



**Universidade do Estado do Rio de Janeiro**  
Centro de Tecnologia e Ciências  
Faculdade de Engenharia

Carlos Henrique da Silva Certório

**Simulador MATLAB para Sistemas Ópticos WDM Amplificados**

Rio de Janeiro  
2009

Carlos Henrique da Silva Certório

## **Simulador MatLab para Sistemas Ópticos WDM Amplificados**



Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Área de Concentração: Redes de Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dr. José Rodolfo Souza

Rio de Janeiro  
2009

CATALOGAÇÃO NA FONTE  
UERJ/REDE SIRIUS/CTC/B

C418 Certorio, Carlos Henrique da Silva.  
Simulador MATLAB para sistemas WDM amplificados / Carlos  
Henrique da Silva Certorio. – 2009.  
138 f. : il.

Orientador : José Rodolfo Souza .  
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado do Rio  
de Janeiro, Faculdade de Engenharia.  
Bibliografia: f.124

1. Amplificadores óticos. 2. Fibras óticas. I. Souza, José Rodolfo.  
II. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Faculdade de  
Engenharia. III. Título.

CDU 621.375.1

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta tese.

---

Assinatura

Data

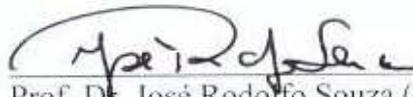
Carlos Henrique da Silva Certório

## Simulador MATLAB para Sistemas Ópticos WDM Amplificados

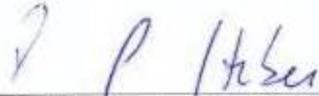
Dissertação apresentada, como requisito para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica, da Universidade Estadual do Rio de Janeiro. Área de concentração: Redes de Telecomunicações.

Aprovado em: 20 de julho de 2009

Banca Examinadora:



Prof. Dr. José Rodolfo Souza (Orientador)  
Faculdade de Engenharia da UERJ



Prof. Dra. Paula Brandão Harboe  
Faculdade de Engenharia da UFF



Prof. Dr. Antonio Romeiro Sapienza  
Faculdade de Engenharia da UERJ



Prof. Dr. Alexandre de Oliveira Dal Forno  
Faculdade de Engenharia da UERJ

Rio de Janeiro  
2009

## DEDICATÓRIA

À minha esposa, Andrea, pelo amor, paciência e incentivo de todos os dias.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por este trabalho ser apenas mais uma de muitas bênçãos, milagres e conquistas na minha vida.

Ao Professor José Rodolfo Souza, que com paciência e sabedoria me ajudou a crescer, como profissional e como pessoa.

Aos meus pais, Carlos Alberto e Ana Lúcia, meu porto seguro, meu espelho de humildade, ética e caridade. Exemplo de amor à Deus, à Igreja e a família. Minha mais sincera e profunda gratidão.

A Furnas Centrais Elétricas, em especial aos engenheiros José Antônio Paula Motta e Mário César Nunes Torraca, por me dar a oportunidade de me dedicar a este trabalho.

Que cada um cuide do que diz. A razão é simples: o Reino de Deus pode começar ou terminar, na palavra que escolhemos dizer.

*Pe. Fábio de Melo*

## RESUMO

CERTORIO, Carlos Henrique da Silva. Simulador MATLAB para Sistemas Ópticos WDM Amplificados, 2009. 140f. Dissertação (Mestrado em Comunicações Ópticas) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Neste trabalho é apresentado um simulador MATLAB para sistemas ópticos WDM amplificados baseado na solução das equações não lineares de Schrödinger acopladas, pelo método de Fourier de passo alternado. Este simulador permite o estudo da propagação de pulsos em fibras ópticas, considerando dispersão cromática, efeitos não lineares – como automodulação de fase e modulação de fase cruzada – e atenuação, prevendo também o emprego de amplificadores ópticos a fibra dopada com Érbio (EDFAs). Através de simulações numéricas, foi explorada a técnica de otimização do posicionamento de um EDFA ao longo de um enlace óptico, sem repetidores, que objetiva a redução dos custos de implantação de sistemas ópticos, seja pela diminuição da potência do transmissor ou pela relaxação da exigência de sensibilidade do receptor. Além disto, pode favorecer um aumento na capacidade do sistema, através do aumento do alcance ou da taxa de transmissão. A concordância dos resultados obtidos com os disponíveis na literatura confirmam a validade da técnica, bem como a versatilidade e robustez do simulador desenvolvido.

Palavras-chave: Simulador numérico. Sistemas WDM Amplificados. EDFA.

## **ABSTRACT**

This work presents a MATLAB simulator for amplified optical WDM systems. The simulator is based on the numeric solution of coupled nonlinear Schrödinger equations via the Split-Step Fourier Method. This simulator allows the user to study pulse propagation in optical fibers considering chromatic dispersion, nonlinear effects – self-phase modulation and cross-phase modulation – and fiber loss, foreseeing the use of Erbium-doped fiber amplifier (EDFA) too. By means of numerical simulations, the optimization of the location of an EDFA in repeaterless transmission system was explored, aiming at improving the implementation of optical communication systems by decreasing the transmitter power or the receiver sensitivity requirements. Also, this technique can lead to improved system capacity by increasing fiber either the link length or the bit rate. The results obtained with the simulator agree very well with experimental results presented in the literature, confirming the validity of the technique, as well as the versatility and robustness of the simulator.

Keywords: Numerical simulator. Amplified WDM systems. EDFA.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Três processos fundamentais que ocorrem entre os dois estados de energia de um átomo: (a) absorção; (b) emissão espontânea; e (c) emissão estimulada.....	22
Figura 2 -	Curva de ganho linearizada para um amplificador óptico EDFA.....	23
Figura 3 -	Configuração básica de um amplificador óptico EDFA.....	24
Figura 4 -	Diagrama de blocos do modelo do amplificador óptico EDFA.....	27
Figura 5 -	Curva real da variação do parâmetro de dispersão com o comprimento de onda para uma fibra óptica monomodo padrão (SMF28e – Corning®) [16].....	42
Figura 6 -	Evolução (a) temporal e (b) espectral de um pulso óptico gaussiano com largura $T_0 = 1$ ps, em uma fibra óptica dispersiva e linear, com $\beta_2 = -20$ ps <sup>2</sup> /km e $L = 2L_D$ .....	46
Figura 7 -	Evoluções temporal (a) e espectral (b) de um pulso secante hiperbólica com $T_0=1$ ps em uma fibra dispersiva e linear, com $\beta_2 = -20$ ps <sup>2</sup> /km e comprimento $L = L_D$ .....	47
Figura 8 -	Evolução temporal de um pulso gaussiano com largura $T_0 = 1$ ps, em uma fibra óptica dispersiva e linear, com comprimento $L = 5L_D$ e parâmetros $\beta_2 = 0$ ps <sup>2</sup> /km e $\beta_3 = 0,1$ ps <sup>3</sup> /km.....	48
Figura 9 -	(a) Variação temporal e (b) desvio de frequência instantânea $\delta\omega$ para um pulso gaussiano com $T_0 = 100$ ps e amplitude normalizada.....	51
Figura 10 -	Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso óptico gaussiano com largura $T_0= 100$ ps e potência de pico $P_0 = 1$ W, em uma fibra óptica sem dispersão, não linear e sem perdas, com $\gamma = 3$ (W.km) <sup>-1</sup> e $L = 10L_{NL}$ .....	51
Figura 11 -	Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal de uma fibra dispersiva, não linear e sem perdas, com $T_0 = 1$ ps, $\beta_2 = 20$ ps <sup>2</sup> /km e $L = 2L_D$ .....	53
Figura 12 -	Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal de uma fibra dispersiva, não linear e sem perdas, com $T_0 = 1$ ps, $\beta_2 = -20$ ps <sup>2</sup> /km e $L = 2L_D$ .....	54
Figura 13 -	Evolução temporal (a) e espectro óptico (b) de dois pulsos gaussianos copropagantes exibindo alargamento espectral assimétrico devido ao efeito de XPM. Os parâmetros utilizados são: $\lambda_1 = 630$ nm @ 100 W, $\lambda_2 = 530$ nm @ 50 W, $T_0 = 10$ ps, $\gamma_1 P_1 L = 40$ , $P_2 / P_1 = 0,5$ , $\gamma_2 / \gamma_1 = 1,2$ , $\tau_d = 0$ , $\delta = 5$ e $L = 5$ m.....	65
Figura 14 -	Evolução dos envelopes dos pulsos de teste e de bombeio ao longo da fibra, o chirp de frequência induzido (no pulso de teste) e os espectros dos pulsos ao fim da propagação, onde em (a) os pulsos são lançados simultaneamente na fibra, em (b) o pulso de bombeio é lançado com um retardo de 20 ps e em (c) o pulso de bombeio é lançado com um retardo de 40 ps.....	70
Figura 15 -	Envelope (a) e espectro (b) dos pulsos de teste (à esquerda) e de bombeio (à direita) na saída da fibra, sob efeito conjunto de GVD, SPM e XPM, utilizando os seguintes parâmetros: $L/L_D = 0,4$ , $L_D/L_W = 10$ , $L_D/L_{NL} = 100$ , $P_2 = 8$ W.....	72

Figura 16 - Diagrama de blocos de um enlace óptico WDM amplificado.....	77
Figura 17 - Diagrama de blocos do receptor óptico.....	78
Figura 18 - Resposta em frequência do filtro óptico (parte real), com largura de banda Bot=200 GHz.....	79
Figura 19 - Resposta em frequência do filtro elétrico, com largura de banda Bel = 2,5 GHz.....	80
Figura 20 - Diagrama de olho (em um bitslot TB) de um sistema solitônico amplificado transmitindo 64 bits a uma taxa $B = 2,5\text{Gbps}$ , com os seguintes parâmetros: $T_0 = 10\text{ ps}$ , $\beta_2 = -2\text{ ps}^2/\text{km}$ , $\alpha = 0,2\text{ dB/km}$ , $L = 6000\text{ km}$ , $Lamp = 40\text{ km}$ e $Bot = 200\text{ GHz}$ . O valor de Bel é (a) 0,5B, (b) 0,7B, (c) B e (d) 1,5B.....	81
Figura 21 - Parâmetros obtidos a partir de um diagrama de olho, que são utilizados para cálculo da estimativa da taxa de erro de bits dos sistemas simulados.....	83
Figura 22 - Diagrama de olho do sinal com potência de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm, no início da fibra.....	86
Figura 23 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do Sistema A, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	88
Figura 24 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema B, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	91
Figura 25 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema B com amplificador BOOSTER, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	94
Figura 26 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema C, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	97
Figura 27 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema C com amplificador BOOSTER, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	100
Figura 28 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema D, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	103
Figura 29 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14 nm) do sistema D com amplificador BOOSTER, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.....	106
Figura 30 - Enlace óptico a ser simulado, para verificação da técnica para otimização da posição de amplificadores EDFA em enlaces ópticos sem repetidores.....	109
Figura 31 - Curva de ganho linearizada para o amplificador óptico EDFA utilizado no simulador, para verificação da técnica de otimização da posição de EDFAs em enlaces ópticos sem repetidores.....	111

Figura 32 -	Curvas da taxa de erro de bits (BER) em função da perda total no enlace, para as configurações 1 (a) e 2 (b).....	112
Figura 33 -	Perda máxima total do enlace para as configurações 1 e 2 em função da localização do EDFA no enlace, em porcentagem da distância ao transmissor. As linhas tracejadas delimitam a região onde os resultados alcançados pelas configurações 1 e 2 se sobrepõem.....	113
Figura 34 -	Diagrama de olho do sinal recebido, no ponto de máximo comprimento do enlace ( $L_1 = 130$ km e perda total de 52,14 dB), com BER de $10^{-10}$ .....	114
Figura 35 -	Gráfico da evolução dos níveis de potência óptica na entrada do receptor, para uma BER de $10^{-10}$ , para as configurações 1 e 2.....	114
Figura 36 -	Resultados da referência [29]: Curvas da taxa de erro de bits (BER) em função da perda total, para as configurações 1 (a) e 2 (b); perda máxima total do enlace para as configurações 1 e 2 em função da localização do EDFA no enlace, em porcentagem de distância do transmissor (c) e evolução dos níveis de potência óptica na entrada do receptor, para uma BER de $10^{-10}$ , para as configurações 1 e 2 (d).....	115

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros utilizados nas simulações dos sistemas WDM com 4 canais, variando o número de amplificadores, tal que o enlace possua em torno de 600 km.....	84
Tabela 2 - Parâmetros de dispersão e não linearidades, calculados pelo simulador para cada canal WDM, considerando parâmetros da fibra óptica DSF: $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$ , $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ , $S_0 = 0,075 \text{ ps}/(\text{nm}^2\text{km})$ e $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$ .....	85
Tabela 3 - Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente, para o sistema A, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	89
Tabela 4 - Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente, para o sistema B, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	92
Tabela 5 - Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador <i>BOOSTER</i> e demais EDFAs e o ganho correspondente, para o sistema B com <i>BOOSTER</i> , com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	95
Tabela 6 - Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente, para o sistema C, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	98
Tabela 7 - Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador <i>BOOSTER</i> e demais EDFAs e o ganho correspondente, para o sistema C com <i>BOOSTER</i> , com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	101
Tabela 8 - Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente, para o sistema D, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	104
Tabela 9 - Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador <i>BOOSTER</i> e demais EDFAs e o ganho correspondente, para o sistema D com <i>BOOSTER</i> , com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.....	107

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	13
1.	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	16
1.1.	<b>Evolução dos Sistemas Ópticos Comerciais</b> .....	16
1.2.	<b>Tecnologia WDM</b> .....	19
1.3.	<b>Amplificadores a Fibra Dopada com Érbio (EDFA)</b> .....	20
1.3.1.	<u>Evolução Histórica</u> .....	21
1.3.2.	<u>Conceitos Básicos</u> .....	22
1.3.3.	<u>Configuração Básica de um EDFA</u> .....	24
1.3.4.	<u>Aplicação dos EDFAs em um enlace óptico</u> .....	24
1.3.5.	<u>Modelo Matemático para o Amplificador Óptico EDFA</u> .....	26
2.	<b>PROPAGAÇÃO DE PULSOS EM FIBRAS ÓPTICAS</b> .....	28
2.1.	<b>Propagação de Pulsos em Fibras Ópticas para um Sistema Monocanal</b> .....	28
2.2.	<b>Equação Não-Linear de Schrödinger</b> .....	32
2.3.	<b>Regimes de Propagação</b> .....	39
2.3.1.	<u>Regime de Propagação 1: Evolução do Pulso Governada por GVD</u> ..	41
2.3.2.	<u>Regime de Propagação 2: Evolução do Pulso Governada por SPM</u> ..	48
2.3.3.	<u>Regime de Propagação 3: Evolução do Pulso Governada por efeitos conjuntos de SPM e GVD</u> .....	52
2.3.4.	<u>Regime de Propagação 4: Evolução do Pulso sob Efeito da Atenuação</u> .....	54
2.4.	<b>Método Split-Step Fourier de Passo Alternado</b> .....	55
2.5.	<b>Equação de Propagação para o caso WDM – Equações Acopladas</b> .....	57
2.6.	<b>Deslocamento de Frequência induzido pela XPM</b> .....	62
2.7.	<b>Alterações Temporais Assimétricas</b> .....	71
2.8.	<b>Conclusão</b> .....	73
3.	<b>APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	76
3.1	<b>Descrição do Simulador de Sistemas WDM Amplificados</b> .....	76

3.2	<b>Apresentação dos Resultados</b> .....	83
3.2.1	<u>Simulação de Sistemas Ópticos WDM que Utilizam Amplificadores Ópticos EDFA para Compensação de Perdas</u> .....	83
3.2.2	<u>Otimização da Posição de Amplificadores Ópticos EDFA em Enlaces Ópticos sem Repetidores</u> .....	109
3.3	<b>Conclusão</b> .....	117
4.	<b>CONCLUSÃO E SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	120
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	124
	<b>APÊNDICE A</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (31).....	127
	<b>APÊNDICE B</b> – Desenvolvimento Matemático das Equações (39) e (40).....	128
	<b>APÊNDICE C</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (41).....	130
	<b>APÊNDICE D</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (46).....	131
	<b>APÊNDICE E</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (49).....	132
	<b>APÊNDICE F</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (50).....	133
	<b>APÊNDICE G</b> – Desenvolvimento Matemático da Equação (57).....	134
	<b>APÊNDICE H</b> – Desenvolvimento Matemático das Equações (103) e (104).....	135

## Introdução

Os avanços nas pesquisas científicas e métodos de fabricação de fibras ópticas e componentes de redes ópticas são notórios. Em consequência, antigas necessidades técnicas foram superadas e novas necessidades surgiram.

