \frac{\partial h}{\partial x} \tilde{x} + \frac{\partial h}{\partial u} \tilde{u} + \dots,$$

onde:  $h = [h_1 \ h_2 \ h_3]'$ ,  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]'$  e  $u = [u_1 \ u_2]'$ , então:

$$A = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial x_2} & \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_1} & \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_1} & \frac{\partial h_3}{\partial x_2} & \frac{\partial h_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

$$B = \frac{\partial h}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial u_1} & \frac{\partial h_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial h_2}{\partial u_1} & \frac{\partial h_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial h_3}{\partial u_1} & \frac{\partial h_3}{\partial u_2} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

Essas matrizes são chamadas de Jacobianos (Chen 1999, seção 2.4). Como são computadas à partir de duas funções dependentes do tempo ( $x_0(t)$  e  $u_0(t)$ ), elas, em geral, dependem do tempo  $t$ . Negligenciando-se os fatores de mais alta potência de  $\tilde{x}$  e  $\tilde{u}$ , pode-se reduzir a equação (4.7) para:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B\tilde{u}(t) - \dot{x}_0(t), \quad (4.10)$$

Esta é uma equação de espaço de estado linearizada. De forma semelhante, pode-se obter a equação  $y(t) = f(x(t), u(t), t)$ .

Assim, os Jacobianos da função que representa a dinâmica da plataforma são determinados por:

$$A = \frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial x} & \dots & \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial \phi} & \dots & \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial u} & \dots & \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial p} & \dots & \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial V_j} \\ \frac{\partial M^{-1}\Sigma F}{\partial x} & \cdot & \frac{\partial M^{-1}\Sigma F}{\partial \phi} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial M^{-1}\Sigma F}{\partial V_1} & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial p}{\partial x} & \dots & \frac{\partial p}{\partial \phi} & \dots & \frac{\partial p}{\partial u} & \dots & \frac{\partial p}{\partial p} & \dots & \frac{\partial p}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial p}{\partial V_j} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$B = \frac{\partial h}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(\eta)\nu}{\partial U} \\ \frac{\partial M^{-1}\Sigma F}{\partial U} \\ \frac{\partial p}{\partial U} \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

As equações linearizadas serão utilizadas no projeto do controlador e do observador de estado.

## 4.2 Acoplamento dos Sinais de Controle

Ao desenvolver a matriz  $A$  percebe-se que os graus de liberdade que se deseja controlar  $[z, \phi, \theta]'$  são fracamente acoplados entre si, podendo ser controlados de maneira independente, utilizando-se uma matriz de desacoplamento.

A matriz de desacoplamento (eq.4.14) foi utilizada para transformar o vetor com os sinais de controle de cada grau de liberdade, calado, jogo e arfagem, em um vetor com os quatro sinais para os tanques de lastro (eq. 4.13), sendo cada linha da matriz correspondente a um tanque. O sinal de controle do calado é passado inalterado para todos os tanques de lastro, mas os sinais vindos dos controles de inclinação precisam sofrer inversões de sinais pois, para inclinar o sistema, é necessário que dois tanques recebam comando para encher e dois recebam comando para esvaziar (Neto, Castanharo, Moraes & Lopes 2007).

$$\bar{u} = W_m u, \quad (4.13)$$

$$W_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

Com isso, conforme (Neto, Castanharo, Moraes, Lopes & Cunha 2007), o modelo de espaço de estado para a plataforma pode ser representado por três conjuntos de equações, um para cada grau de liberdade a ser controlado.

Para o controle das bombas dos tanques de lastro são utilizados controladores proporcionais. O valor do ganho proporcional foi ajustado computacionalmente ( $k_p = 650$ ) para evitar oscilações em malha fechada causadas por atrasos não modelados na dinâmica das bombas (Fortes & Cunha 2006).

## 4.3 Equação de Espaço de Estado do Movimento Vertical

O vetor de estado que rege o movimento vertical é dado por  $[z \ w \ V_z]'$ , onde  $V_z = \frac{V_1+V_2+V_3+V_4}{4}$ , representa o volume total de água nos tanques de lastro.

A matriz  $A_z$  do modelo linearizado que rege o movimento vertical da plataforma é dada por:

$$A_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2\rho g A_{bp} \cos(\phi) \cos(\theta)}{m_0} & \frac{-d_{33}}{m_0} & \frac{4\rho g \cos(\phi) \cos(\theta)}{m_0} \\ 0 & 0 & -k_p K_z / 4 \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

E a matriz  $B_z$ , matriz de entrada, é dada por:

$$B_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p K_z/4 & k_p K_z/4 & k_p K_z/4 & k_p K_z/4 \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

onde  $K_z$ , é a média aritmética entre as vazões máximas de entrada e saída das bombas de cada tanque de lastro  $\frac{k_{in}+k_{out}}{2}$ .

A saída  $y(t)$  é definida como  $[z]$ . A matriz de saída  $C_z$  é dada por:

$$C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

A matriz de transmissão direta  $D_z$  é nula.

O modelo no espaço de estado no movimento de calado pode ser visto na Fig.4.2.

Foram realizadas simulações onde o volume de água nos tanques de lastro foi igualmente alterada de

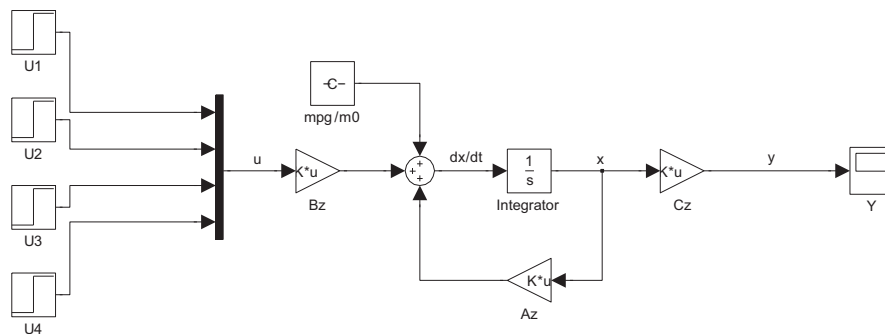


Figura 4.2: Modelo no espaço de estado no movimento de calado

forma a provocar um deslocamento vertical na plataforma. O volume de água de cada tanque de lastro foi alterado de  $0,00088m^3$  para  $0,00465m^3$ , ou seja, o equivalente à uma massa de  $0,46kg$  foi acrescida a massa total da plataforma no instante  $t = 10s$ . Esse acréscimo é equivalente a uma massa de  $0,115kg$  por tanque.

O movimento vertical da plataforma foi monitorado durante as simulações com os modelos linear e não-linear da plataforma. Os resultados podem ser vistos nas Figs.4.3 e 4.4.

Pode-se observar que a resposta do sistema com o modelo linear apresenta menos oscilações que a resposta com o modelo não-linear, que apresenta também um *overshoot* muito maior.