A tecnologia atual de fabricação de fibras ópticas, que exibem perdas de potência cada vez mais baixas, permitiu que enlaces ópticos, dependendo da taxa de transmissão e do número de canais WDM (*Wavelength Division Multiplexing* – multiplexação por divisão em comprimento de onda), alcançassem distâncias cada vez mais longas, fazendo uso somente de amplificadores ópticos.

A empresa brasileira Furnas Centrais Elétricas, que atua na área de geração e transmissão de energia elétrica, tem um sistema composto de onze usinas hidrelétricas, duas termelétricas, 19.277,5 km de linhas de transmissão e 46 subestações. Este sistema tem sua localização distribuída por diversas regiões do país: São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, Espírito Santo, Goiás, Tocantins, Mato Grosso, Paraná e Rondônia (onde está sendo construída a usina hidrelétrica de Santo Antônio, no Rio Madeira), além do Distrito Federal.

Para que seja possível operar um sistema tão complexo e geograficamente distribuído, Furnas possui um sistema de telecomunicações privado composto de uma complexa mistura de tecnologias e padrões. A parte principal deste sistema é o Sistema de Comunicação Óptica, baseado em *backbones* de longa distância, que transportam informação através de cabos OPGW (*Optical Ground Wire*). A empresa possui atualmente cerca de 5.300 km destes cabos e opera enlaces ópticos de até 320 km de comprimento, utilizando amplificadores ópticos (EDFAs) e, em algumas situações, repetidores ópticos, notavelmente mais dispendiosos, seja na implantação, seja na operação e manutenção.

Técnicas de engenharia que utilizam amplificadores ópticos a fibra dopada com Érbio (EDFA – *Erbium-Doped Fiber Amplifier*) com bombeamento remoto para compensação da perda de potência na fibra vêm sendo exaustivamente investigadas, visando maximizar as distâncias de transmissão entre dois nós de um sistema de comunicações ópticas. A otimização da localização do amplificador óptico representa uma destas técnicas e objetiva a redução dos custos de implantação do sistema, seja pela diminuição da potência do transmissor ou pela

relaxação da exigência de sensibilidade do receptor. Além disto, pode favorecer um aumento na capacidade do sistema, através do aumento do alcance ou da taxa de transmissão.

O principal objetivo deste trabalho é apresentar um modelo numérico, baseado na solução das equações não-lineares de Schrödinger acopladas pelo método de Fourier de passo alternado (*Split-Step Fourier Method*). Este modelo foi utilizado para implementar um simulador de sistemas WDM que permite o estudo da propagação de pulsos em fibras ópticas, considerando dispersão cromática, efeitos não lineares – como automodulação de fase e modulação de fase cruzada - e atenuação. O simulador prevê, também, o emprego de amplificadores ópticos a fibra dopada com Érbio (EDFAs), possibilitando, assim, a otimização do posicionamento de um EDFA ao longo de um enlace óptico, sem repetidores, visando o incremento no comprimento de enlaces sem repetidores, bem como a redução da potência de bombeamento do EDFA, mantendo um mesmo nível de desempenho do sistema.

No primeiro capítulo serão apresentados os principais fatos históricos pertinentes ao assunto desta dissertação, além de conceitos importantes sobre sistemas WDM e EDFAs, fundamentais para a correta interpretação dos resultados apresentados neste trabalho.

Em seguida, no Capítulo 2, serão abordados, em detalhes, os principais fenômenos que regem a propagação de pulsos em fibras ópticas, com a finalidade de definir toda a base teórica necessária para o desenvolvimento do simulador computacional proposto neste trabalho. Serão amplamente discutidas as aproximações e considerações (físicas e matemáticas) realizadas e estabelecidos os níveis de abrangência do modelo matemático utilizado.

Na Seção 2.1, serão discutidos conceitos de teoria eletromagnética, importantes para o desenvolvimento matemático da equação não linear de Schrödinger, que será realizado em seguida, na Seção 2.2. Na Seção 2.3 será discutida a importância relativa dos efeitos de atenuação, dispersão e automodulação de fase, através da definição de quatro regimes de propagação, investigando a propagação de pulsos em cada um destes regimes. Na Seção 2.4, será apresentado o conceito básico do método matemático utilizado neste trabalho para a solução numérica da equação não-linear de Schrödinger - o método de Fourier de passo alternado, também conhecido como Método de Propagação de Feixes.

A equação de propagação discutida na Seção 2.1 será estendida para o caso WDM, na Seção 2.5. Também será estudado o fenômeno de modulação de fase cruzada (*XPM*) e seus efeitos serão avaliados: a Seção 2.6 apresentará os efeitos espectrais e a Seção 2.7, os efeitos temporais.

No Capítulo 4, será feita uma descrição detalhada do simulador WDM desenvolvido neste trabalho, e serão expostos e discutidos os resultados das simulações realizadas. Na Seção 3.1, será feita uma descrição sucinta das funcionalidades do simulador para o estudo de sistemas amplificados e na Seção 3.2, serão apresentados os resultados e conclusões das simulações realizadas: a subseção 3.2.1 apresentará os resultados da simulação de sistemas ópticos WDM que utilizam o amplificador EDFA como mecanismo de compensação de perdas e a subseção 3.2.2, os resultados da simulação da técnica de otimização da posição de amplificadores EDFA em enlaces ópticos sem repetidores. No Capítulo 5, serão expostas as conclusões e constatações obtidas durante este trabalho e apresenta das sugestões para trabalhos futuros.

# 1

## Considerações Iniciais

Neste primeiro capítulo são apresentados os principais fatos históricos pertinentes ao assunto desta dissertação. São apresentados, também, conceitos importantes sobre sistemas WDM e EDFAs, fundamentais para a correta interpretação dos resultados apresentados no decorrer desta dissertação.

### 1.1 Evolução dos Sistemas Ópticos Comerciais

Os sistemas de comunicação óptica nada mais são do que uma evolução natural dos sistemas de comunicação por micro-ondas. Portadoras de micro-ondas têm frequência na faixa de GHz e portadoras ópticas, na região dos 100 THz - cinco ordens de grandeza superior [1]-[3].

Este fato está intimamente relacionado à diferença de capacidade de transmissão de dados destes sistemas. Enquanto sistemas de comunicações por micro-ondas raramente operam a taxas superiores a 0,2 Gbps, hoje sistemas ópticos comerciais WDM podem facilmente operar a taxas superiores a 1 Tbps [1]. Nos dias atuais, quando há necessidade de transmitir elevados volumes de informação no menor intervalo de tempo possível, um sistema de comunicação óptica é a escolha natural. Além disso, as fibras ópticas apresentam características importantes, como imunidade a interferência eletromagnética e a ruído; as fibras oferecem isolamento elétrica, por serem feitas de material dielétrico, e conferem maior segurança à informação transportada.

Os sistemas de micro-ondas começaram a ser comercializados na década de 1940, e frequências de portadora acima dos 4 GHz foram utilizadas, em 1947, em um sistema de comunicação comercial nos Estados Unidos, entre as cidades de Nova York e Boston [1]. Nos 25 anos seguintes, os sistemas de micro-ondas evoluíram consideravelmente. Embora estes sistemas fossem capazes de operar a taxas acima de 200 Mbps, esta taxa está próxima dos limites desta tecnologia. Já na década de 1950, vislumbrou-se a possibilidade de a capacidade ser incrementada

em muitas ordens de grandeza se portadoras ópticas fossem utilizadas [1]. Porém, nem uma fonte óptica coerente nem um meio de transmissão apropriado estavam disponíveis nesta época.

A invenção do laser em 1960 [2] deu início à era das comunicações ópticas, resolvendo o primeiro dos problemas. Ainda nesta década, em torno de 1966 [2], especulou-se que fibras ópticas poderiam ser a opção mais apropriada para o transporte de sinais ópticos, pois tinham a capacidade de guiar a luz de maneira similar ao guiamento de elétrons nos fios de cobre [1], embora as fibras disponíveis na época apresentassem perdas maiores que 1000 dB/km [2]. Um importante avanço neste aspecto ocorreu em 1970, quando foi fabricada a primeira fibra com perdas inferiores a 20 dB/km, na região de comprimento de onda de 1000 nm [1]. Paralelamente, lasers semicondutores de arseneto de gálio (GaAs) foram sendo desenvolvidos [1] e os assim chamados sistemas de comunicação a fibra óptica foram tornando-se cada vez mais rápidos e eficientes.

As pesquisas laboratoriais rapidamente cederam lugar a sistemas comerciais. Já em 1978, a primeira geração de sistemas ópticos, utilizando fibras multimodo, operava comercialmente na região de comprimento de onda de 800 nm (a chamada primeira janela óptica), com espaçamento entre repetidores de até 10 km e uma capacidade aproximada de 450 Mbps·km [2].

A segunda geração de sistemas ópticos foi implementada no início dos anos 1980, com o desenvolvimento de lasers semicondutores de fosfeto arseneto de gálio-índio (InGaAsP) e de detectores operando na região de comprimento de onda de 1300 nm (segunda janela óptica), onde a fibra apresenta um mínimo de dispersão e perdas menores que 1 dB/km. Espaçamentos entre repetidores de até 20 km tornaram-se possíveis, embora a taxa de bits dos primeiros sistemas estivesse limitada a 100 Mbps, principalmente pela dispersão intermodal presente nas fibras multimodo então utilizadas. Esta limitação foi superada com a demonstração experimental em 1981 de uma transmissão de 2 Gbps em uma distância de 44 km, utilizando fibra monomodo [2]. De fato, em 1987, sistemas ópticos de segunda geração operavam comercialmente a taxas de 1,7 Gbps e com espaçamento entre repetidores em torno de 50 km [3].

A terceira geração de sistemas ópticos, operando na região de comprimento de onda de 1550 nm, (terceira janela óptica), onde as perdas na fibra são mínimas (em torno de 0,2 dB/km), possibilitou um aumento no espaçamento entre

repetidores. Estes sistemas, entretanto, sofrem o severo efeito de dispersão cromática apresentada pelas fibras monomodo em torno de 1550 nm, resultando no alargamento temporal dos pulsos.

A introdução de sistemas operando na terceira janela foi, portanto, vagarosa. Os lasers convencionais de InGaAsP, de espectro muito largo, resultavam em grande alargamento temporal dos pulsos e a conseqüente interferência entre bits adjacentes [4]. Duas abordagens foram sugeridas para minimizar o problema: a utilização das chamadas fibras com dispersão deslocada (DFS – *Dispersion-Shifted Fibers*), que apresentam um mínimo de dispersão em comprimentos de onda em torno de 1550 nm, e/ou de lasers semicondutores operando em um único modo longitudinal. Em 1985, experimentos desenvolvidos em laboratório indicaram a possibilidade de transmissões de até 4 Gbps por distâncias superiores a 100 km [2]. Entretanto, estes sistemas apresentavam a desvantagem de utilizar repetidores optoeletrônicos, bastante lentos e com espaçamentos periódicos típicos de 60-70 km [2].

Os primeiros amplificadores ópticos foram fabricados nos anos 1960, mas foi somente após 1987 que seu desenvolvimento foi acelerado. EDFAs atraíram a atenção devido ao fato de operarem adequadamente na região de 1550 nm, onde as perdas na fibra são mínimas. Além disso, EDFAs necessitam de baixa potência de bombeio e exibem ganho elevado, o que faz com que sejam utilizados em aplicações comerciais desde 1995. Seu uso resultou, de fato, em uma revolução no projeto de sistemas multicanal [4].

A quarta geração de sistemas ópticos faz uso de amplificadores ópticos para incremento do espaçamento entre repetidores e de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM) para incremento da taxa de bits [1]. O advento da técnica WDM iniciou uma revolução que resultou na duplicação da capacidade dos sistemas a cada seis meses e, assim, levou a sistemas ópticos operando na taxa de 10 Tbps em 2001. Na maioria dos sistemas WDM, as perdas de potência na fibra são compensadas periodicamente usando EDFAs espaçados de 60 a 80 km [1]. Os EDFAs são ideais para esta tarefa pois possibilitam a amplificação simultânea dos canais, sem que haja necessidade de demultiplexação de cada um individualmente [2].

As pesquisas científicas na área de telecomunicações hoje caminham para a quinta geração de sistemas ópticos. O objetivo principal desta nova geração é a

utilização de toda a faixa de comprimentos de onda de 1300 a 1600 nm. A operação nesta faixa tem se tornado possível através do aumento da largura de banda dos amplificadores ópticos e do uso de fibras especiais (as chamadas fibras secas), cujo pico de atenuação em torno de 1400 nm é praticamente eliminado [4]. Além disso, a quinta geração de sistemas ópticos tem melhorado a eficiência espectral – número de bits transmitido por unidade de frequência (em Hz) por segundo – através da adoção de novos formatos de modulação, aliado a um aumento da taxa de bits de cada canal WDM. A partir de 1996, foram feitos inúmeros experimentos com sistemas ópticos operando na taxa padrão de 40 Gbps por canal e, mais tarde, por volta de 2003, esta tecnologia tornou-se comercial. Na mesma época, as pesquisas avançaram para sistemas ópticos cujos canais operavam a taxas agregadas de 160 Gbps por canal. Tais sistemas necessitam de um gerenciamento de dispersão extremamente cuidadoso. Novas técnicas capazes de compensar a dispersão cromática e a dispersão do modo de polarização (PMD - *Polarization Mode Dispersion*) de forma dinâmica estão sendo desenvolvidas para satisfazer a tais mudanças [4].

Embora as comunicações ópticas só tenham em torno de 30 anos de idade, sua rápida evolução é indiscutível e hoje já alcançam total maturidade, com grande número de publicações científicas na área.

## 1.2 Tecnologia WDM

A tecnologia de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM) torna possível a transmissão de diversos comprimentos de onda em uma única fibra. Esta tecnologia foi demonstrada em laboratório, com sucesso, em 1991. Neste mesmo ano, foram instalados cabos ópticos submarinos interligando Estados Unidos e Europa, trafegando sistemas multicanal [2]. Atualmente, esta tecnologia é universalmente empregada em sistemas submarinos [5].

Nos sistemas terrestres, esta tecnologia também é largamente empregada. Nos Estados Unidos, desde o final de 1997, todos os provedores de serviço de longa distância a utilizam. A rede americana *Sprint*, por exemplo, começou a operar com sistemas WDM de 4 canais em meados de 1995. No final de 1996, sistemas WDM de 16 canais já estavam sendo instalados. Em 1998, mais de 1,6 bilhões de

quilômetros em cabos estavam operando em taxas de 2,5 Gbps por comprimento de onda e com taxa de erro de bits (*Bit Error Rate* – BER) melhor do que  $10^{-11}$ .<sup>1</sup>

Em uma demonstração experimental realizada por Bergano [2], em 1996, 20 canais de 5 Gbps cada foram transmitidos por 9100 km, resultando em uma capacidade total de 910 Tbps.km. Em outro experimento, a multiplexação de 55 canais, cada qual operando em 20 Gbps, atingiu uma taxa total de 1,1 Tbps [2], confirmando o excelente desempenho de sistemas WDM.

Um fator muito importante na utilização desta tecnologia é o espaçamento entre os canais transportados em uma mesma fibra. Quanto mais próximos estiverem os canais dispostos em comprimento de onda, mais intensa será a interação entre eles, gerando efeitos indesejados, como modulação de fase cruzada (*Cross-Phase Modulation* – XPM) e mistura de quatro ondas (*Four Wave Mixing* – FWM). Atualmente, utiliza-se uma separação entre canais tão fina quanto 12,5 GHz (em torno de 0,2 nm, na região de comprimento de onda de 1550 nm).

### 1.3 Amplificadores a Fibra Dopada com Érbio (EDFA)

A distância de transmissão de sinais em sistemas de comunicações por fibras ópticas tem como um fator limitador a perda de potência na fibra. Uma alternativa para estender as distâncias de transmissão consiste no uso de amplificadores ópticos, como os amplificadores a fibra dopada com Érbio (EDFA), que amplificam o sinal óptico diretamente, sem a necessidade de conversão para o domínio elétrico. Nesta seção, serão apresentadas informações relevantes sobre os EDFAs. A evolução histórica é apresentada brevemente na Seção 1.3.1. A Seção 1.3.2 é dedicada aos conceitos básicos, enquanto a configuração básica de um EDFA é mostrada na Seção 1.3.3. As aplicações em enlaces ópticos são discutidas na Seção 1.3.4 e finalmente, na Seção 1.3.5 é discutida a modelagem matemática utilizada neste trabalho.

---

<sup>1</sup> Uma BER de  $10^{-11}$  corresponde a um bit errado em cada  $10^{11}$  bits transmitidos.

### 1.3.1 Evolução Histórica

Os conceitos básicos da amplificação óptica foram introduzidos em 1962 [6] e os primeiros amplificadores ópticos foram desenvolvidos em 1964, por E. Snitzer, cientista da *American Optical Company* [6]. Ele demonstrou um amplificador a fibra óptica dopada com neodímio operando no comprimento de onda de 1060 nm. A fibra tinha um núcleo de 10  $\mu\text{m}$ , uma casca de 0,75 a 1,5 mm e um comprimento típico de 1m [6]. A aplicação da amplificação óptica em comunicações foi citada por Snitzer na conclusão do artigo. Porém, este trabalho permaneceu esquecido por muitos anos, emergindo como uma inovação tecnológica extremamente relevante após o advento das fibras de sílica para comunicações [6].

Os lasers dopados com terras raras, com pequenos diâmetros e em forma de fibra, foram investigados no início dos anos 70 como um potencial dispositivo para comunicações por fibra óptica. Este trabalho foi desenvolvido por Stone e Burrus, nos laboratórios da Bell [6].

A primeira demonstração de uma fibra óptica monomodo dopada com terras raras aconteceu em 1983 [6]. Alguns anos depois, em 1987, o EDFA foi desenvolvido, simultaneamente pela Universidade de Southampton e por *Bell Laboratories* (AT&T) [6,7]. Nos amplificadores ópticos a fibra dopada com Érbio (EDFA), o meio de ganho é obtido dopando o núcleo da fibra óptica, durante o processo de fabricação, com íons  $Er^{3+}$  [7]. Os amplificadores com este tipo de dopagem atraíram mais a atenção dos cientistas por operarem na região de 1550 nm, onde perdas nas fibras ópticas são mínimas [7].

Porém, como os experimentos anteriores contemplaram demonstrações de amplificadores EDFA bombeados por lasers de grande tamanho, um importante obstáculo a ser vencido era a demonstração do amplificador bombeado por um diodo laser. Em 1989, Nakazawa comprovou a operação de um amplificador a fibra dopada com Érbio bombeado por um diodo laser [7]. A partir de 1989, os EDFAs foram fundamentais para uma geração completamente nova de sistemas ópticos submarinos de alta capacidade, bem como enlaces terrestres e redes ópticas. Neste ano, foi realizado o primeiro teste de um EDFA em um enlace óptico submarino [7]. Alguns anos mais tarde, os amplificadores foram disponibilizados comercialmente e têm sido, desde então, largamente utilizados nos sistemas ópticos dos dias atuais.

### 1.3.2 Conceitos Básicos

Sob condições normais, todos os materiais absorvem luz em vez de emití-la. O processo de absorção pode ser compreendido através da Figura 1 (a) onde os níveis de energia  $E_1$  e  $E_2$  correspondem, respectivamente, aos estados estável e excitado dos átomos do material. Se a energia  $h\nu$  de um fóton incidente de frequência  $\nu$  ( $h$  é a constante de Planck) for equivalente à diferença de energia  $E_g = E_2 - E_1$ , este fóton é absorvido pelo átomo – originalmente no estado estável, que passa ao estado excitado [3].

Os átomos excitados eventualmente retornam ao estado estável e, neste processo, emitem luz. Esta emissão pode ocorrer por dois processos, conhecidos como emissão espontânea e emissão estimulada. Estes processos são ilustrados nas Figuras 1 (b) e 1 (c).

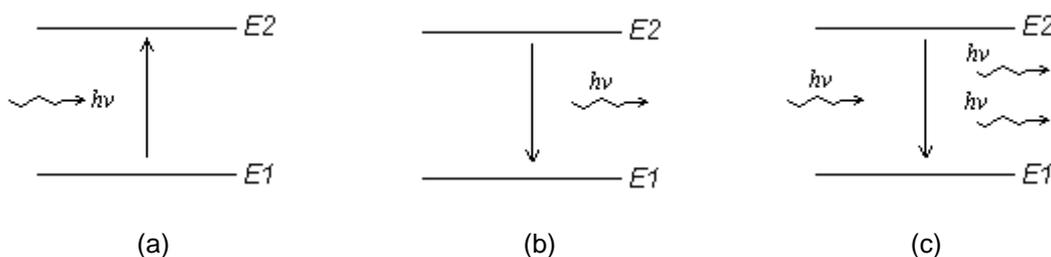


Figura 1 - Três processos fundamentais que ocorrem entre os dois estados de energia de um átomo: (a) absorção; (b) emissão espontânea; e (c) emissão estimulada.

No caso da emissão espontânea, fótons são emitidos em todas as direções, sem relação de fase entre eles, ao contrário da emissão estimulada, que é iniciada com um fóton incidente, sendo que os fótons emitidos possuem, além de mesma energia e frequência do fóton incidente, a mesma direção de propagação [3]. A maioria dos amplificadores ópticos amplifica a luz incidente através da emissão estimulada, com ganho óptico dependente do meio de amplificação adotado. Um dos meios mais utilizados é a fibra óptica dopada com Érbio – um elemento químico que faz parte do grupo das terras raras [6,8].

Um amplificador óptico pode operar tipicamente em dois regimes distintos: regime não saturado e regime de saturação de ganho. No regime não saturado, também conhecido como região de ganho de pequenos sinais, é a região onde o ganho é praticamente constante.

O ganho proporcionado pelos amplificadores ópticos EDFA é obtido por meio da inversão de população dos íons dopantes (Figura 1). O nível de inversão é associado, entre outros fatores, ao nível de potência e ao comprimento de onda do sinal de bombeio. Considerando uma potência de bombeio fixa e constante, a medida que a potência do sinal de entrada aumenta, o nível de inversão de população diminuirá, e com ela, o ganho do amplificador. Este efeito é conhecido como saturação de ganho, onde o amplificador não consegue mais produzir uma potência óptica de saída maior. Para potências de entrada muito altas, o ganho do amplificador tende a ser unitário e a potência de saída, igual à potência de entrada. A potência de saída de saturação ( $P_{sat}^{out}$ ) é definida como sendo a potência de saída na qual o ganho do amplificador cai 3 dB [9], sendo uma função da potência de bombeio e de outros parâmetros do EDFA.

A Figura 2 ilustra a curva de ganho aproximada e linearizada, para o amplificador EDFA modelado neste trabalho, onde observa-se a região de saturação de ganho, alcançada para potências de entrada superiores a -25 dBm.

Embora o processo de emissão estimulada de fótons seja dominante em um amplificador óptico, alguns fótons acabam sendo gerados por emissão espontânea e, também, amplificados. Esta situação indesejada gera ruído, denominado ruído de emissão espontânea amplificada ou, simplesmente, ruído ASE (*Amplified Spontaneous Emission*). Este é um fator que degrada a relação sinal-ruído de amplificadores, uma importante figura de mérito deste componente óptico [10, 11].

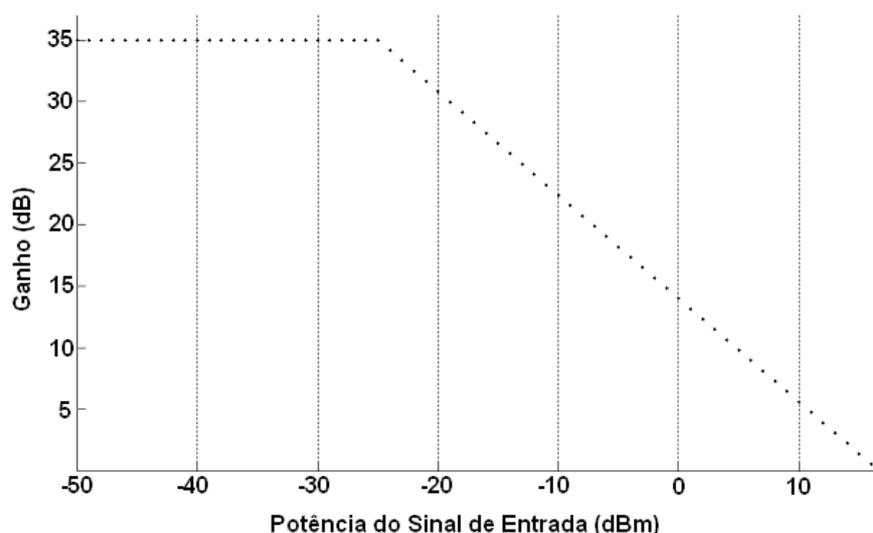


Figura 2 - Curva de ganho linearizada para um amplificador óptico EDFA.

Uma última característica importante que falta comentar é a figura de ruído – outra figura de mérito importante para amplificadores ópticos. Este fator nada mais é do que a razão entre a relação sinal-ruído na entrada do amplificador óptico e a relação sinal-ruído na saída do mesmo. A figura de ruído é um fator importante em um amplificador óptico, pois este é um dos elementos que determinam a taxa de erro de bits (*BER*) – razão entre o número de bits recebidos incorretamente e o número de bits total recebidos em um intervalo de tempo – de um sistema de comunicações ópticas. Em amplificadores ópticos, o limite quântico para a figura de ruído é de 3 dB [12]. Neste limite, a relação sinal-ruído após a amplificação corresponde à metade do valor original. No caso de amplificadores ópticos reais, a figura de ruído pode chegar a 6 dB, comprometendo a capacidade do detector para distinguir sinal de ruído.

### 1.3.3 Configuração básica de um EDFA

Os elementos básicos que constituem um EDFA são a fibra dopada com érbio, o laser de bombeio e o acoplador WDM, como ilustrado na Figura 3. Os dispositivos apresentados nesta figura podem ser arranjados de diversas formas, gerando outras configurações de EDFA. Cada uma destas configurações propicia características particulares de operação, permitindo assim, a adequação do amplificador para diferentes aplicações.

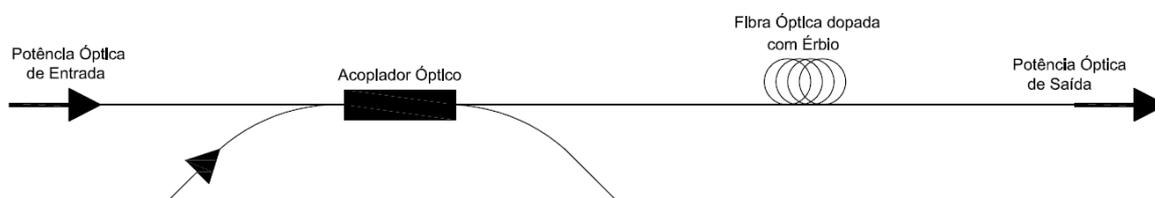


Figura 3 - Configuração básica de um amplificador óptico EDFA.