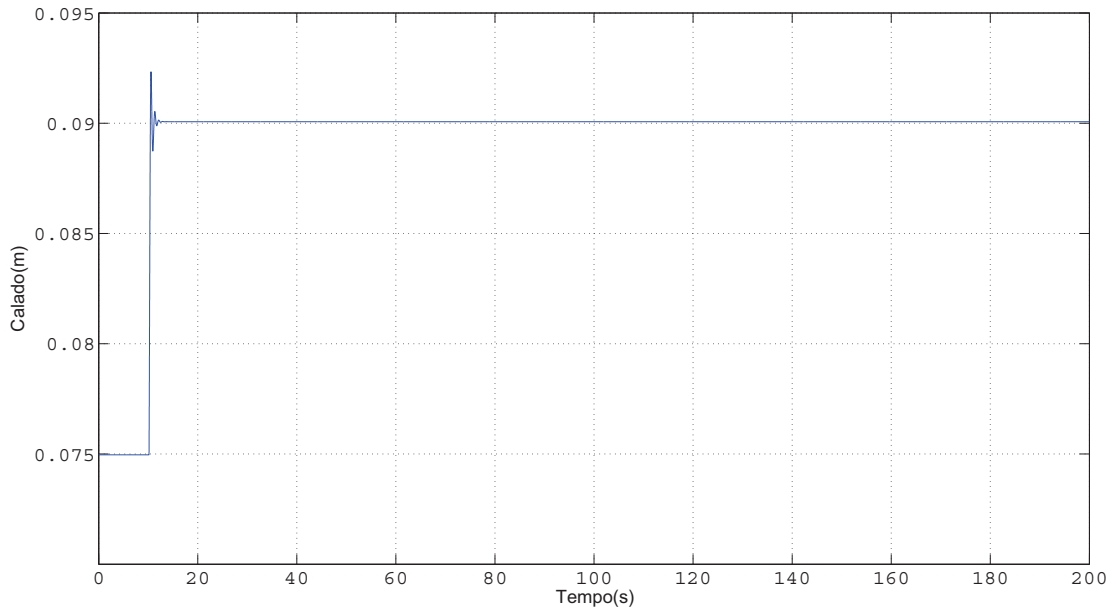


Figura 4.3: Resposta do sistema no movimento vertical. Modelo linear

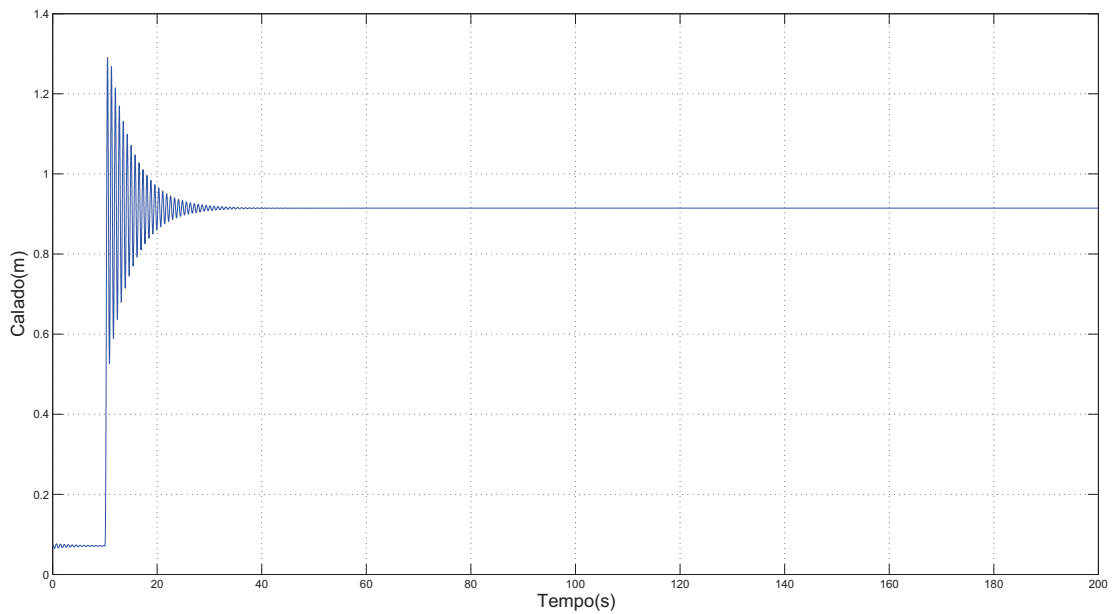


Figura 4.4: Resposta do sistema no movimento vertical. Modelo não linear

#### 4.4 Equação de Espaço de Estado para o Movimento de Jogo

O vetor de estado que rege o movimento vertical é dado por  $[\phi \ p \ V_\phi]'$ , onde  $V_\phi = \frac{V_1+V_2-V_3-V_4}{2}$  representa a média ponderada do volume de água nos pares de tanques de lastro.

A matriz  $A_\phi$  do modelo linearizado que rege o movimento vertical da plataforma é dada por:

$$A_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \left(\frac{F_\phi}{I_y}\right)y & \frac{-d44}{I_y} & \frac{2\rho g \cos(\phi) \cos(\theta) r_{cj}}{I_y} \\ 0 & 0 & -k_p K_\phi / 2 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

onde  $F_\phi$  é a componente em  $\phi$  da derivada parcial de  $M^{-1} \sum F$  em  $p$ ,  $\frac{\partial M^{-1} \sum F_\phi}{\partial p}$ .

E a matriz  $B_\phi$ , matriz de entrada, é dada por:

$$B_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_p K_\phi / 2 & k_p K_\phi / 2 & -k_p K_\phi / 2 & -k_p K_\phi / 2 \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

onde  $K_\phi$ , é a a média ponderada entre as vazões máximas de entrada e saída das bombas nos pares de tanques de lastro.

A saída  $y(t)$  é definida como  $[\phi]$ . A matriz de saída  $C_\phi$  é dada por:

$$C_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

A matriz de transmissão direta  $D_\phi$  é nula.

O modelo no espaço de estado no movimento de jogo pode ser visto na Fig.4.5.

Foi realizada uma simulação na qual o volume dos tanques de lastro 1 e 2 foram aumentados de

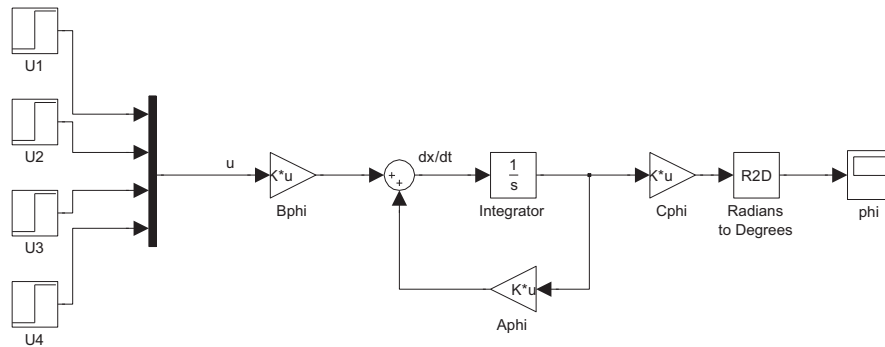


Figura 4.5: Modelo no espaço de estado no movimento de jogo

$0,00088m^3$  para  $0,00465m^3$ , provocado uma inclinação no ângulo de jogo.

O movimento de jogo da plataforma foi monitorado durante as simulações com os modelos linear e não-linear da plataforma. Os resultados podem ser vistos nas Figs.4.6 e 4.7.

Pode-se observar que, embora o tempo de resposta dos dois modelos seja bem parecido, uma diferença



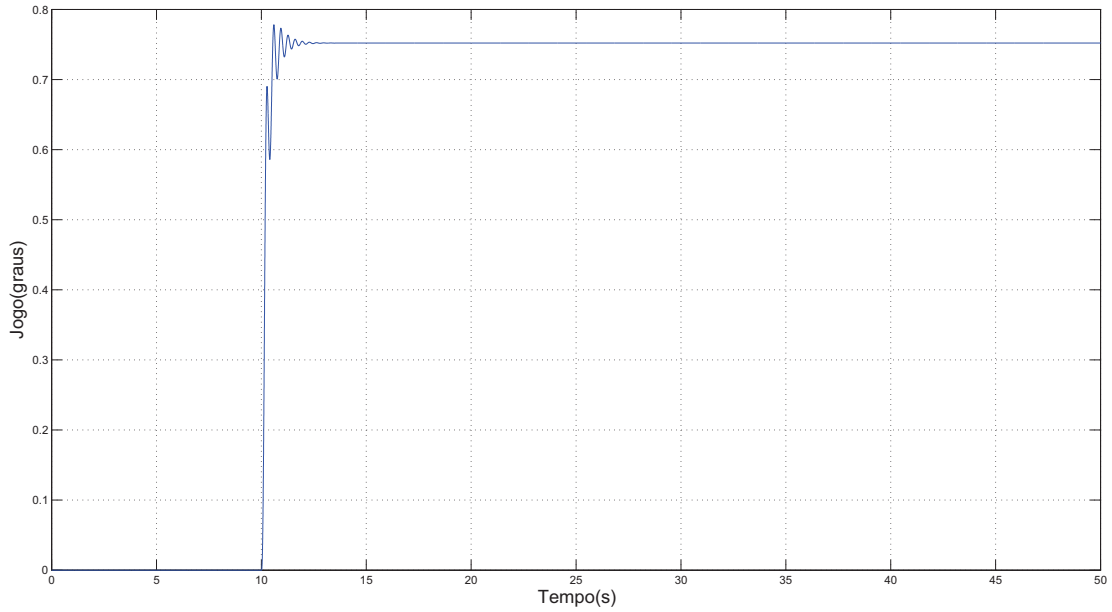


Figura 4.6: Resposta do sistema no movimento de jogo. Modelo linear

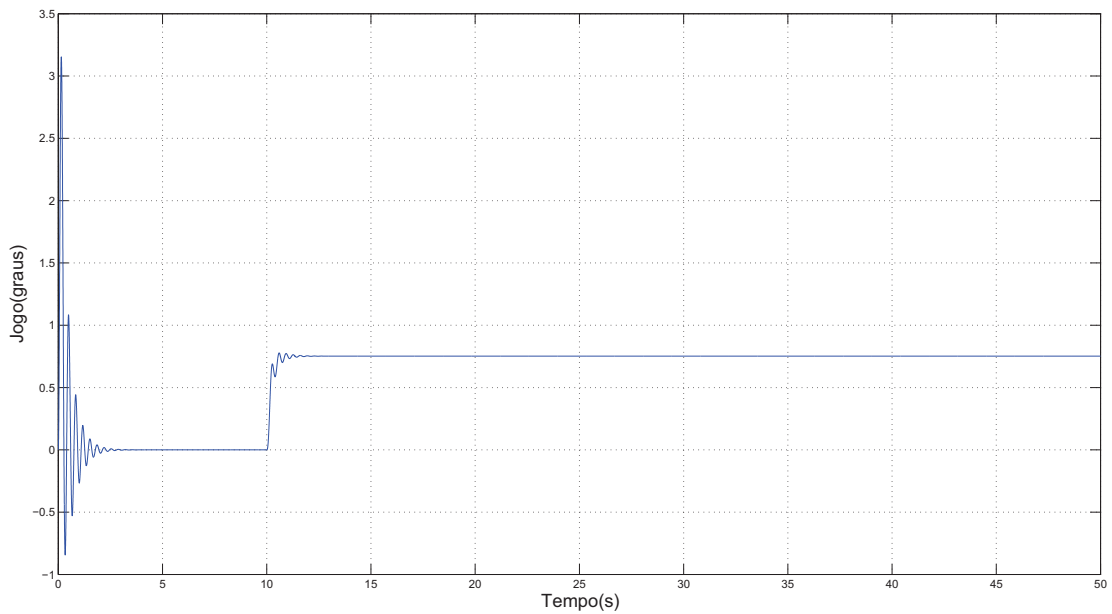


Figura 4.7: Resposta do sistema no movimento de jogo. Modelo não linear

considerável pode ser observada nos instantes iniciais da simulação, com o modelo não-linear apresentando um comportamento que tende para a estabilidade nos instantes iniciais.

## 4.5 Equação de Espaço de Estado para o Movimento de Arfagem

O vetor de estado que rege o movimento vertical é dado por  $[\theta \ p \ V_\theta]'$ , onde  $V_\theta = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{2}$  representa a média ponderada do volume de água nos pares de tanques de lastro.

A matriz  $A_\theta$  do modelo linearizado que rege o movimento vertical da plataforma é dada por:

$$A_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \left(\frac{F_\theta}{I_x}\right)x & \frac{-d_{55}}{I_x} & -\frac{\rho g x_{c j}}{I_x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

onde  $F_\theta$  é a componente em  $\theta$  da derivada parcial de  $M^{-1} \sum F$  em  $q$ ,  $\frac{\partial M^{-1} \sum F_\theta}{\partial q}$ .

E a matriz  $B_\phi$ , matriz de entrada, é dada por:

$$B_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_\theta/2 & -K_\theta/2 & K_\theta/2 & -K_\theta/2 \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

onde  $K_\theta$ , é a a média ponderada entre as vazões máximas de entrada e saída das bombas nos pares de tanques de lastro.

A saída  $y(t)$  é definida como  $[\theta]$ . A matriz de saída  $C_\theta$  é dada por:

$$C_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

A matriz de transmissão direta  $D_\theta$  é nula.

O modelo no espaço de estado no movimento de arfagem pode ser visto na Fig.4.8.

Foi realizada uma simulação na qual o volume dos tanques de lastro 1 e 3 foram aumentados de

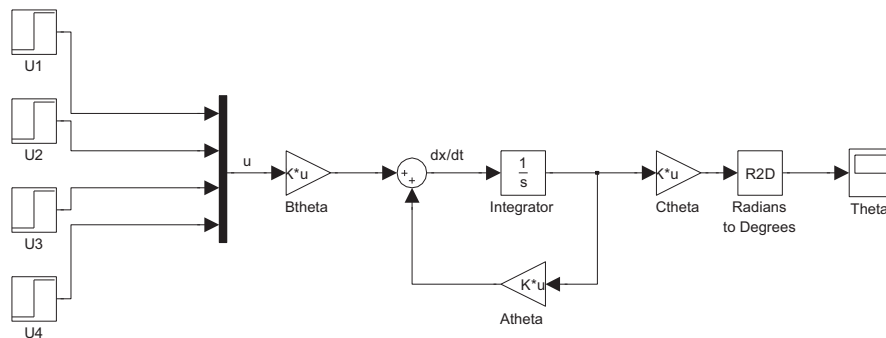


Figura 4.8: Modelo no espaço de estado no movimento de arfagem

$0,00088m^3$  para  $0,00465m^3$ , provocado uma inclinação no ângulo de arfagem.

O movimento de arfagem da plataforma foi monitorado durante as simulações com os modelos linear e não-linear da plataforma. Os resultados podem ser vistos nas Figs.4.9 e 4.10.

Pode-se observar um comportamento semelhante ao do jogo, o tempo de resposta dos dois modelos foi bem parecido, mas uma diferença considerável pode ser observada nos instantes iniciais da simulação, com

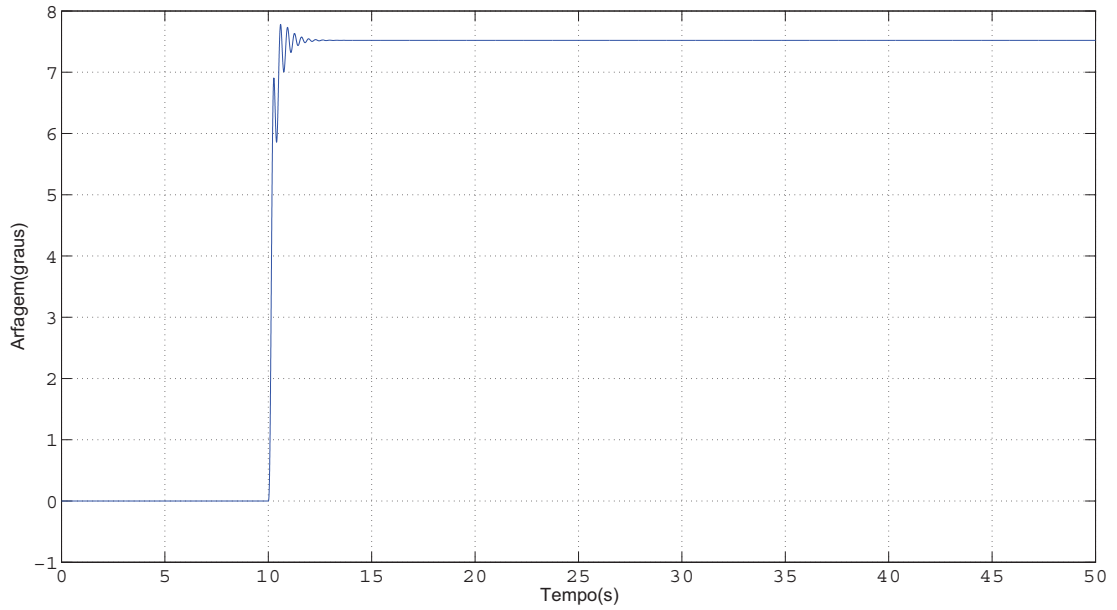


Figura 4.9: Resposta do sistema no movimento de arfagem. Modelo linear

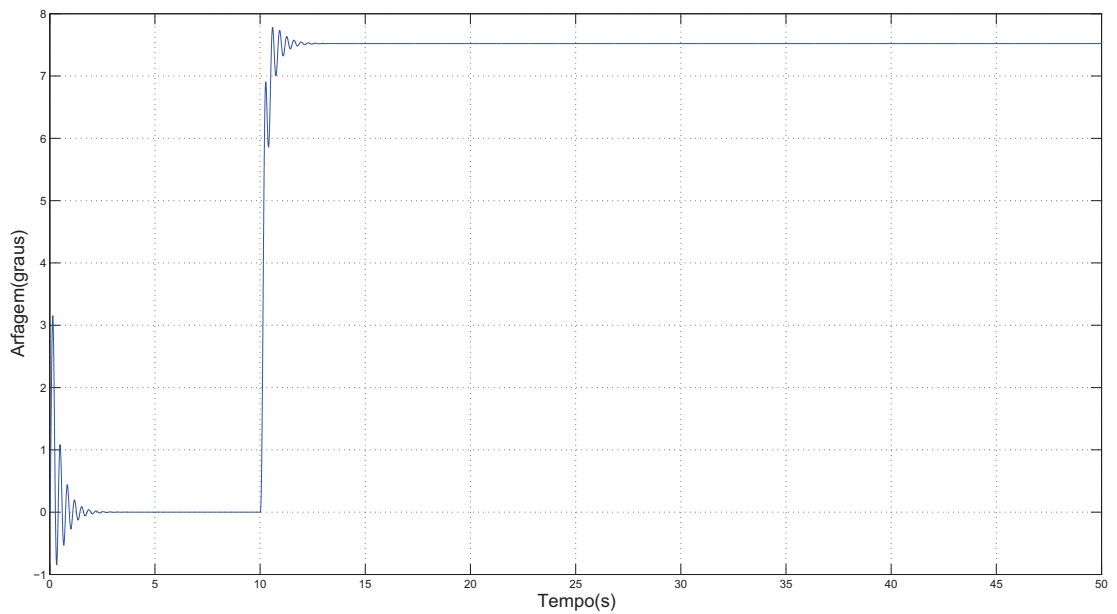


Figura 4.10: Resposta do sistema no movimento de arfagem. Modelo não linear

o modelo não-linear apresentando um comportamento que tende para a estabilidade nos instantes iniciais.