### 1.3.4 Aplicação dos EDFAs em um enlace óptico

Os amplificadores ópticos podem ser utilizados de diversas formas em um sistema de comunicações baseado em fibra óptica. As aplicações mais comuns são

como *booster*, amplificador de linha e pré-amplificador. Estas três aplicações são discutidas nas subseções que se seguem.

### **Amplificador *BOOSTER***

O amplificador tipo *BOOSTER* localiza-se na saída dos transmissores e tem como principal função aumentar a potência do sinal na entrada da fibra. Nestes amplificadores, o parâmetro de maior importância é a potência de saída, pois devem operar na condição de saturação de ganho. Os amplificadores *BOOSTER* operam com sinais de entrada cujas potências estão em torno de 0 dBm. Nesta condição, os amplificadores operam em regime de saturação, de forma que seu ganho é baixo se comparado ao valor possível para pequenos sinais. Atualmente, existem amplificadores deste tipo que operam com potências de saída de até 36 dBm, porém valores típicos de potência de saída estão em torno de 17 dBm.

### **Pré-Amplificador**

Os EDFAs utilizados como pré-amplificadores têm como característica principal um baixo nível de ruído. Eles são posicionados antes dos receptores ópticos, de forma a adequar o nível de potência recebida à sensibilidade do receptor. Os pré-amplificadores operam na região linear da curva de ganho dos amplificadores (região de pequenos sinais). Nestes amplificadores, o parâmetro principal de projeto é a figura de ruído, uma vez que se está interessado na amplificação de sinais de baixa potência.

Como operam na região de ganho de pequenos sinais, os pré-amplificadores apresentam alto ganho e baixa potência de saída, quando comparado ao mesmo amplificador operando como *booster*. Os valores típicos de potência de entrada são de -15 dBm a -40 dBm, com ganho de 15 à 25 dB.

### **Amplificador de Linha**

Amplificadores de linha são amplificadores de baixo ruído posicionados ao longo do canal de transmissão, com o objetivo de compensar a perda de potência na

fibra óptica. Estes amplificadores são projetados para alcançarem alto ganho, de forma a manter o maior espaçamento possível entre os mesmos. Por outro lado, devem apresentar também uma baixa figura de ruído (porém, normalmente, será maior que a dos pré-amplificadores), para evitar o acúmulo excessivo de ruído ASE ao longo da linha de transmissão, de forma a não comprometer a recepção.

Os amplificadores de linha apresentam valores de ganho e de potência de saída intermediários aos *booster* e pré-amplificadores. Valores típicos para o sinal de entrada são da ordem de -20 dBm, com ganho de 5 dB a 20 dB.

### 1.3.5 Modelo Matemático para o Amplificador Óptico EDFA

A modelagem matemática rigorosa de um amplificador óptico EDFA em geral é muito complexa [6, 12] e não é o objetivo deste trabalho. Por aproximação, o modelo utilizado pode ser entendido esquematicamente na observação da Figura 4: o amplificador óptico é tratado como um multiplicador, que aplica ao sinal de entrada um fator que dependerá do nível de potência do sinal de entrada,  $P_{in}$ . Se o sinal de entrada for de potência inferior ao nível de potência de saturação previamente definido ( $P_s$ ), aplica-se o ganho para pequenos sinais,  $G = 35$  dB. Para níveis de sinal óptico de entrada iguais ou superiores à potência de saturação, o ganho obedece a relação  $G = -0,84P_{in} + 14$ , extraída da curva de ganho típica (linearizada) de um amplificador EDFA, mostrada na Figura 2.

Também foi considerado que o amplificador em questão possui equalização de ganho, ou seja, não há variação de ganho com o comprimento de onda do sinal óptico de entrada. Assim, em um sistema WDM onde dois ou mais canais estiverem sendo amplificados, o ganho óptico será idêntico para todos os canais.

O ruído ASE é modelado como uma variável aleatória gaussiana, complexa, com média nula e variância  $\sigma^2 = P_{ASE}$ . A variável  $P_{ASE}$  corresponde à potência média de ruído branco contida em uma componente de frequência do espectro de Fourier [2] dada por:  $P_{ASE} = \eta_{sp} h\nu (G - 1) \Delta\nu$ , onde  $\eta_{sp}$  é o fator de emissão espontânea ( $\eta_{sp} = 1$  em um amplificador ideal, sem emissão espontânea de fótons),  $h$  é a constante de Planck,  $\nu$  é a frequência óptica,  $G$  é o ganho do amplificador e  $\Delta\nu$  é a largura de banda de cada componente de frequência do espectro de Fourier [2].

O ruído ASE é, então, somado ao sinal óptico amplificado, compondo assim o sinal óptico de saída  $P_{out}$ .

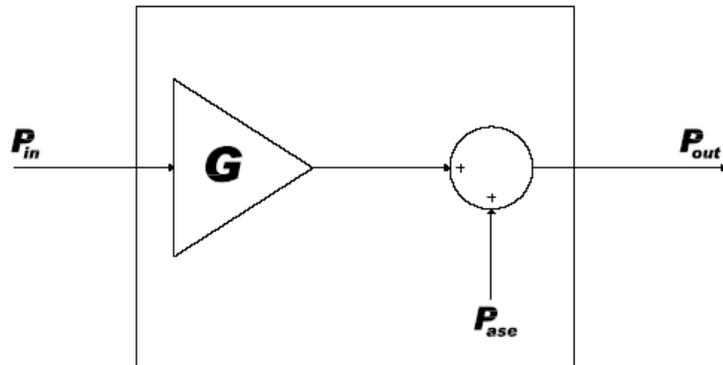


Figura 4 - Diagrama de blocos do modelo do amplificador óptico EDFA.

## 2

### Propagação de Pulsos em Fibras Ópticas

Neste capítulo, serão abordados aspectos teóricos da propagação de pulsos de luz em fibras ópticas. O principal objetivo deste capítulo é definir toda a base teórica que possibilitará o desenvolvimento do simulador computacional proposto neste trabalho, discutindo as aproximações e considerações (físicas e matemáticas) realizadas para estabelecer o nível de abrangência do modelo matemático utilizado. Serão discutidos conceitos de teoria eletromagnética na Seção 2.1, importantes para o desenvolvimento matemático da equação não linear de Schrödinger, realizado cuidadosamente na Seção 2.2, que subsidia o estudo realizado nos capítulos subsequentes. Na Seção 2.3 é discutida a importância relativa dos efeitos de atenuação, dispersão e automodulação de fase, através da definição de quatro regimes de propagação, investigando a propagação de pulsos em cada um destes regimes. Na Seção 2.4, é apresentado o método matemático utilizado neste trabalho para a solução numérica da equação não linear de Schrödinger - o método de Fourier de passo alternado, também conhecido como Método de Propagação de Feixes. A equação de propagação discutida na Seção 2.1 é estendida para o caso WDM, na Seção 2.5, bem como é introduzido o conceito de descasamento de velocidade de grupo. A Seção 2.6 apresenta os efeitos espectrais e a Seção 2.7, os efeitos temporais impostos a pulsos ópticos pelo fenômeno de modulação de fase cruzada (*XPM*), ilustrados por meio de simulação em computador.

#### 2.1 Propagação de Pulsos em Fibras Ópticas para um Sistema Monocanal

Como todos os fenômenos eletromagnéticos, a propagação de pulsos em fibras ópticas é descrita pelas equações de Maxwell [2, 13, 14]:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4)$$

onde  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{J}_f$  e  $\rho_f$  representam, respectivamente, o campo elétrico (em V/m), o campo magnético (em A/m), a densidade de fluxo elétrico (em C/m<sup>2</sup>), a densidade de fluxo magnético (em weber/m<sup>2</sup>), a densidade de corrente (em A/m<sup>2</sup>) e a densidade de cargas (em C/m<sup>3</sup>). Neste trabalho, todas as grandezas estão representadas no Sistema Internacional de unidades.

As densidades de fluxo  $\vec{D}$  e  $\vec{B}$  aparecem em resposta aos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , respectivamente, que se propagam pelo meio, e estão relacionadas a estes pelas seguintes relações constitutivas [2, 14]:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (6)$$

sendo  $\vec{P}$  e  $\vec{M}$ , respectivamente, as polarizações elétrica e magnética induzidas;  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo.

Como a fibra é um meio não magnético ( $\vec{M} = 0$ ) e sem cargas livres ( $\vec{J}_f$  e  $\rho_f$  iguais a zero), as equações de Maxwell podem ser reescritas, utilizando-se as relações constitutivas, em termos dos campos elétrico e magnético:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (7)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (8)$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \vec{P} \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (10)$$

Tomando o rotacional da Equação (7), utilizando a Equação (8) e a relação  $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo, obtém-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (11)$$

Em geral, a avaliação de  $\vec{P}$  exige procedimentos de mecânica quântica. Entretanto, longe das condições de ressonância do meio, como é o caso das fibras para sistemas de telecomunicações, que operam na faixa de comprimentos de onda de 0,5 a 2  $\mu\text{m}$ , pode-se utilizar uma relação fenomenológica como [14]:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots) \quad (12)$$

Na equação acima,  $\chi^{(i)}$  ( $i=1, 2, 3\dots$ ) é a susceptibilidade elétrica de  $i$ -ésima ordem. Para levar em conta os efeitos de polarização da luz,  $\chi^{(i)}$  é um tensor de ordem  $(i+1)$ .

A susceptibilidade linear  $\chi^{(1)}$  representa a contribuição dominante para  $\vec{P}$ . Seus efeitos são incluídos através do índice de refração linear  $n(\omega)$  e do coeficiente de atenuação linear  $\alpha(\omega)$  [15]:

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (13)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (14)$$

e relacionados à constante dielétrica linear do meio, dependente da frequência, através de [14]:

$$\epsilon(\omega) = \left( n + \frac{i\alpha c}{2\omega} \right)^2 \quad (15)$$

O termo de segunda ordem  $\chi^{(2)}$  é responsável pela geração de alguns efeitos não lineares, como geração de segundo harmônico e geração de soma de frequências.

Deve-se destacar porém que  $\chi^{(2)}$  é diferente de zero apenas para meios que não apresentam a propriedade de simetria de inversão no nível molecular. Dizer que um meio possui simetria de inversão – também chamada de simetria de paridade ou especular – significa dizer que a inversão do campo elétrico neste meio ocasiona a inversão da polarização, ou seja,  $\vec{P}(\vec{E}) = -\vec{P}(-\vec{E})$ . Para esta relação ser verdadeira, os termos de ordem par devem ser nulos.

Assim, como a molécula de sílica ( $\text{SiO}_2$ ) possui esta propriedade de simetria,  $\chi^{(2)}$  (assim como todas as outras susceptibilidades de ordem par) será nulo. Com isso, as fibras normalmente não exibem efeitos não lineares de segunda ordem.

Portanto, considerando-se apenas os efeitos não lineares de terceira ordem – a contribuição apreciável de mais baixa ordem, pode-se escrever:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}_L(\vec{r}, t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \quad (16)$$

sendo  $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$  a parte linear da polarização elétrica e  $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ , a parte não linear [15], dadas abaixo:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot \vec{E}(\vec{r}, t') dt' \quad (17)$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (18)$$

As Equações (11) e (16)-(18) constituem o formalismo geral para o estudo dos efeitos não lineares de terceira ordem em fibras ópticas. Desenvolvendo o lado esquerdo da Equação (11), tem-se [2]:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (19)$$

Como os índices de refração do núcleo e casca das fibras monomodo (índice de grau) não variam com as coordenadas espaciais,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$  e as Equações (11) e (19) são combinadas, resultando em [2]:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (20)$$

## 2.2 Equação Não Linear de Schrödinger

A Equação (20) descreve adequadamente a propagação de pulsos em fibras ópticas. A única aproximação feita até agora é que a polarização elétrica não linear leva em conta apenas as contribuições não lineares de terceira ordem [14].

Devido à complexidade da Equação (20), algumas aproximações simplificadoras são efetuadas [2]. Primeiro, a parcela não linear  $\vec{P}_{NL}$  é tratada como uma pequena perturbação ao vetor polarização total  $\vec{P}$ . Segundo, assume-se que o modo fundamental  $HE_{11}$  é linearmente polarizado e que o campo óptico mantém sua polarização ao longo da fibra, de modo que uma solução escalar é válida. Terceiro, admite-se que o campo óptico é quase monocromático, ou seja, seu espectro, centrado em  $\omega_0$ , tem largura espectral  $\Delta\omega$  tal que  $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ . [2].

Este trabalho é todo desenvolvido segundo a aproximação de variação lenta do envelope do campo elétrico, na qual é conveniente separar o termo de variação rápida do campo, escrevendo-o da seguinte forma:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \Re\{E(\vec{r}, t) \cdot \exp(-j\omega_0 t)\} \hat{x} \quad (21)$$

Como indicado na expressão anterior, neste trabalho é admitido que o campo elétrico é linearmente polarizado na direção do vetor unitário  $\hat{x}$ ,  $\Re\{ \}$  representa a parte real do argumento e  $E(\vec{r}, t)$  é uma função de variação temporal lenta, quando comparada ao período óptico. As equações para as componentes linear e não linear do vetor polarização induzida são escritas de forma semelhante:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \Re\{P_L(\vec{r}, t) \cdot \exp(-j\omega_0 t)\} \hat{x} \quad (22)$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \Re\{P_{NL}(\vec{r}, t) \cdot \exp(-j\omega_0 t)\} \hat{x} \quad (23)$$

Em seguida, as funções de variação temporal lenta  $\bar{P}_L(\vec{r}, t)$  e  $\bar{P}_{NL}(\vec{r}, t)$  são escritas em termos de  $E(\vec{r}, t)$ . A componente linear é facilmente obtida substituindo as Equações (21) e (22) em (17) [15]:

$$\begin{aligned} P_L(\vec{r}, t) &= \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(\vec{r}, t') \exp[j\omega_0(t-t')] dt' = \\ &= \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) \exp[-j(\omega - \omega_0)t] d\omega \end{aligned} \quad (24)$$

onde  $\tilde{E}(\vec{r}, \omega)$  é a transformada de Fourier de  $E(\vec{r}, t)$ , definida como [15]:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \int E(\vec{r}, t) \exp[j(\omega - \omega_0)t] dt \quad (25)$$

e  $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $\chi^{(1)}(t)$ .