## 4.6 Realocação dos Polos do Sistema

Os procedimentos do projeto clássico para a realocação dos polos são baseados na função de transferência do sistema, sendo o projeto de atribuição baseado no modelo de estado do sistema (Phillips & Harbor 1997).

No espaço de estado, considerando-se o sistema sem realimentação, os autovalores das matrizes  $A_{(z,\phi,\theta)}$

são correspondentes às raízes das equações, isto é, aos polos do sistema, e podem ser encontrados através da equação característica (Ogata 2003):

$$\det(\lambda I - A_{(z,\phi,\theta)}) = 0, \quad (4.24)$$

onde  $I$  é a matriz identidade e  $\lambda$  são os autovalores do modelo.

No caso do modelo linearizado da plataforma semisubmersível, os polos podem ser obtidos da equação característica de cada grau de liberdade.

Para o movimento vertical a equação característica é:

$$s^3 + 5,806s^2 + 71,707s + 372,962, \quad (4.25)$$

Utilizando o comando “*roots*” do Matlab, determina-se os polos dessa equação  $P_{calado0} = [-0,2156 + 8,3273i \ -0,2156 - 8,3273i \ -5,3749]$ .

No movimento de jogo a equação característica é:

$$s^3 + 9,920s^2 + 369,886s + 1856,818, \quad (4.26)$$

Os polos dessa equação são  $P_{jogo0} = [-2,2725 + 18,4470i \ -2,2725 - 18,4470i \ -5,3750]$ .

E no movimento de arfagem a equação característica é:

$$s^3 + 9,920s^2 + 669,886s + 2056,818, \quad (4.27)$$

Os polos dessa equação são  $P_{arfagem0} = [-3,3741 + 25,2408i \ -3,3741 - 25,2408i \ -3,1717]$ .

Podemos observar, pelos resultados obtidos, algumas características indesejáveis, que vem de encontro ao que se deseja para o sistema em questão, como por exemplo, os três graus de liberdade apresentam polos próximos à origem do sistema de coordenadas, o que torna a resposta do sistema relativamente lenta, já que a velocidade de estabilização a longo prazo (assimptótica) depende exclusivamente do pólo que esteja mais próximo do eixo imaginário, tornando-se mais lenta quanto mais próximo se encontrar esse pólo do eixo. Outra característica indesejável é a presença de polos complexo conjugados, o que torna a resposta do sistema menos amortecida. Essas características são indesejáveis já que espera-se que o sistema responda rapidamente aos comandos dados aos tanques de lastro e o movimento de balanço da plataforma seja o menor possível.

Para contornar esses problemas utilizou-se uma abordagem básica do controle por realimentação de estado, que permite reposicionar os autovalores desse sistema. Para realizar a realimentação de estado, define-se uma nova entrada para o sistema equivalente à diferença entre a entrada de referência e a saída atual do sistema (sinal de erro), como mostra a equação (Ogata 2003):

$$u = K_c y_{ref} - K_g x, \quad (4.28)$$

onde  $K_c$  é o ganho DC,  $y_{ref}$  é o sinal de referência para as bombas de lastro e  $K_g$  é o vetor de ganhos para cada grau de liberdade.

Na Fig.4.11, pode-se observar o modelo no espaço de estado em malha fechada.

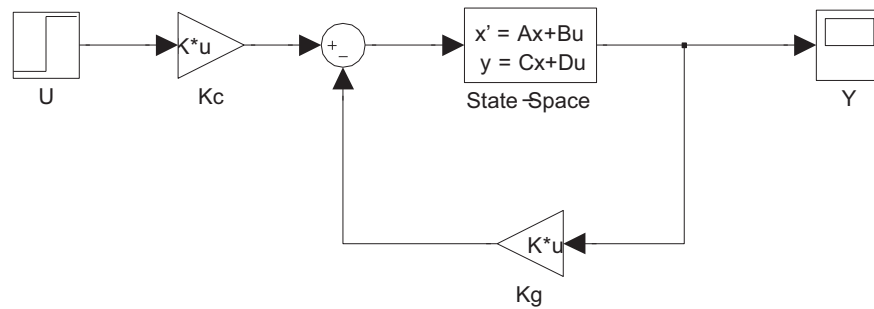


Figura 4.11: Modelo no espaço de estado em malha fechada

Substituindo (4.28) em (4.37), teremos:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B(K_c y_{ref} - K_g x), \\ \dot{x} &= (A - BK_g)x + BK_c y_{ref}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Na equação (4.29) pode-se observar que os polos do sistema não dependem mais apenas da matriz  $A$ , mas também da matriz  $B$  e do vetor de ganhos  $K_g$ . Caso não haja uma entrada de referência  $y_{ref} = 0$ , o sinal de entrada será simplesmente  $u = -K_g x$ .

Para realizar o projeto do controlador por realimentação deve-se, primeiramente, observar se o sistema é completamente controlável, condição necessária e suficiente para alocação arbitrária de polos.

#### 4.6.1 Controlabilidade do Sistema

Um sistema é dito controlável no instante  $t_0$  se for possível, por meio de um vetor de controle não limitado, transferir o sistema de qualquer estado inicial  $x(t_0)$  para qualquer outro estado, em um intervalo de tempo finito (Ogata 2003).

##### 4.6.1.1 Controlabilidade Completa de Estado de Sistemas de Tempo Contínuo

Considere o sistema de tempo contínuo:

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (4.30)$$

O sistema descrito pela equação (4.30) será dito controlável em  $t = t_0$  se for possível construir um sinal de controle não limitado que transfira o sistema de um estado inicial para qualquer estado final, em um intervalo de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_1$ . Se todo estado for controlável, então o sistema será considerado de estado completamente controlável. Pode-se demonstrar que um sistema como o dado pela equação (4.30) é de estado completamente controlável se, e somente se, os vetores  $B, AB, \dots, A^{n-1}B$  forem linearmente independentes ou a matriz  $[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$  tiver posto  $n$  (posto completo).

Assim, para o caso da plataforma semisubmersível, podemos mostrar que as matrizes de controlabilidade

possuem posto completo (eq.4.40), sendo possível aplicar a realocação arbitrária de seus polos.

$$\begin{aligned}
 W_{c_{calado}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2016 \\ 0 & 2016 & -1170 \\ 10 & -30 & 160 \end{bmatrix}, \\
 W_{c_{jogo}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1434 \\ 0 & 1434 & -1422 \\ 0 & -100 & 300 \end{bmatrix}, \\
 W_{c_{arfagem}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1634 \\ 0 & 1634 & -1462 \\ 0 & -100 & 300 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

## 4.7 Cálculo do Ganho de Realimentação

A escolha da posição dos novos polos do sistema levou em consideração as características desejáveis para o sistema, citadas anteriormente. Alocando-se os polos dominantes da malha fechada distantes do eixo  $j\omega$  de modo que a resposta do sistema se torne muito rápida, os sinais se tornarão muito elevados, fazendo com que o sistema se torne não-linear, característica que deve ser evitada (Chen 1999). Portanto, foram escolhidos polos situados sobre o eixo real e razoavelmente distantes do eixo  $j\omega$ , de modo a garantir uma resposta razoavelmente rápida com pouco “overshoot”.

$$\begin{aligned}
 P_{calado} &= \begin{bmatrix} -5 & -10 & -16 \end{bmatrix}, \\
 P_{jogo} &= \begin{bmatrix} -5 & -12 & -20 \end{bmatrix}, \\
 P_{arfagem} &= \begin{bmatrix} -6 & -10 & -16 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Um quarto pólo foi acrescentado referente a um integrador adicional utilizado para reduzir ao mínimo o erro estacionário.

$$\begin{aligned}
 P_{calado_o} &= \begin{bmatrix} -5 & -10 & -16 & -30 \end{bmatrix}, \\
 P_{jogo_o} &= \begin{bmatrix} -5 & -12 & -20 & -30 \end{bmatrix}, \\
 P_{arfagem_o} &= \begin{bmatrix} -6 & -10 & -16 & -30 \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

Existem várias maneiras de se calcular os ganhos de malha fechada responsáveis pelo reposicionamento dos polos nos locais desejados. Uma maneira bem simples define a matriz de ganho como:  $K_G =$

$[k_{G1} \ k_{G2} \ k_{G3}]$ . Igualando-se  $|sI - A_{(z,\phi,\theta)} + B_{(z,\phi,\theta)}K_G|$ , onde  $s = j\omega$  e  $I$  é a matriz identidade, com a equação característica desejada, obtém-se os ganhos de malha fechada. Nessa Dissertação os ganhos foram calculados pela função "acker" do Matlab.