A componente não linear  $P_{NL}(\vec{r}, t)$  é obtida substituindo as Equações (21) e (23) em (18). Se for considerada uma resposta não linear instantânea, de tal forma que a dependência de  $\chi^{(3)}$  com o tempo na Equação (18) seja dada pelo produto de três funções impulso da forma  $\delta(t-t_n)$ , consegue-se uma simplificação considerável. Então, admitindo-se uma resposta não linear do tipo [2]:

$$\chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) = \delta(t-t_1)\delta(t-t_2)\delta(t-t_3) \quad (26)$$

A Equação (18) é reduzida para [15]:

$$P_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \bar{E}(\vec{r}, t) \bar{E}(\vec{r}, t) \bar{E}(\vec{r}, t) \quad (27)$$

O produto triplo indicado na Equação (27) produz termos oscilando em  $\pm\omega_0$  e  $\pm 3\omega_0$ .

Com a aproximação de campo óptico quase monocromático, processos que envolvem geração de novas frequências podem ser desprezados, e a função de variação temporal lenta  $\bar{P}_{NL}(\vec{r}, t)$  é escrita como [2]:

$$P_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(\vec{r}, t) \quad (28)$$

onde  $\varepsilon_{NL}$  é a contribuição não linear à constante dielétrica, dada por [2]:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 \quad (29)$$

Assim, com os resultados de (24) e (28), a Equação (20) é reescrita na forma:

$$\begin{aligned} \nabla^2 E(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{xx}^{(1)}(t-t') E(\vec{r}, t) \exp[i\omega_0(t-t')] dt' \right) - \\ - \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(\vec{r}, t)) \end{aligned} \quad (30)$$

Em consequência da aproximação de variação lenta do envelope e do pressuposto caráter perturbativo do vetor polarização não linear, pode-se considerar que  $\varepsilon_{NL}$  é aproximadamente constante, e escrever (30) no domínio da frequência, substituindo as derivadas temporais por  $j\omega$ . Fazendo isto, obtém-se a equação de Helmholtz (Apêndice A):

$$\nabla^2 \vec{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \vec{E} = 0 \quad (31)$$

onde  $k_0 = \omega/c$  e  $\varepsilon(\omega)$  é a constante dielétrica, dependente da frequência, dada por [2]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi_{xx}^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL} \quad (32)$$

Em analogia às Equações (13), (14) e (15), a dependência entre a constante dielétrica, o índice de refração total,  $\tilde{n}$ , e o coeficiente de absorção total,  $\tilde{\alpha}$ , é dada pelas Equações (33), (34) e (35) abaixo [14]:

$$\varepsilon(\omega) = \left( \tilde{n} + \frac{i\tilde{\alpha}c}{2\omega} \right)^2 \quad (33)$$

$$\tilde{n} = n + n_2 |\vec{E}|^2 \quad (34)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |\vec{E}|^2 \quad (35)$$

Nestas expressões, o índice de refração não linear  $n_2$  e o coeficiente de absorção não linear  $\alpha_2$  podem ser relacionados ao tensor de susceptibilidade de terceira ordem através de diferentes formulações. Uma delas, comumente citada em livros e artigos científicos [2] é dada por:

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}(\chi_{xxxx}^{(3)}) \quad (36)$$

$$\alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4nc} \text{Im}(\chi_{xxxx}^{(3)}) \quad (37)$$

A parcela não linear da constante de atenuação,  $\alpha_2$ , é muito pequena em fibras de sílica e será desprezada.

A Equação (31) pode ser resolvida pelo método de separação das variáveis, admitindo-se uma solução da forma (Apêndice B) [2]:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z) \quad (38)$$

na qual  $\beta_0$  é a constante de fase.

A substituição da Equação (38) em (31) resulta no par de equações:

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega)k_0^2 - \bar{\beta}^2]F(x, y) = 0 \quad (39)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\bar{\beta}^2 - \beta_0^2)\tilde{A} = 0 \quad (40)$$

Na obtenção da Equação (40), a segunda derivada  $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2$  foi desprezada, uma vez que  $\tilde{A}(z, \omega)$  é uma função de variação lenta na coordenada  $z$ . A constante

de separação  $\bar{\beta}^2$  é obtida calculando-se os autovalores da Equação (39). A constante dielétrica é aproximada por (Apêndice C):

$$\varepsilon = (n + \Delta n)^2 \cong n^2 + 2n\Delta n \quad (41)$$

sendo  $\Delta n$  uma pequena perturbação expressa através de:

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{i\alpha}{2k_0} \quad (42)$$

A Equação (39) é resolvida utilizando cálculo variacional (teoria perturbacional de primeira ordem): ao contrário do cálculo ordinário, que busca soluções com funções, o cálculo variacional lida com funcionais, que podem ser constituídos por integrais envolvendo a função desconhecida e suas derivadas. O interesse nesta metodologia é encontrar funções extremas, onde o funcional tem valores máximo e/ou mínimo, que é a solução do problema. Esta metodologia é recomendada quando não há eficiência no uso de métodos numéricos.

Inicialmente, substitui-se  $\varepsilon$  por  $n^2$ , obtendo-se a distribuição modal  $F(x,y)$  e a correspondente constante de fase  $\beta(\omega)$ . Para uma fibra monomodo,  $F(x,y)$  corresponde à distribuição modal do modo fundamental  $HE_{11}$ . Em seguida, o efeito de  $\Delta n$  é incluído na Equação (39) o que, segundo a teoria perturbacional de primeira ordem, não modifica a distribuição modal  $F(x,y)$ , alterando apenas o autovalor  $\bar{\beta}(\omega)$ . Admitindo que os valores no entorno da solução exata  $\beta(\omega)$  são uma boa solução (cálculo variacional), este pode ser determinado por[2]:

$$\bar{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (43)$$

Como o valor de  $\Delta\beta^2$  é muito pequeno, pode-se fazer a aproximação  $\bar{\beta}^2 \approx \beta^2 + 2\beta\Delta\beta$  e, substituindo na Equação (39), obtém-se:

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n |F(x,y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^2 dx dy} \quad (44)$$

Com esta etapa, a solução da Equação (20) fica completa e o campo elétrico é escrito como [2]:

$$\vec{E}(r,t) = \Re\{F(x,y)A(z,t) \cdot \exp[j(\beta_0 z - \omega_0 t)]\} \hat{x} \quad (45)$$

A transformada de Fourier da função amplitude  $A(z,t)$ , complexa e de variação lenta, satisfaz à Equação (40). Utilizando a Equação (43) e aproximando  $\bar{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\bar{\beta} - \beta_0)$ , a Equação (40) é reescrita como (Apêndice D):

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0] \tilde{A} \quad (46)$$

A transformada inversa de Fourier da Equação (46) permite obter a equação de propagação para  $A(z,t)$ , que representa o envelope do pulso. Antes, no entanto, é conveniente expandir  $\beta(\omega)$  em Série de Taylor em torno de  $\omega = \omega_0$  [2]:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (47)$$

onde

$$\beta_n = \left( \frac{d^n \beta}{d\omega^n} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (48)$$

Na aproximação quase monocromática, os termos cúbico e de ordens superiores são em geral desprezíveis. Entretanto, em situações onde  $\beta \approx 0$  torna-se necessário incluir o termo de terceira ordem.

O último passo consiste na substituição da Equação (47) em (46) e posterior cálculo da transformada inversa de Fourier. Desta forma obtém-se (Apêndice E):

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + j\Delta\beta A \quad (49)$$

O termo  $\Delta\beta$  inclui os efeitos de perda e não linearidades na fibra. Substituindo (42) em (44), temos (Apêndice F):

$$\Delta\beta = j \frac{\alpha}{2} + \kappa_0 |A|^2 n_2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^4 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^2 dx dy} \quad (50)$$

Um parâmetro importante de uma fibra óptica é a área efetiva do núcleo:

$$A_{eff} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^4 dx dy} \quad (51)$$

Definindo  $\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$  como o coeficiente de não linearidade, a Equação (50)

pode ser reescrita como:

$$\Delta\beta = j \frac{\alpha}{2} + \gamma |A|^2 \quad (52)$$

Substituindo a Equação (52) em (49), tem-se:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 \bar{A}}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} \bar{A} = j\gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad (53)$$

De acordo com a Equação (51), a área efetiva depende do conhecimento da distribuição modal  $F(x,y)$  que geralmente pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana [2]:

$$F(x,y) = \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w^2}\right] \quad (54)$$

Na Equação (54), o parâmetro  $w$  representa o raio modal, podendo ser obtido ajustando-se a curva gaussiana à real distribuição de  $F(x,y)$ . Dentro desta aproximação:

$$A_{eff} = \pi w^2 \quad (55)$$

Para resolver a Equação (53), é conveniente que se faça uma mudança na variável de tempo, de modo que o novo referencial se mova com a velocidade de grupo  $v_g$  do envelope do pulso (Apêndice G).

$$T = t - \frac{z}{v_g} \quad (56)$$

Assim, tomando a nova referência e substituindo a amplitude complexa  $\bar{A}(z,t)$  por  $A(z,t)$ , para simplificar a notação, em (53), tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma|A|^2 A \quad (57)$$

### 2.3 Regimes de Propagação

Na seção anterior, foi definida a equação não linear de Schrödinger, que governa a propagação de pulsos ópticos em uma fibra monomodo. Em situações onde a largura de pulso  $T_0 > 5$  ps [3] ( $T_0$  é a largura do pulso no ponto em que sua intensidade cai a  $1/e$  do valor de pico), os efeitos de dispersão de segunda ordem

são dominantes, podendo-se então desprezar o terceiro termo da Equação (57), que prevê efeitos de dispersão de terceira ordem. Assim, pode-se reescrever a Equação (57) como:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A \quad (58)$$

Na Equação (58), os primeiro, segundo e terceiro termos do lado esquerdo representam, respectivamente, a variação lenta do envelope do pulso óptico, os efeitos de dispersão de segunda ordem e as perdas de potência na fibra por atenuação. O termo do lado direito representa os efeitos não lineares.

Dependendo da largura inicial  $T_0$  e da potência de pico  $P_0$  do pulso, um dos efeitos – dispersão ou não linearidade – pode se tornar dominante em relação ao outro e, por consequência, diferentes regimes de propagação são estabelecidos [2]. Por simplicidade, é conveniente introduzir normalizações no tempo e na amplitude, descritas abaixo [2]:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (59)$$

$$U(z, \tau) = \frac{A(z, \tau)}{\sqrt{P_0} \exp(-\alpha z / 2)} \quad (60)$$

Pode-se notar, pelo denominador do termo do lado direito da Equação (60), que esta normalização não permitirá a visualização do efeito de perda de potência óptica na fibra. Isto facilita a visualização dos demais efeitos.

Substituindo as Equações (59) e (60) em (58), tem-se [2]:

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 |U| \quad (61)$$

onde  $\text{sgn}(\beta_2)$  representa o sinal do parâmetro  $\beta_2$ , que varia de acordo com a região de dispersão da fibra; os parâmetros  $L_D$  e  $L_{NL}$ , que são respectivamente, o comprimento de dispersão e o comprimento não linear, são definidos como:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (62)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (63)$$

A partir destas definições de comprimento não linear e de dispersão, comparados com o comprimento total da fibra, podem ser definidos quatro regimes de propagação de interesse:

- Regime de propagação 1: Efeitos dispersivos são dominantes, ocasionando alargamento temporal dos pulsos. Ocorre quando  $L > L_D$  e  $L \ll L_{NL}$ .
- Regime de propagação 2: Efeitos não lineares são dominantes, ocasionando alargamento espectral dos pulsos. Ocorre quando  $L \ll L_D$  e  $L > L_{NL}$ .
- Regime de propagação 3: Efeitos dispersivos e não lineares agem conjuntamente, ocasionando alargamentos temporal e espectral dos pulsos, porém, de forma qualitativamente diferente de quando estes efeitos agem de forma isolada. Este regime ocorre quando  $L > L_D$  e  $L > L_{NL}$ .
- Regime de propagação 4: Efeitos dispersivos e não lineares são desprezíveis, apenas o efeito de atenuação é observado. Ocorre quando  $L \ll L_D$  e  $L \ll L_{NL}$ .

### 2.3.1 Regime de Propagação 1: Evolução do Pulso Governada por GVD

Nesta situação, o último termo da Equação (61) torna-se desprezível em relação aos demais termos. Assim, a evolução do pulso é governada pelos efeitos de dispersão (GVD – *Group Velocity Dispersion*), resultando em alargamento temporal do pulso, conforme já mencionado. Como o comprimento não linear  $L_{NL}$  é muito menor que o comprimento  $L$ , a forma espectral do pulso se mantém invariante. O regime de dispersão dominante é aplicável sempre que os parâmetros da fibra e do pulso satisfazem à seguinte condição:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (64)$$

Para valores típicos de parâmetros de uma fibra óptica monomodo, pode-se estimar que esta condição ocorre com  $P_0 \ll 1$  W, para pulsos com largura  $T_0 \approx 1$  ps [2].

A propriedade de dispersão de velocidade de grupo, também conhecida como dispersão cromática, se manifesta através da dependência entre índice de refração e comprimento de onda do pulso óptico. Por isso, as diversas componentes de frequência de um pulso viajam com velocidades de grupo ligeiramente diferentes, provocando o alargamento temporal do pulso.

A dispersão cromática é caracterizada pelo parâmetro  $D$ , que é relacionado ao parâmetro  $\beta_2$ , mostrado na Equação 2.65 [15]:

$$D = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = - \frac{2 \pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (65)$$

A Figura 5 mostra a variação do parâmetro de dispersão de uma fibra óptica monomodo padrão com o comprimento de onda, em ps/(km·nm). Este parâmetro  $D$  indica o alargamento temporal, em ps, de um pulso com 1 nm em 1 km de fibra óptica.

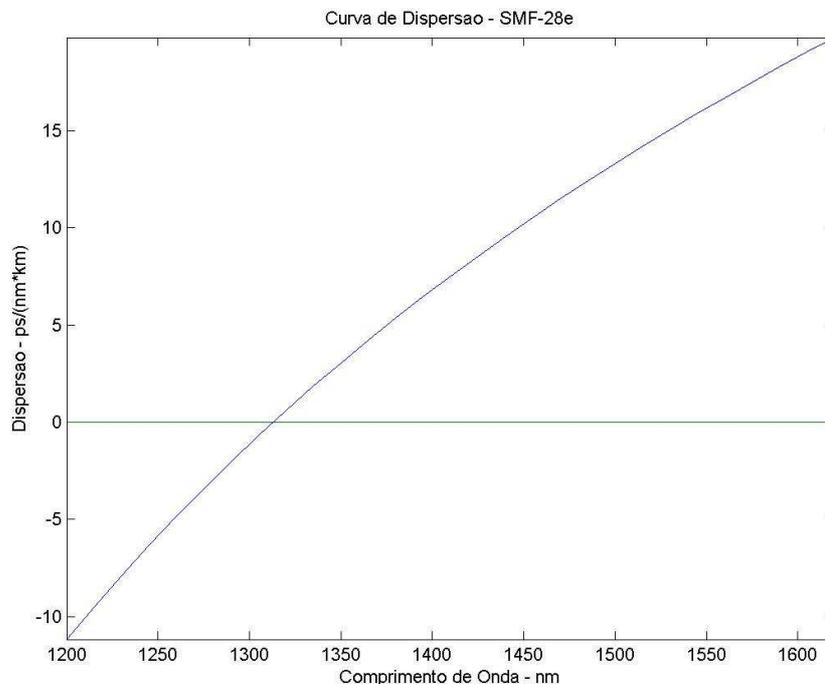


Figura 5 - Curva real da variação do parâmetro de dispersão com o comprimento de onda para uma fibra óptica monomodo padrão (SMF28e – Corning®) [16].

A partir da observação da Figura 5, dois regimes de propagação são identificados [2]: o regime de dispersão anômala e o regime de dispersão normal.

No regime de dispersão anômala, que acontece quando o parâmetro  $D$  é positivo ( $\lambda > 1313$  nm), as componentes de frequência mais elevadas se propagam com maior velocidade de grupo, e por consequência, se movem para a frente do pulso. As frequências mais baixas se posicionam na cauda do pulso.

No regime de dispersão normal, que acontece quando o parâmetro  $D$  é negativo ( $\lambda < 1313$  nm), ocorre o inverso: as componentes de frequência mais elevadas se propagam com menor velocidade de grupo, e por consequência, se movem para a cauda do pulso. As frequências mais baixas concentram-se na frente do pulso. Em ambas as situações, acontece o alargamento do pulso.

Retomando a Equação (61), e desprezando-se o último termo por motivos já mencionados, tem-se:

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (66)$$

A Equação (66) pode ser resolvida pelo método da transformada de Fourier. Se  $\tilde{U}(z, \omega)$  é a transformada de Fourier de  $U(z, T)$ , tal que:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(z, T) \cdot \exp(j\omega T) dT \quad (67)$$

então, satisfaz a equação diferencial ordinária :

$$j \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U} \quad (68)$$

cuja solução é dada por:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \cdot \exp\left(\frac{j}{2} \beta_2 \omega^2 z\right) \quad (69)$$

A Equação (69) mostra que a dispersão de velocidade de grupo (GVD) introduz uma defasagem em cada componente espectral que compõe o pulso por uma quantidade que depende da frequência e da distância de propagação. Apesar desta defasagem não alterar a forma espectral do pulso, representada por  $|\tilde{U}(z,\omega)|^2$ , pode alterar a forma temporal. Substituindo a Equação (69) na Equação (67), a solução geral da Equação (69) é dada por:

$$\tilde{U}(z,\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(0,\omega) \cdot \exp\left[\frac{j}{2}\beta_2\omega^2 z - j\omega T\right] d\omega \quad (70)$$

onde  $\tilde{U}(0,\omega)$  é a transformada de Fourier do pulso óptico incidente em  $z = 0$ , de acordo com a Equação (71) abaixo:

$$\tilde{U}(0,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0,T) \cdot \exp(j\omega T) dT \quad (71)$$

As Equações (70) e (71) podem ser utilizadas para pulsos de entrada de diversas formas. Como um exemplo, pode-se considerar um pulso óptico gaussiano, da forma [2]:

$$U(0,T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (72)$$

Na prática, é comum a utilização da largura total do pulso a meia altura (FWHM – *Full Width at Half Maximum*). Para um pulso gaussiano, a relação entre  $T_0$  e  $T_{FWHM}$  é dada por [15]:

$$T_{FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \approx 1,665 T_0 \quad (73)$$

A solução analítica para a propagação do envelope de um pulso gaussiano pode ser obtida a partir das Equações (70) – (73), e é dada por:

$$U(z, T) = \frac{T_0}{(T_0^2 - j\beta_2 z)^{1/2}} \exp\left(-\frac{T^2}{2(T_0^2 - j\beta_2 z)}\right) \quad (74)$$

Pode-se mostrar que o pulso gaussiano mantém sua forma durante a propagação na fibra, mas a sua largura  $T_1$  aumenta ao longo da fibra, conforme a relação [15]:

$$T_1(z) = T_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{L_D} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (75)$$

A Equação (75) mostra como a GVD alarga o pulso gaussiano e a extensão do alargamento é governada pelo comprimento de dispersão  $L_D$ . Para um dado comprimento de fibra  $L$ , pulsos curtos sofrem um maior alargamento temporal, por causa de um comprimento de dispersão menor. Em  $z = L_D$ , um pulso gaussiano sofre um alargamento dado por um fator de  $\sqrt{2}$  [15].

A Figura 6 mostra a evolução de um pulso óptico gaussiano em uma fibra óptica dispersiva, linear e sem perdas. Observa-se, na Figura 6 (a), o alargamento temporal do pulso provocado pela dispersão e, como esperado, na Figura 6 (b), a manutenção da forma espectral do pulso ao longo de toda a fibra.

Além do alargamento temporal do pulso óptico, uma variação temporal da fase é observada à medida que o pulso se propaga na fibra. A Equação (74) pode ser reescrita na forma [15]:

$$U(z, T) = |U(z, T)| \exp[j\phi(z, T)] \quad (76)$$

onde

$$\phi(z, T) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \frac{z}{L_D} \right] \quad (77)$$

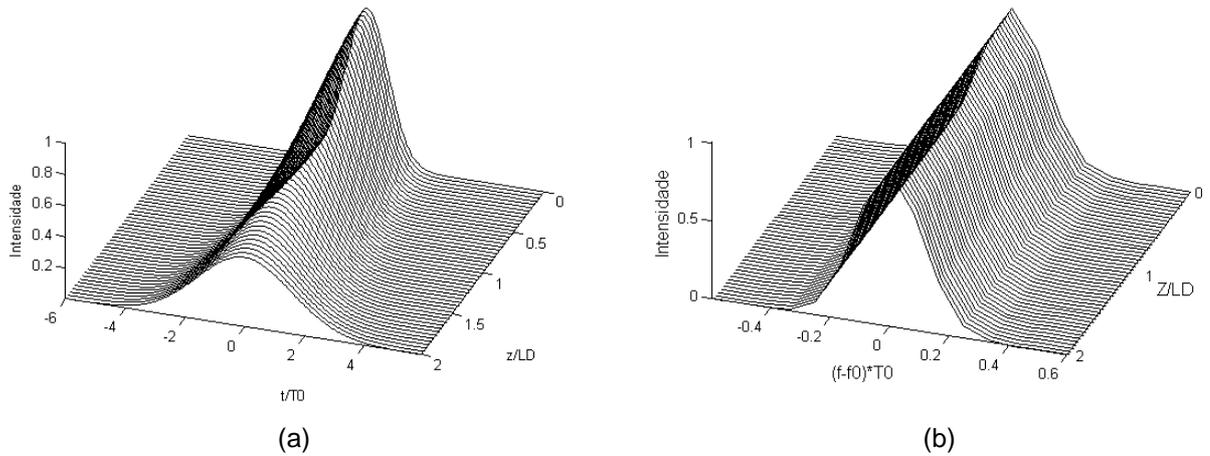


Figura 6 - Evolução (a) temporal e (b) espectral de um pulso óptico gaussiano com largura  $T_0 = 1$  ps, em uma fibra óptica dispersiva, linear e sem perda, com  $\beta_2 = -20$  ps<sup>2</sup>/km e  $L = 2L_D$ .

Como pode-se perceber a partir da Equação (77), a fase do pulso é uma função de  $T$ . Assim, o desvio de frequência  $\delta\omega = \omega - \omega_0$  é simplesmente a derivada da Equação 2.77 em relação ao tempo [3], resultando na expressão:

$$\delta\omega(z, T) = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D) 2T}{1 + (z/L_D)^2 T_0^2} \quad (78)$$

A Equação (78) mostra que a frequência varia linearmente ao longo do pulso, isto é, a fibra impõe um *chirp* linear de frequência no pulso - o *chirp*  $\delta\omega$  é o agrupamento de frequências mais altas e mais baixas, respectivamente, para as partes anterior e posterior do pulso óptico.

A Figura 6 (a) mostra a evolução de um pulso no regime de dispersão anômala ( $\beta_2 < 0$ ). A evolução temporal de um pulso considerando a GVD no regime de dispersão normal ( $\beta_2 > 0$ ) é idêntica àquela mostrada na Figura 6 (a), porque a troca do sinal de  $\beta_2$  altera apenas a fase do pulso.

Um outro exemplo é o pulso solitônico, importante para sistemas ópticos de alta capacidade, cuja forma é a de uma secante hiperbólica.

$$U(0, T) = \text{sech}\left(-\frac{T}{T_0}\right) \quad (79)$$

Para pulsos com formato diferente do gaussiano, a integral da Equação (70) não pode ser resolvida analiticamente – caso do pulso solitônico. Esta equação pode, então, ser resolvida através de cálculo numérico. O exemplo da Figura 7 mostra a evolução de um pulso secante hiperbólica, com parâmetros e condições idênticas às do exemplo da Figura 6. Os cálculos foram efetuados utilizando-se o método de Fourier de Passo Alternado, que será descrito na Seção 2.4.

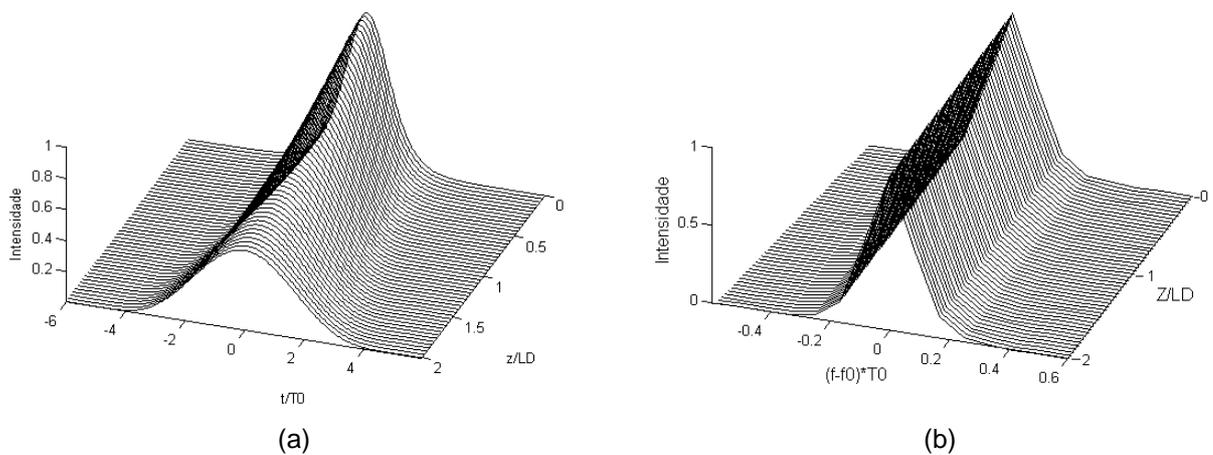


Figura 7 – Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso secante hiperbólica com  $T_0=1$  ps em uma fibra dispersiva, linear e sem perda, com  $\beta_2 = -20$  ps<sup>2</sup>/km e comprimento  $L = L_D$ .

Como pode-se observar nas Figuras 7 (a) e (b), os comportamentos temporal e espectral do pulso hiperbólico são muito semelhantes ao do pulso gaussiano, quando sob efeito apenas de GVD.

Nos casos discutidos até o momento – e para a maioria dos casos de interesse – a contribuição do termo em  $\beta_2$  na Equação (47) é dominante para a análise dos efeitos de GVD. Porém, existem situações em que os efeitos de dispersão de ordens superiores precisam ser considerados. Por exemplo, nos casos em que o comprimento de onda do pulso óptico coincide com (ou é muito próximo) o comprimento de onda de zero de dispersão cromática ( $\lambda_D$ , onde  $\beta_2 \approx 0$ ), o termo em  $\beta_3$  fornece a contribuição dominante para efeitos de GVD [15]. Para pulsos ultra curtos (largura  $T_0 < 1$  ps), é necessária a inclusão do termo em  $\beta_3$ , mesmo quando o comprimento de onda do pulso óptico não coincidir com o comprimento de onda de zero de dispersão, porque não é mais possível assumir  $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$ , o que permitia o truncamento da expansão na Equação (47) após o termo em  $\beta_2$  [15].

O comprimento de dispersão de terceira ordem é dado pela Equação (80):

$$L'_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (80)$$

A Figura 8 ilustra a evolução temporal de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 1$  ps, em uma fibra óptica dispersiva e linear, com comprimento  $L = 5L_D$  e parâmetros  $\beta_2 = 0$  ps<sup>2</sup>/km e  $\beta_3 = 0,1$  ps<sup>3</sup>/km.

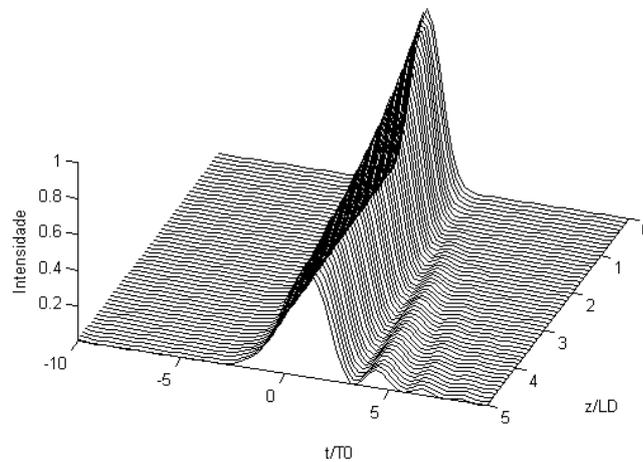


Figura 8 - Evolução temporal de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 1$  ps, em uma fibra óptica dispersiva, linear e sem perda, com comprimento  $L = 5L_D$  e parâmetros  $\beta_2 = 0$  ps<sup>2</sup>/km e  $\beta_3 = 0,1$  ps<sup>3</sup>/km.

Pode-se perceber que, na situação ilustrada na Figura 8, o pulso não mais mantém a sua forma durante a propagação na fibra. Neste caso, onde  $\beta_3 > 0$ , o pulso torna-se assimétrico, com uma estrutura oscilatória na cauda do pulso. Para o caso do parâmetro  $\beta_3 < 0$ , estas oscilações aparecem na frente do pulso. Quando  $\beta_2 = 0$ , estas oscilações são bastante intensas, mas se tornam mais suaves para  $\beta_2 \neq 0$ . Um comportamento semelhante é observado em um pulso secante hiperbólica, porém com estruturas oscilatórias mais suaves e lentas.