Os ganhos de malha fechada obtidos foram:

$$\begin{aligned} K_{calado} &= \begin{bmatrix} -0,0655 & 0,0103 & 4,6872 & -0,1157 \end{bmatrix}, \\ K_{jogo} &= \begin{bmatrix} -0,0698 & -0,0006 & 2,5190 & -0,0339 \end{bmatrix}, \\ K_{arfagem} &= \begin{bmatrix} -0,0898 & -0,0006 & 2,7190 & -0,6587 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para o controle por espaço de estado, malha fechada, há a necessidade de medir-se todas as variáveis de estado do sistema, no caso da plataforma semi-submerível o calado ( $z$ ), o ângulo de jogo ( $\phi$ ), o ângulo de arfagem ( $\theta$ ), suas respectivas derivadas de primeira ordem ( $p$ ,  $q$  e  $r$ ) e o volume dos tanques de lastro ( $V_{(z,\phi,\theta)}$ ). Na prática, a obtenção de alguns desses parâmetros, como exemplo as velocidades, é dificultada por ruídos e distúrbios, o que sugere a utilização de observadores no projeto de controle (Fortes & Cunha 2006). O modelo com os três graus de liberdade pode ser observado na Fig. 4.12.

Nas Figs. 4.13 à 4.14, pode-se observar o comportamento do sistema no grau vertical em malha fechada

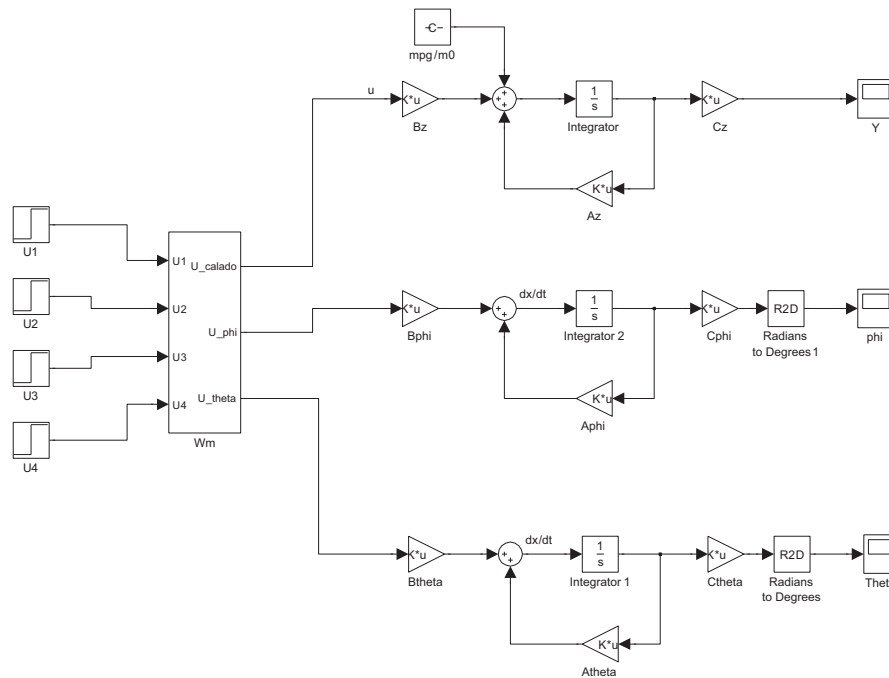


Figura 4.12: Modelo do sistema com três graus de liberdade

para duas situações distintas. Primeiro, foi utilizada uma entrada em degrau como sinal de referência e depois, um distúrbio foi aplicado à planta e seu comportamento foi monitorado.

Pode-se observar uma resposta um pouco lenta e superamortecida na entrada em degrau. No caso do distúrbio, a resposta foi relativamente rápida, embora uma pequena oscilação possa ser observada antes do regime.

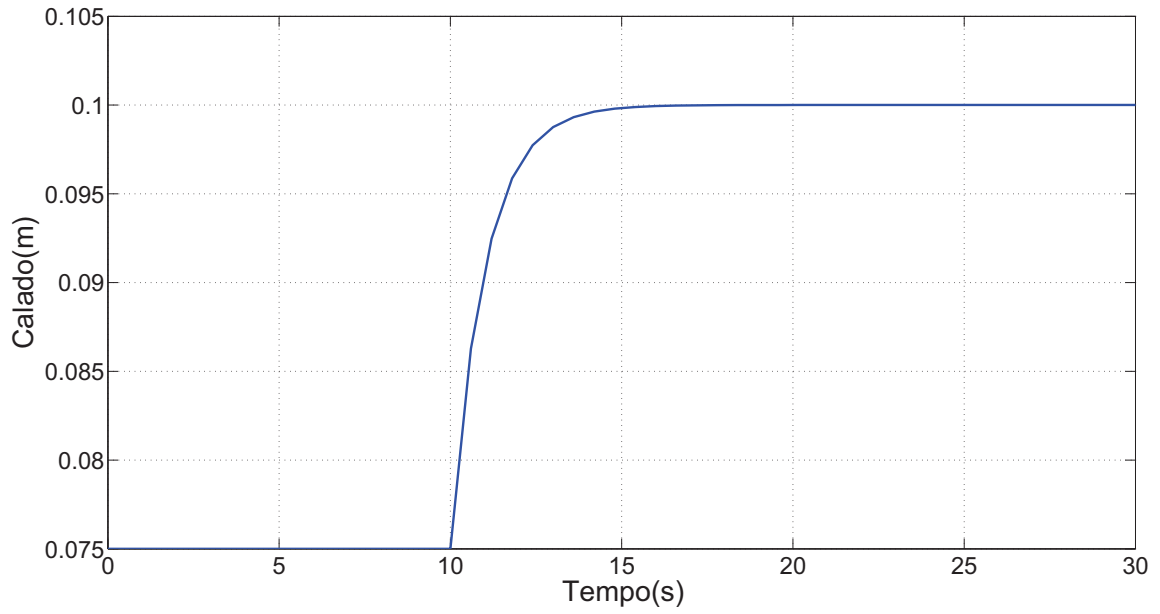


Figura 4.13: Resposta do sistema no grau de liberdade vertical com uma entrada em degrau.

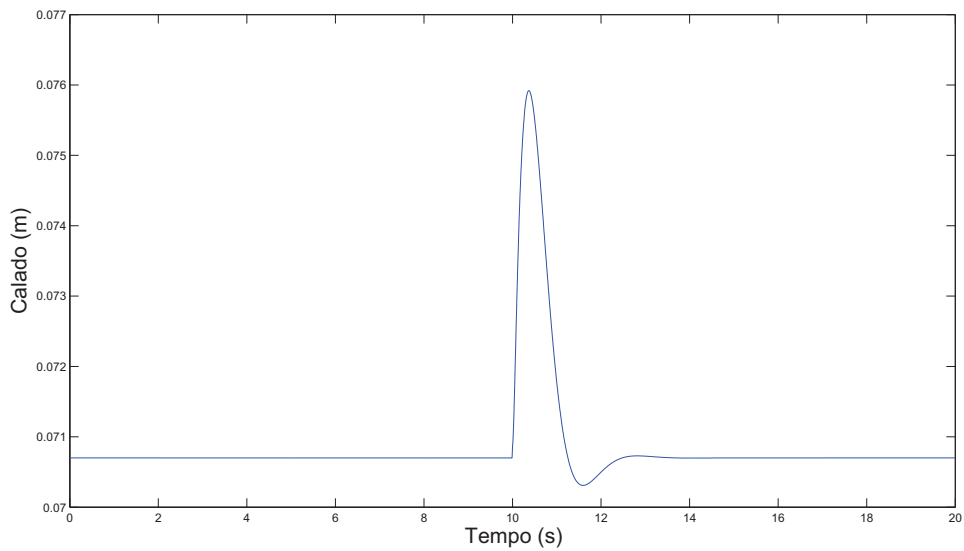


Figura 4.14: Resposta do sistema no grau de liberdade vertical ao distúrbio aplicado.

É irreal assumir que todos os estados de um sistema possam ser medidos, principalmente se o sistema estiver sujeito a distúrbios (Åström & Hägglund 1984). Por isso, há a necessidade da utilização de observadores de estado para a melhoria da resposta do sistema.



## 4.8 Observador de Estado

O uso de um observador de estado de ordem plena auxilia na obtenção das variáveis de estado do sistema. A figura abaixo mostra o modelo interno de um observador de estado. Nota-se que o mesmo é composto por uma cópia da planta, sendo realimentada pelo erro gerado entre a saída do sistema e a saída estimada, multiplicado por um vetor de correção de erros ( $K_0$ ). Sua entrada é composta pela entrada da planta e por esse sinal realimentado. E sua saída é o vetor de estado estimado (Ogata 2003). Assim, variáveis difíceis de serem mensuradas na prática podem ser estimadas e o controlador pode agir sobre uma estimativa bastante razoável da resposta do sistema a uma determinada entrada. Assim, considerando a planta definida pelas equações abaixo:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (4.35)$$

$$y = Cx, \quad (4.36)$$

A Figura 4.15 mostra o modelo interno de um observador de estado. Nota-se que o mesmo possui uma cópia da planta, representado por  $A_o$ ,  $B_o$ ,  $C_o$ . O observador tem como saída o vetor de estado estimado  $x_o$  e suas entradas são compostas pela entrada da planta e pela saída observável da mesma. De modo a tentar minimizar erros devido às diferenças entre a planta e o modelo, existe um vetor de correção de erros  $k_o$  que age na diferença entre a saída observável da planta e a saída estimada do observador (Ogata 2003).

O modelo matemático do observador fica definido como:

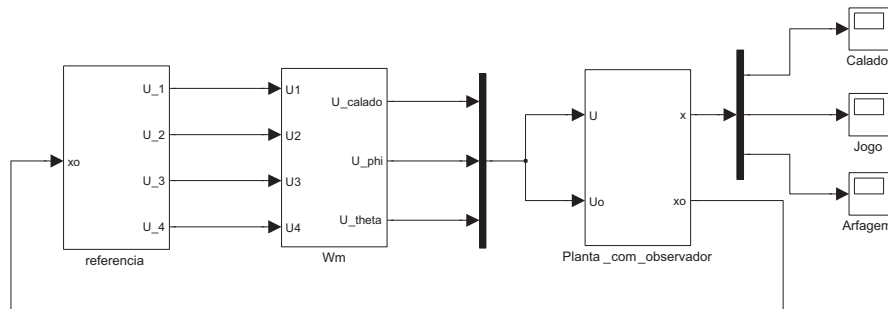


Figura 4.15: Modelo no espaço de estado em malha fechada com observador

$$\dot{x}_o = Ax_o + Bu + k_o(y - Cx_o), \quad (4.37)$$

$$\dot{x}_o = (A - k_oC)x_o + Bu + k_oy, \quad (4.38)$$

E o modelo com observador de ordem plena (mesma ordem da planta), utilizado nas simulações, possui um erro de observação igual a (Ogata 2003):

$$\dot{x} - \dot{x}_o = (A - k_oC)(x - x_o). \quad (4.39)$$

## Observabilidade do sistema

Um sistema será dito observável se todo estado puder ser determinado pela observação da saída  $y(t)$  durante um intervalo de tempo finito.

Foi demonstrado em (Ogata 2003) que isso requer que a matriz  $[C^T (CA)^T \dots (CA^{n-1})^T]^T$  tenha posto completo (vetores linearmente independentes).

$$\begin{aligned} W_{u_{calado}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -69,4 & -0,4 & 3750,7 \end{bmatrix}, \\ W_{u_{jogo}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -345 & -5 & 1333,6 \end{bmatrix}, \\ W_{u_{arfagem}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0 \\ -545 & -6 & 1533,6 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Simulações utilizando o modelo com observador de estado no grau de liberdade vertical podem ser vistas nas Figs. 4.16 e 4.17. Uma entrada em degrau foi aplicada com o modelo linear e com o modelo não-linear. Percebe-se claramente uma melhora na resposta do modelo, que responde mais rapidamente à entrada

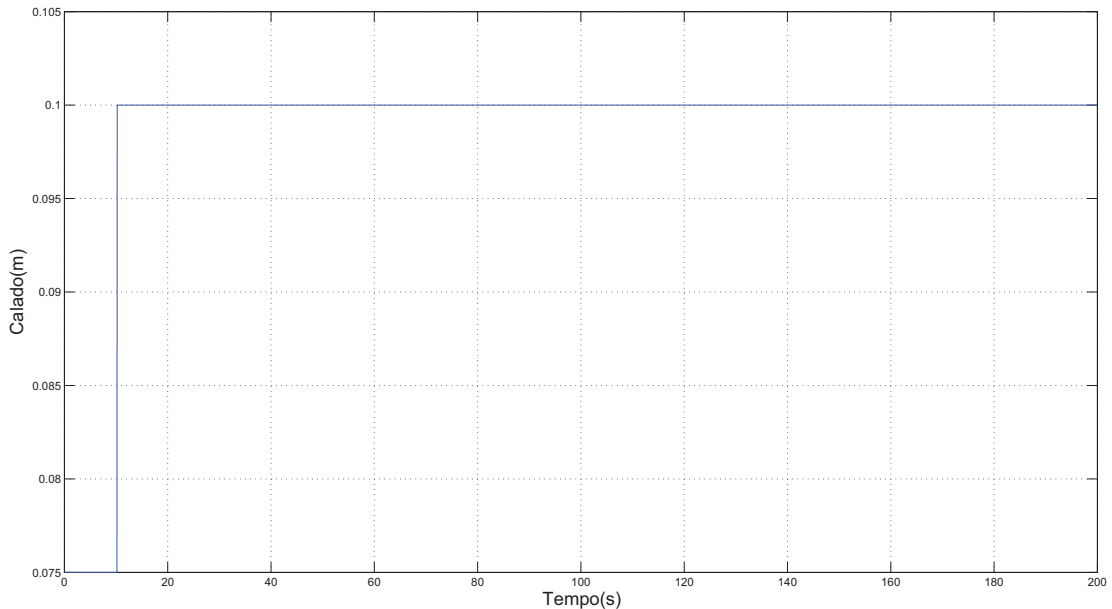


Figura 4.16: Resposta no grau de liberdade do calado com observador de estado com entrada em degrau, modelo linear

em degrau, sem a oscilação antes do regime permanente. No modelo não linear, um *overshoot* considerável pode ser observado.

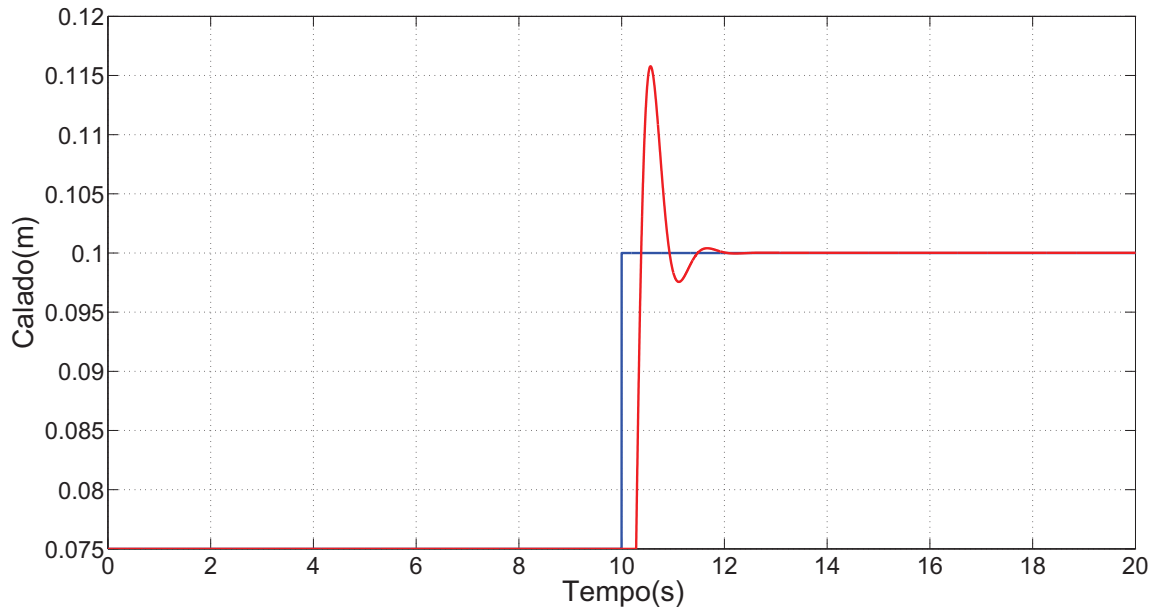


Figura 4.17: Resposta no grau de liberdade do calado com observador de estado com entrada em degrau, modelo não-linear

No grau de liberdade do jogo, um distúrbio também foi provocado na planta e seu comportamento para os modelos linear e não-linear pode ser visto nas Figs. 4.18 e 4.19.