### 2.3.2 Regime de Propagação 2: Evolução do Pulso governada por SPM

A automodulação de fase é um fenômeno com origem na dependência entre o índice de refração de um meio não linear e a intensidade do campo elétrico

aplicado. Este fenômeno causa o alargamento espectral do pulso óptico (mas não afeta seu envelope), agrupando as componentes de frequência do pulso: as frequências mais elevadas posicionam-se na cauda do pulso e as frequências mais baixas, na frente do pulso [2].

Os efeitos de GVD serão dominantes sempre que a seguinte condição for satisfeita [15]:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (81)$$

No caso da propagação de pulsos largos ( $T_0 > 100$  ps) e intensos ( $P > 1$  W), a condição imposta pela Equação (81) é satisfeita. Assim, considerando apenas o efeito isolado da GVD, a Equação (61) pode ser reescrita da forma:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = j \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 |U| \quad (82)$$

A solução da Equação (82) é escrita da forma [2]:

$$U(z, T) = U(0, T) \exp[j\phi_{NL}(z, T)] \quad (83)$$

onde  $U(0, T)$  é a amplitude normalizada do campo em  $z = 0$  e  $\phi_{NL}(z, T)$ , o deslocamento de fase não linear, dado por:

$$\phi_{NL}(z, T) = |U(0, T)|^2 (L_{eff} / L_{NL}) \quad (84)$$

onde

$$L_{eff} = \frac{|1 - \exp(-\alpha z)|}{\alpha} \quad (85)$$

A Equação (83) mostra que a SPM provoca um aumento no deslocamento de fase, dependendo da intensidade, mas o formato do pulso se mantém inalterado. O

deslocamento de fase não linear,  $\phi_{NL}(z, T)$  na Equação (83), aumenta com o comprimento  $L_{eff} = L$ , considerando que a atenuação na fibra, por simplicidade, foi desprezada. O deslocamento de fase máximo,  $\phi_{max}$ , ocorre no centro do pulso localizado em  $T = 0$ . Com  $U$  normalizado, tal que  $|U(0,0)| = 1$ ,  $\phi_{max}$  é dado por [17]:

$$\phi_{max}(z) = \frac{L_{eff}}{L_{NL}} = \gamma P_0 L_{eff} \quad (86)$$

O alargamento espectral induzido por SPM é uma consequência da dependência temporal da fase  $\phi_{NL}(z, T)$ . Isto pode ser entendido notando-se que a fase, variando no tempo, acarreta um desvio da frequência óptica instantânea em relação à frequência central  $\omega_0$ . A diferença  $\delta\omega$  é dada por [15]:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{eff}}{L_{NL}}\right) \frac{\partial}{\partial T} |U(0, T)|^2 \quad (87)$$

onde o sinal negativo resulta da escolha do fator  $\exp(-j\omega_0 t)$  na Equação (21). A dependência temporal da diferença  $\delta\omega$  pode ser vista como um *chirp* de frequência, sendo que este efeito induzido pela SPM aumenta em magnitude com a distância propagada, ou seja, novas componentes de frequência são geradas continuamente, conforme o pulso se propaga ao longo da fibra. Estas frequências geradas alargam o espectro do pulso em relação a largura inicial.

Para maior compreensão do fenômeno, calculando a transformada de Fourier da Equação (83), tem-se:

$$S(\omega) = \left| \tilde{U}(z, \omega) \right|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) \exp[j\phi_{NL}(z, T) + j(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2 \quad (88)$$

A Equação (88) possui solução analítica. A Figura 9 ilustra a variação não linear da fase  $\phi_{NL}$  e o *chirp* de frequência  $\delta\omega$  em  $L_{eff} = L_{NL}$  de um pulso gaussiano com  $T_0 = 100\text{ps}$  e amplitude normalizada. Como  $\phi_{NL}$  é diretamente proporcional a  $|U(0, T)|^2$ , sua variação temporal é idêntica à da intensidade.

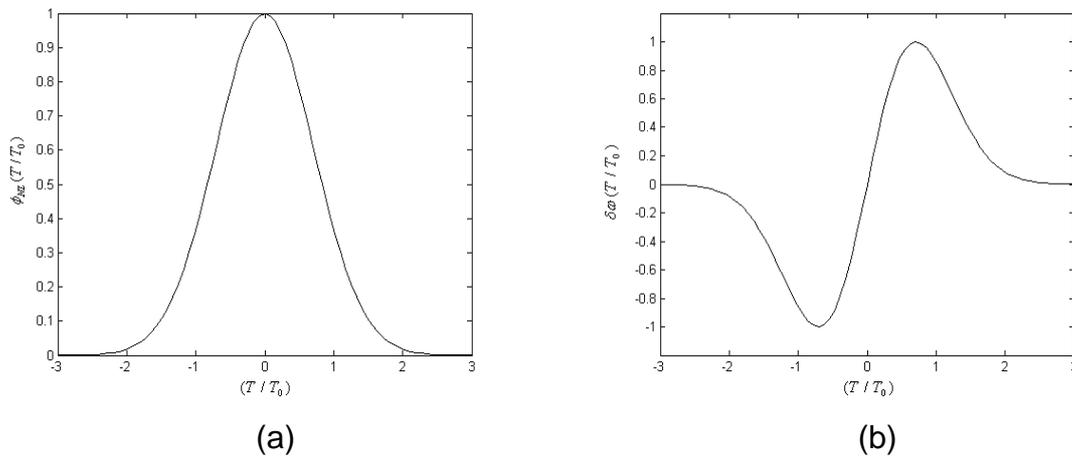


Figura 9 - (a) Variação temporal e (b) desvio de frequência instantânea  $\delta\omega$  para um pulso gaussiano com  $T_0 = 100$  ps e amplitude normalizada.

A variação temporal do *chirp* de frequência induzido apresenta algumas características interessantes. O *chirp* de frequência  $\delta\omega$  é negativo próximo à frente do pulso torna-se positivo na cauda do pulso; o *chirp* é linear e positivo em uma larga região no centro do pulso gaussiano.

A Figura 10 mostra as evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 100$  ps e potência de pico  $P_0 = 1$  W, em uma fibra óptica sem dispersão, não linear e sem perdas, com  $\gamma = 3$  (W.km) $^{-1}$  e  $L = 10L_{NL}$ . Como pode-se notar na observação desta figura, sob o efeito apenas da SPM, o pulso sofre alargamento espectral, enquanto a sua forma temporal não se altera.

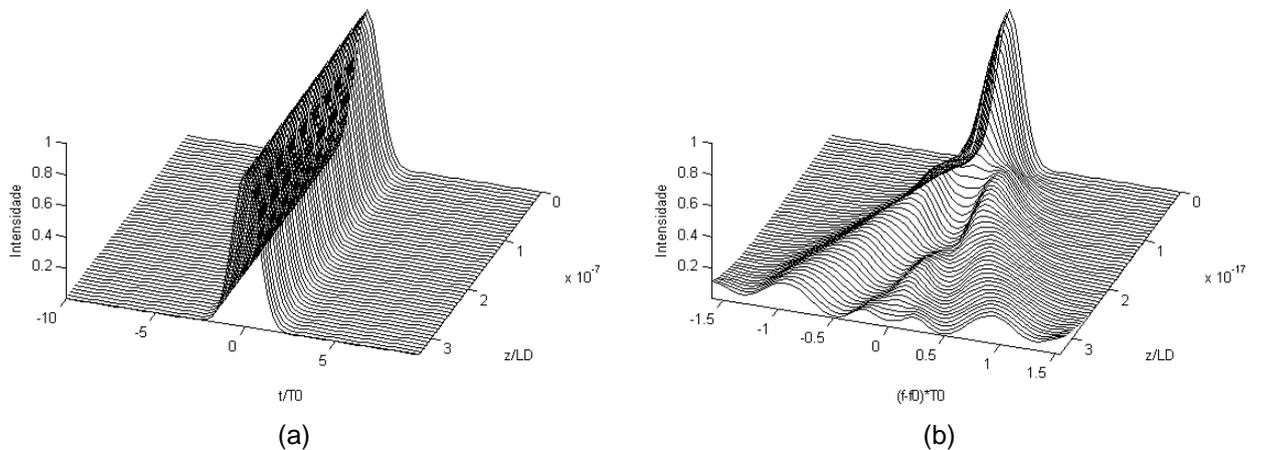


Figura 10 - Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso óptico gaussiano com largura  $T_0 = 100$  ps e potência de pico  $P_0 = 1$  W, em uma fibra óptica sem dispersão, não linear e sem perdas, com  $\gamma = 3$  (W.km) $^{-1}$  e  $L = 10L_{NL}$ .

Uma característica notável na Figura 10 é que o alargamento espectral induzido pela SPM é acompanhado por uma estrutura oscilatória que cobre toda a faixa de frequência, sendo este espectro alargado simetricamente. Em geral, o espectro consiste de vários picos – o número de picos dependerá do valor de  $\phi_{max}$  – sendo que os picos localizados nos extremos são os de maior intensidade.

A origem da estrutura oscilatória pode ser entendida analisando-se a Figura 9, onde a dependência no tempo do *chirp* de frequência induzido pela SPM é mostrado. Em geral, o mesmo *chirp* pode ocorrer em dois valores de  $T$ , mostrando assim que o pulso tem a mesma frequência instantânea em dois pontos distintos. Em termos qualitativos, esses dois pontos representam duas ondas de mesma frequência, mas em fases distintas, que podem interferir construtiva ou destrutivamente, dependendo de suas diferenças relativas de fase. A estrutura, com múltiplos picos no espectro do pulso, resulta de tal interferência [17].

### 2.3.3 Regime de Propagação 3: Evolução do Pulso Governada por efeitos conjuntos de SPM e GVD

Nessa seção, estuda-se a evolução de um pulso sob efeito conjunto de SPM e dispersão. Nessa nova condição – propagação de pulsos curtos ( $T_0 \approx 1$  ps) e intensos ( $P_0 > 1$  W) – o pulso sofre mudanças espectrais e temporais, com características diferentes de quando SPM e dispersão atuam de forma isolada. A Equação (61) inclui os efeitos de GVD e SPM e pode ser reescrita na forma:

$$j \frac{\partial U}{\partial \zeta} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 \exp(-\alpha z) |U|^2 |U| \quad (89)$$

sendo  $\text{sgn}(\beta_2)$  positivo para fibra operando na região de dispersão normal e negativo para a fibra operando na região de dispersão anômala;  $\zeta$  representa a distância normalizada e  $\tau$ , o tempo normalizado, definidos por:

$$\zeta = \frac{z}{L_D} \quad (90)$$

$$\tau = \frac{T}{T_0} \quad (91)$$

e o parâmetro  $N$  é definido como:

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (92)$$

O parâmetro  $N$ , na Equação (89), indica a importância relativa dos efeitos de dispersão e de não linearidade na evolução dos pulsos ao longo da fibra. A dispersão domina para  $N \ll 1$ , enquanto a SPM é dominante para  $N \gg 1$ . Para valores de  $N \approx 1$ , ambos apresentam importância equivalente durante a evolução do pulso.

A Figura 11 ilustra as evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal de uma fibra dispersiva, não linear e sem perdas, com  $T_0 = 1$  ps,  $\beta_2 = 20$  ps<sup>2</sup>/km e  $L = 2L_D$ . Na observação da Figura 11, pode-se notar que o alargamento temporal sofrido pelo pulso é maior do que quando o pulso está sob influência apenas da GVD. Isto se dá porque a SPM gera novas componentes de frequência. Destas componentes de frequência geradas, as mais baixas agrupam-se na frente do pulso e as mais altas, na frente, porque  $\beta_2 > 0$ . Portanto, a ação da SPM reforça o efeito da GVD neste caso. Por outro lado, isto afeta o alargamento espectral do pulso, porque o deslocamento de fase  $\phi_{NL}$  agora torna-se menor que nos casos onde apenas a SPM atua [15].

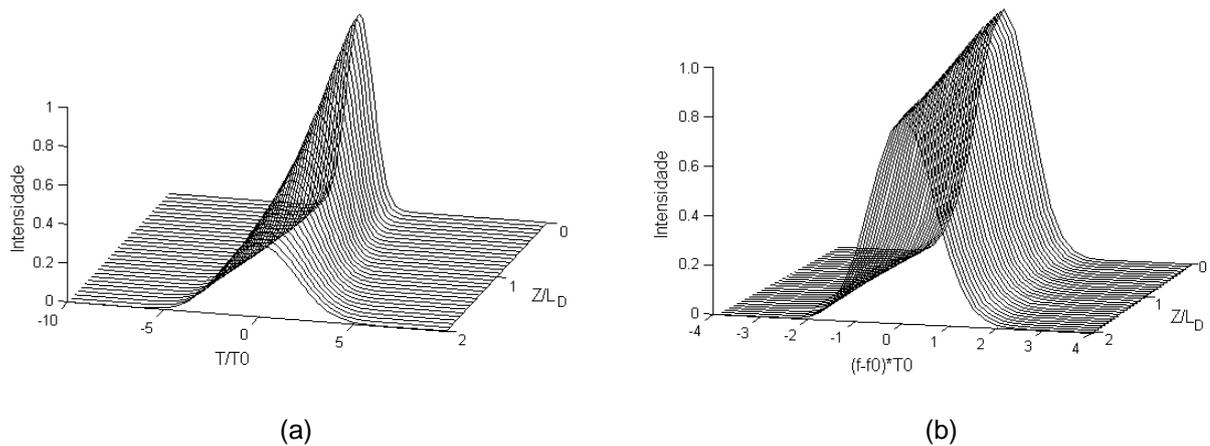


Figura 11 - Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal de uma fibra dispersiva, não linear e sem perdas, com  $T_0 = 1$  ps,  $\beta_2 = 20$ ps<sup>2</sup>/km e  $L = 2L_D$ .

Em um segundo exemplo, a Figura 12 mostra os formatos temporal e espectral do pulso em condições idênticas às da Figura 11, exceto pelo sinal do parâmetro de GVD –  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ .

Quando o pulso se propaga no regime de dispersão anômala, o *chirp* causado pela SPM é contrário ao *chirp* causado pela dispersão anômala, causando um estreitamento do espectro do pulso – situação contrária ao que ocorria com a ação isolada da SPM, havendo praticamente um cancelamento na parte central deste. O formato temporal, por sua vez, se ajusta durante a propagação até atingir um formato constante, assemelhando-se à propagação de um sóliton.