Pode-se perceber uma rápida resposta do sistema à perturbação, sendo que uma grande oscilação antes

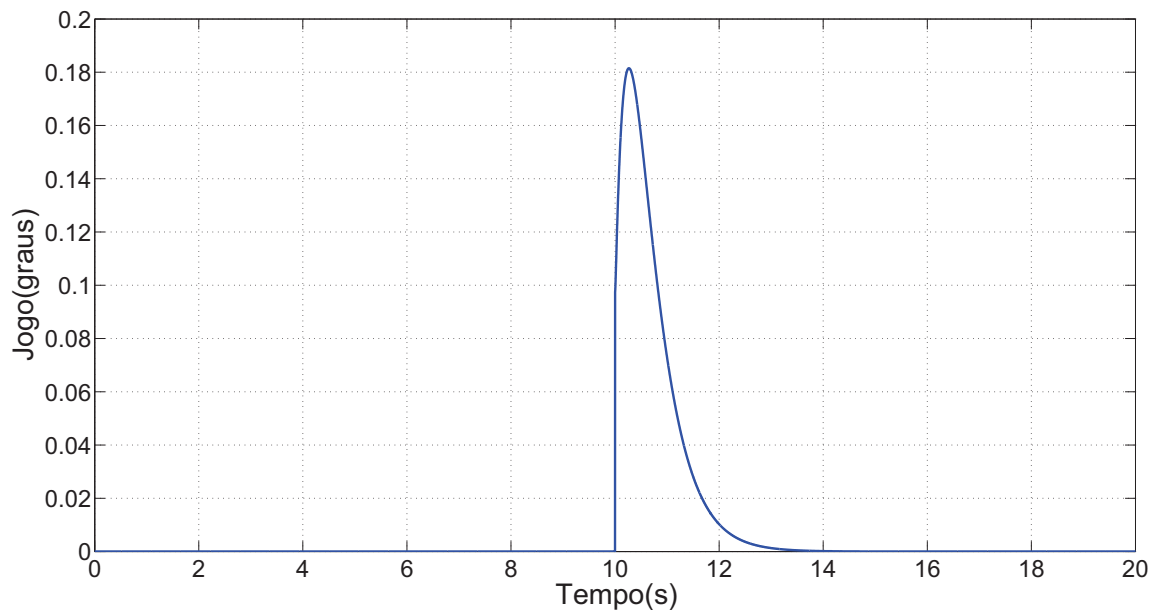


Figura 4.18: Resposta do sistema à uma perturbação no jogo, modelo linear

da estabilidade pode ser vista no modelo não-linear.

No grau de liberdade da arfagem, um distúrbio também foi provocado na planta e seu comportamento para os modelos linear e não-linear pode ser visto nas Figs. 4.20 e 4.21.

Pode-se perceber também que o modelo responde à perturbação, sendo que mais uma vez uma grande

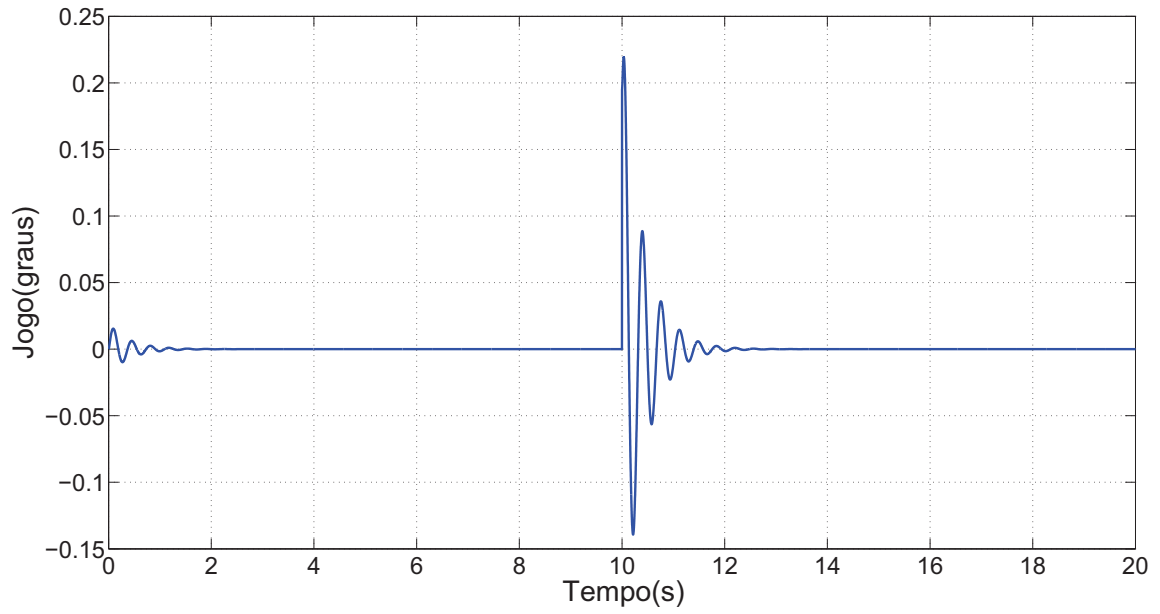


Figura 4.19: Resposta do sistema à uma perturbação no jogo, modelo não-linear

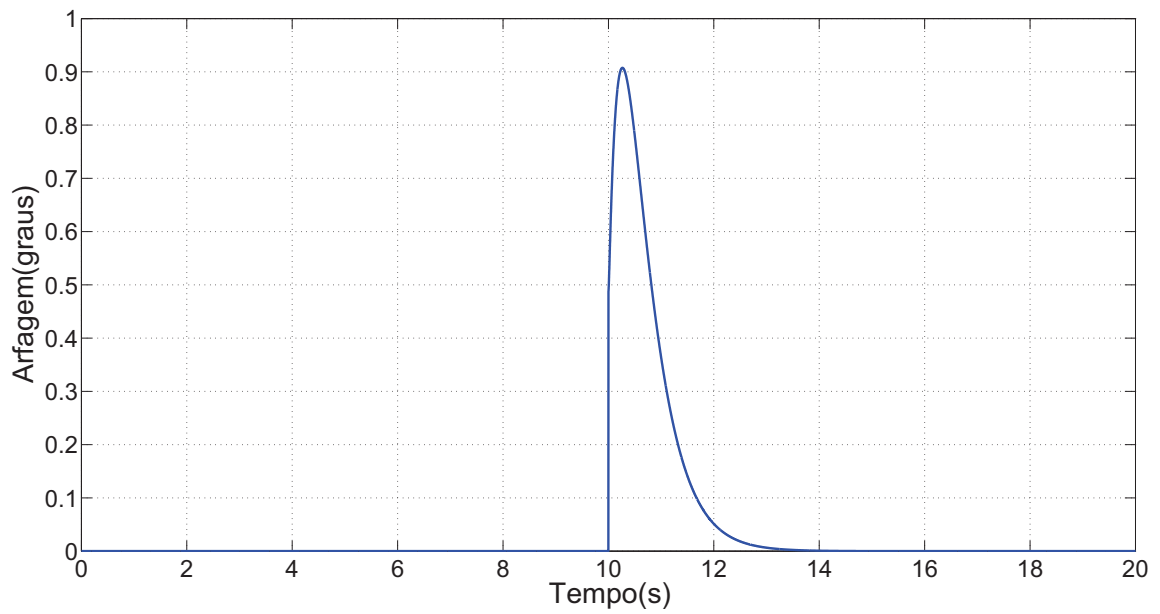


Figura 4.20: Resposta do sistema à uma perturbação na arfagem, modelo linear

oscilação antes da convergência pode ser vista no modelo não-linear

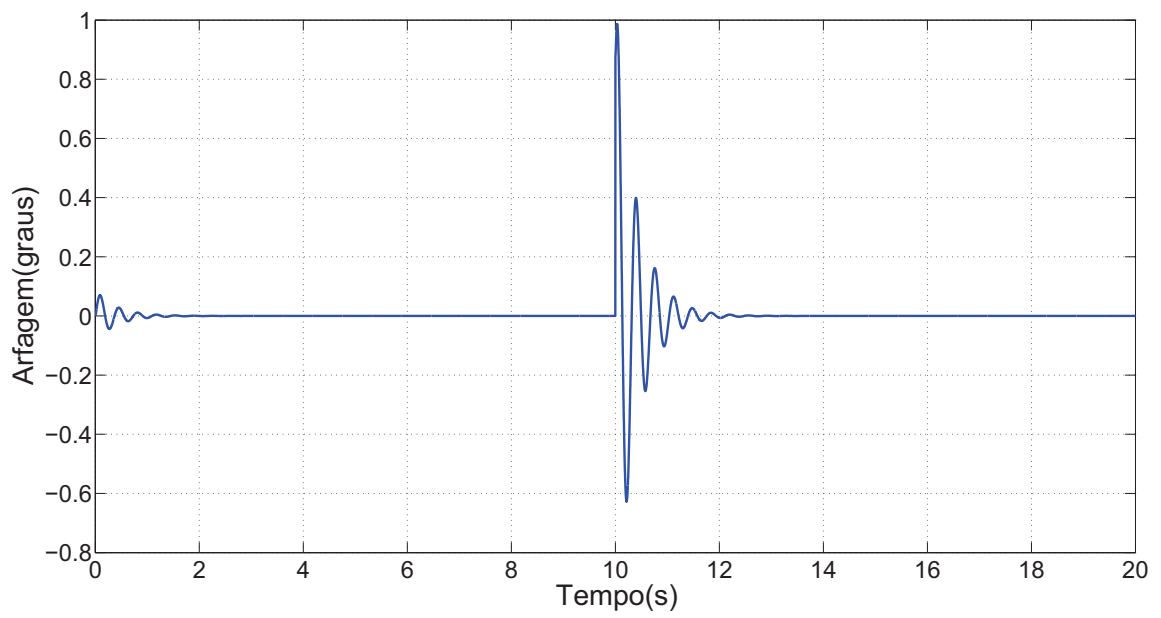


Figura 4.21: Resposta do sistema à uma perturbação na arfagem, modelo não-linear

## Capítulo 5

# CONCLUSÃO

O trabalho desenvolvido ao longo desta Dissertação teve como objetivo fornecer uma nova ferramenta na área de modelagem da dinâmica de plataformas semi-submersíveis com seis graus de liberdade. O modelo desenvolvido foi capaz de reproduzir com boa fidelidade o modelo real, possibilitando a obtenção de resultados com a plataforma de pequeno porte semelhantes aos resultados que seriam obtidos com uma plataforma de dimensões maiores, respeitando-se as devidas proporções. As aproximações aplicadas ao modelo não influenciaram nos resultados dos testes e simulações realizados, já que as linearizações realizadas e a robustez do controlador levaram-nas em consideração.

A metodologia utilizada para obtenção do volume e do centro de empuxo, essenciais para a modelagem e para o desenvolvimento do controlador, foi bem desenvolvida e implementada, o que possibilitou a obtenção desses parâmetros com sucesso. O estudo de cada caso apresentado para o número de vértices submersos dos tetraedros, a identificação do volume submerso e a determinação do centro de empuxo foi bem sucedida e através da soma de todos os volumes submersos, chegou-se ao volume submerso total da plataforma. De maneira semelhante, utilizando-se os momentos de primeira ordem de cada tetraedro, foi possível obter-se o centro de empuxo da plataforma.

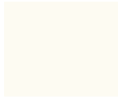
Os parâmetros da Dinâmica da Plataforma foram obtidos experimentalmente, por meio de simulações e de medições diretas de alguns parâmetros da plataforma.

O controlador implementado com o objetivo de manter a plataforma estável diante das inclinações sofridas por mudanças no centro de massa ou ação das intempéries, através dos tanques de lastro foi bem desenvolvido e testado. A análise dos resultados limitou-se ao modelo matemático e às simulações, devido a problemas com a estrutura física da plataforma que apresentou problemas nos testes iniciais, tornando impossível utilizá-la em outros experimentos.

Uma comparação entre os modelos linear e não linear revelou diferenças significativas no comportamento do modelo, o que já era esperado levando-se em consideração as aproximações realizadas no modelo linear. O artigo (Samyn & Cunha 2009) publicou a modelagem desenvolvida e a metodologia adotada para a obtenção dos parâmetros da plataforma.

Dando prosseguimento ao trabalho desenvolvido nesta Dissertação, a avaliação de outras estratégias de controle permitirá a otimização do controlador utilizado na plataforma.






A implementação do controlador em uma nova plataforma de pequenas dimensões permitirá a realização de novos experimentos utilizando o modelo desenvolvido.

# Referências Bibliográficas

- Ahearn, D. (2008), ‘Sea launch to seek NASA space-missions contracts’, *Defense Daily* .
- Aliabadi, S. & Shujaee, K. (2001), ‘Free-surface flow simulations using parallel finite element method’, *Simulation* pp. 257–262.
- Åström, K. J. & Hägglund, T. (1984), ‘Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins’, *Automatica* **20**(5), 645–651.
- Beer, F. P. & Johnston, E. R. (1972), *Vector Mechanics for Engineers: Statics*, 2nd edn, McGraw-Hill.
- Biran, A. B. (2003), *Ship Hydrostatics and Stability*, Butterworth.
- Bourg, D. M. (2002), *Physics for Game Developers*, O’Reilly.
- Chen, C. T. (1999), *Linear System Theory and Design*, 5th edn, Oxford University Press, New York.
- Coelho, L. C. G. & Nascimento, A. S. A. (2002), Manual do programa SSTAB versão 2.43, Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.tecgraf.puc-rio.br/~lula/sstab/sstab.pdf>.
- Coriolis, G. C. (1832), ‘Mémoire sur le principes des forces vives dans les mouvements relatifs des machines’, *Journal de Lécole Polytechnique* **13**, 268–302.
- Damen, A. A. H., Falkus, H. M. & Bouwels, J. P. H. M. (1994), ‘Modeling and control of a floating platform’, *IEEE Tr ans.Aut. Contr.* **39**(5), 1075–1078.
- Fortes, R. M. (2005), ‘Instrumentação, modelagem e controle de uma plataforma semi-submersível em escala reduzida’, Projeto de Graduação em Engenharia Eletrônica — UERJ, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/PG/2005/PG-Plataforma-Semi-Submersivel-2005.pdf>.
- Fortes, R. M. & Cunha, J. P. V. S. (2006), Modelagem da dinâmica e experimentos com uma plataforma semi-submersível em escala reduzida, *in* ‘Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática’, Salvador – BA, pp. 1632–1637.
- Fossen, T. I. (2002), *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs, and Underwater Vehicles*, Marine Cybernetics, Trondheim, Norway.
- Guézic, A. & Hummel, R. (1995), ‘Exploiting triangulated surface extraction using tetrahedral decomposition’, *IEEE Tr ans.Visualization and Computer Graphics* **1**(4), 328–342.



- Hancox, M. (1998), ‘Stability and ballast control’, *Oilfield Publications Ltd.* **7**.
- Jordán, M. A. & Duga, G. E. (1998), Nonlinear modeling of a moored floating platform in stochastic environment, *in* ‘Proc. American Contr. Conf.’, Philadelphia, pp. 1094–1098.
- Klug, S. (1979), A control-system for an ultra-high-speed ballasting equipment, *in* ‘Proc. 11th Annual Offshore Tech. Conf.’, Houston, Texas, pp. 307–314.
- Ludovico, C. S., Albuquerque, G. S. & Silva, G. L. L. (2007), ‘Controle de lastro em sistemas marítimos de produção de óleo e gás’, Monografia do Curso de Especialização em Automação Industrial — UERJ, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/PG/2007/MG-Controle-Lastro-Sist-Maritimos-2007.pdf>.
- MacLean, K. J. M. (2004), *A Geometric Analysis of The Platonic Solids and Other Semi-Regular Polyhedra*, Loving Healing Press.
- Neto, A. C., Castanharo, C. A., Moraes, C. E. M. & Lopes, R. C. (2007), ‘Ajuste e simulação de controladores de lastro de uma plataforma semi-submersível de pequenas dimensões’, Monografia do Curso de Especialização em Automação Industrial — UERJ, Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.lee.eng.uerj.br/~jpaulo/PG/2007/MG-Ajuste-Controle-Semi-Submersivel-2007.pdf>.
- Neto, A. C., Castanharo, C. A., Moraes, C. E. M., Lopes, R. C. & Cunha, J. P. V. S. (2007), Ajuste de controladores de lastro de uma plataforma semi-submersível de pequenas dimensões, *in* ‘Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente’, Florianópolis – SC.
- Neves, M. A. S. & Rodriguez, C. A. (2006), ‘Stability analysis of ships undergoing strong roll amplifications in head seas’, *Marine Systems and Ocean Technology* **2**(1-2), 15–26.
- Ogata, K. (2003), *Modern Control Engineering*, 4rd edn, Prentice-Hall.
- Phillips, C. L. & Harbor, R. D. (1997), *Sistemas de Controle e Realimentação*, Makron Books.
- Rujun, L., Henson, M. A. & Kurtz, M. J. (2004), ‘Selection of model parameters for off-line parameters estimation’, *IEEE Tr ans.Control Systems Technology* **12**(3), 402–412.
- Samyn, L. M. & Cunha, J. P. V. S. (2009), Dynamic model of a semi-submersible platform for the development of ballast control systems, *in* ‘Preprints of the 8th IFAC Conf. Manoeuvring and Control of Marine Craft’, Guarujá – SP, pp. 146–151.
- Savaresi, S. M., Previdi, F., Dester, A., Bittanti, S. & Ruggeri, A. (2004), ‘Modeling, identification, and analysis of limit-cycling pitch and heave dynamics in a ROV’, *IEEE J. Oceanic Eng.* **29**(2), 407–417.
- Silvestre, C. L., Sequeira, J. M. & Sentieiro, J. S. (1990), Modelling and adaptative control of a deepwater FSV, Tallinn – Estonia – URSS.
- SNAME (1950), ‘Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid’, *Technical and Research Bulletin* (1–5).



Teixeira, J. L. P., Reis, L. G. & Feitosa, P. H. F. (2000), 'Sistema de controle de estabilização de uma plataforma flutuante por computador', Projeto de Graduação em Engenharia Eletrônica — UERJ, Rio de Janeiro.