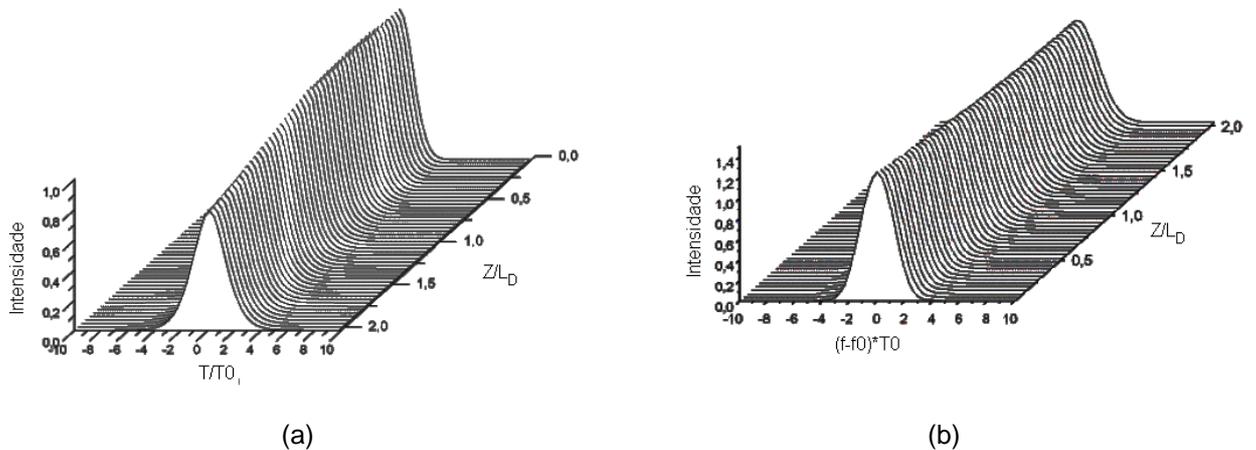


Figura 12 - Evoluções (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal de uma fibra dispersiva, não linear e sem perdas, com  $T_0 = 1 \text{ ps}$ ,  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$  e  $L = 2L_D$ .

#### 2.3.4 Regime de Propagação 4: Evolução do Pulso Governada pelo Efeito de Atenuação

Nesta condição, nem o efeito de SPM nem o efeito de GVD são significativos. Assim, a Equação (58) pode ser reescrita, considerando apenas o efeito de atenuação:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A \quad (93)$$

A Equação (93) tem solução analítica, que é da forma:

$$A(z, T) = A(0, T) \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \quad (94)$$

Sob este regime, o pulso sofre apenas perda de potência óptica ao longo da fibra, tendo suas formas temporal e espectral conservadas.

## 2.4 Método de Fourier de Passo Alternado

A Equação (57), descrita na Seção 2.2, em geral não possui solução analítica [3]. Por isso, há necessidade de solução por algum método numérico. Existem, na literatura, diversos métodos capazes de realizar a análise da propagação de ondas eletromagnéticas em fibras ópticas. Porém, um método muito utilizado atualmente, devido a um desempenho superior a outras técnicas, além de ser simples, robusto e de baixo custo, é o método de Fourier de Passo Alternado [2, 15]. Neste método, a Equação (57) é separada em duas partes: uma linear e outra não linear. A parte linear é resolvida analiticamente, no domínio da frequência. A parte não linear é resolvida no domínio do tempo, utilizando o resultado obtido na solução da parte linear. A conversão dos sinais do domínio do tempo para o domínio da frequência é feita através da Transformada Rápida de Fourier.

A Equação (57) é reescrita da forma:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = [L + NL(z)]A \quad (95)$$

onde  $L$  é um operador diferencial linear (efeitos de dispersão) e  $NL$  é um operador diferencial não linear (efeitos não lineares e atenuação). Estes operadores são:

$$L = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial T^3} \quad (96)$$

$$NL = i\gamma |A|^2 - \frac{\alpha}{2} \quad (97)$$

A solução formal da Equação 2.95, considerando a dependência com a distância “z” dos operadores, e a propagação do envelope de “z” até “z + Δz” pode ser escrita na forma:

$$A(z + \Delta z, T) = \exp \left\{ \int_z^{z+\Delta z} [L + NL(z')] dz' \right\} A(z, T) \quad (98)$$

Na aplicação do método de Fourier de passo alternado, uma representação aproximada é obtida assumindo-se que dispersão e não linearidades atuam de forma independente, em uma pequena distância Δz ao longo da fibra. Em uma primeira aproximação, pode-se considerar que o operador linear “L” não possui dependência explícita com a distância “z”. Assim, pode-se reescrever a exponencial no lado direito da Equação (98) como:

$$\exp \left\{ \int_z^{z+\Delta z} [L + NL(z')] dz' \right\} \cong \exp(\Delta z L) \exp \left[ \int_z^{z+\Delta z} NL(z') dz' \right] \quad (99)$$

A integral na Equação (99) permite considerar a dependência do operador não linear com a distância “z”. Na verdade, ela expressa uma contribuição média ao longo de todo o passo. A Equação (99) mostra que a propagação incremental ( $z \rightarrow z + \Delta z$ ) é composta de dois passos: primeiro, apenas a não linearidade e atenuação atuam em Δz e a parte linear é zero; depois, considera-se apenas a parte linear em Δz e a parte não linear é zero.

O método, como descrito acima, introduz um erro de discretização espacial (distância Δz) da ordem de Δz<sup>2</sup> [2]. Erros menores (Δz<sup>3</sup>) podem ser obtidos com o emprego de produtos exponenciais de ordens superiores. O operador de terceira ordem é largamente utilizado na literatura e dado por [2]:

$$\exp \left\{ \int_z^{z+\Delta z} [L + NL(z')] dz' \right\} \cong \exp \left( \frac{\Delta z}{2} L \right) \exp \left[ \int_z^{z+\Delta z} NL(z') dz' \right] \exp \left( \frac{\Delta z}{2} L \right) \quad (100)$$

A Equação (100) indica que a propagação incremental ( $z \rightarrow z + \Delta z$ ) é composta de três passos (lembrando que o resultado obtido em um passo é utilizado pelo passo seguinte, como condição inicial):

- 1) Apenas a dispersão atua em  $\Delta z/2$  e  $NL=0$ ;
- 2) Apenas a não linearidade atua em  $\Delta z$  e  $L=0$ ;
- 3) Apenas a dispersão volta a atuar em  $\Delta z/2$  e  $NL=0$ .

Assim, combinando as Equações (95), (96) e (97), obtemos as Equações (101) e (102). Na Equação (101), considera-se apenas os efeitos de dispersão ( $NL=0$ ) e na Equação (102), apenas os efeitos não lineares e atenuação ( $L=0$ ).

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = 0 \quad (101)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} - i\gamma|A|^2 A + \frac{\alpha}{2}A = 0 \quad (102)$$

Finalmente, as soluções analíticas obtidas são da forma (Apêndice H):

$$\tilde{A}(z + \Delta z, \omega) = \exp\left[i\left(\frac{\beta_2}{2}\omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\omega^3\right)\Delta z\right]\tilde{A}(z, \omega) \quad (103)$$

$$A(z + \Delta z, T) = \exp\left[i\gamma|A(z, T)|^2\left(\frac{1 - \exp(-\alpha\Delta z)}{\alpha}\right) - \frac{\alpha}{2}\Delta z\right]A(z, T) \quad (104)$$

## 2.5 Equação de Propagação para o caso WDM – Equações Acopladas

Em um sistema óptico onde trafegam, em uma mesma fibra,  $N$  comprimentos de onda – sistema WDM, a propagação destes canais é modelada por um conjunto de  $N$  equações não-lineares de Schrödinger acopladas. Este conjunto de equações é obtido de forma semelhante à apresentada na Seção 2.2, considerando as

mesmas simplificações e exigindo apenas alguns ajustes no desenvolvimento, que serão oportunamente comentados.

Pode-se generalizar a Equação (49), fazendo uso das Equações (46)-(48), para o  $i$ -ésimo canal de um sistema multicanal escrevendo-a na forma:

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} - \beta_{1i} \frac{\partial A_i}{\partial t} - \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^3 A_i}{\partial t^3} = j\Delta\beta_i A_i \quad (105)$$

De modo semelhante, a Equação (42) pode ser generalizada para o caso da propagação de múltiplos comprimentos de onda. Assim, para o  $i$ -ésimo canal e seguindo o desenvolvimento descrito em [4], tem-se:

$$\Delta n_i = n_{2i} \left( |E_i|^2 + 2 \sum_{m \neq i}^N |E_m|^2 \right) + \frac{j\alpha}{2k_{0i}} \quad (106)$$

onde  $k_{0i} = \omega_i / c$  e  $n_{2i} = \frac{3}{8n_i} \text{Re}[\chi^{(3)}]$ , sendo  $\text{Re}[\chi^{(3)}]$  a parte real de  $\chi^{(3)}$ .

De forma análoga à utilizada na solução da Equação (31), onde se assumiu uma solução dada pela Equação (38), esta pode ser generalizada para o caso WDM, tendo seu módulo temporal escrito por:

$$|E_i| = |F_i(x, y)| |A_i(z, t)| \quad (107)$$

Assim, a Equação (106) pode ser reescrita, resultando em:

$$\Delta n_i = n_{2i} \left( |F_i|^2 |A_i|^2 + 2 \sum_{m \neq i}^N |F_m|^2 |A_m|^2 \right) + \frac{j\alpha}{2k_{0i}} \quad (108)$$

De forma semelhante, pode-se generalizar a Equação (44), que define  $\Delta\beta$  para um sistema monocanal, escrevendo uma equação que defina  $\Delta\beta$  para um sistema multicanal [4]:

$$\Delta\beta_j = \frac{k_{0i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n_i |F_i(x,y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F_i(x,y)|^2 dx dy} \quad (109)$$

A partir destas generalizações e seguindo os procedimentos descritos na referência [4], obtém-se um conjunto de  $N$  equações acopladas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial \bar{A}_i}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^2 \bar{A}_i}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^3 \bar{A}_i}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} \bar{A}_i = \\ = j\gamma_i A_i \left( |A_i|^2 + 2 \sum_{m \neq i}^N (|A_m|^2) \right) \end{aligned} \quad (110)$$

onde  $\gamma_i$  é o parâmetro não-linear para o  $i$ -ésimo canal:

$$\gamma_i = \frac{n_{2i} \omega_i}{c A_{eff}} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (111)$$

Na Equação (111), assume-se que a área efetiva  $A_{eff}$  é a mesma para todos os canais.

É interessante fazer as seguintes normalizações temporais:

$$T = t - \frac{z}{v_{gref}} \quad (112)$$

$$d_i = v_{gi}^{-1} - v_{gref}^{-1} \quad (113)$$

A Equação (112) introduz uma normalização temporal análoga à introduzida pela Equação (56), sendo que  $v_{gref} = \frac{1}{\beta_{1ref}}$ , é a velocidade de grupo de um feixe óptico escolhido como referência aos demais. O parâmetro  $d_i$  definido na Equação (113) é uma medida do descasamento de velocidade de grupo entre o  $i$ -ésimo canal e o canal escolhido como referência [18].

Utilizando as normalizações introduzidas pelas Equações (112) e (113) e substituindo na Equação (110), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_i}{\partial z} + d_i \frac{\partial A_i}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^2 A_i}{\partial T^2} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^3 A_i}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} A_i = \\ = j \gamma_i A_i \left( |A_i|^2 + 2 \sum_{m \neq i}^N (|A_m|^2) \right) \end{aligned} \quad (114)$$

onde ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Na Equação (114),  $\beta_{2i}$  e  $\beta_{3i}$  são os parâmetros de GVD de segunda e terceira ordem respectivamente, referentes ao  $i$ -ésimo canal. O primeiro termo no lado direito de (114) é responsável pelo efeito de automodulação de fase e o segundo, pelo efeito de modulação de fase cruzada, ou seja, como os pulsos do canal  $i$  são afetados pelos demais pulsos que se propagam na fibra. O fator 2 que multiplica o termo que modela a *XPM* mostra que, para canais com potências iguais, este efeito é duas vezes mais eficiente que o efeito de *SPM*. A atenuação na fibra é representada pelo parâmetro  $\alpha$ .

De acordo com o que foi demonstrado até o momento, o parâmetro de dispersão de uma fibra óptica e os parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  variam com o comprimento de onda ( $\lambda$ ). Para fibras monomodo padrão, o parâmetro de dispersão  $D(\lambda)$  é tipicamente dado por [18]:

$$D_i(\lambda) = \frac{S}{4} \left( \lambda_i - \frac{\lambda_0^4}{\lambda_i^3} \right) \quad (115)$$

onde  $S = \frac{dD}{d\lambda}$  é a taxa de variação do parâmetro de dispersão em relação ao comprimento de onda (*dispersion slope*) e  $\lambda_0$  é o comprimento de onda do zero de dispersão cromática. Estes parâmetros –  $S$  e  $\lambda_0$  – normalmente são fornecidos pelos fabricantes de fibras ópticas.

Utilizando o parâmetro de dispersão, pode-se obter os parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , como [18]:

$$\beta_1(\lambda) = \int D_i(\lambda) d\lambda = \frac{S}{4} \left( \frac{\lambda_i^2}{2} + \frac{\lambda_0^4}{2\lambda_i^2} \right) \quad (116)$$

$$\beta_2(\lambda) = -\frac{\lambda_i^2}{2\pi c} \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{\lambda_i^2}{2\pi c} D_i(\lambda) \quad (117)$$

$$\beta_3(\lambda) = -\frac{\lambda_i^2}{2\pi c} \frac{d\beta_2}{d\lambda} = \frac{\lambda_i^3}{(2\pi c)^2} (2D_i(\lambda) - S\lambda_i) \quad (118)$$

O segundo termo do lado esquerdo da Equação (114) está associado ao descasamento da velocidade de grupo entre pulsos nos diversos comprimentos de onda que se propagam na fibra. Este descasamento origina o efeito de ultrapassagem (*walk-off*), fundamental na descrição dos efeitos não-lineares decorrentes da interação entre pulsos ópticos.

A interação não-linear entre pulsos ópticos se encerra quando um pulso que se move mais rapidamente ultrapassa totalmente outro que é mais lento. Este fenômeno é descrito pelo parâmetro de ultrapassagem (*walk-off*), dado pela Equação (119) [15]:

$$d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_2(\lambda_2) \quad (119)$$

onde  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os comprimentos de onda dos dois pulsos. Utilizando a Equação (119), pode-se definir um comprimento de ultrapassagem - dado pela Equação (120) - a partir do qual o efeito de *XPM* deixa de existir, pois os dois pulsos se separaram completamente:

$$L_W = \frac{T_0}{|d_i|} \quad (120)$$

Também é conveniente definir outras escalas de comprimento, para compreensão da importância relativa dos efeitos de dispersão e não-linearidades. Assim, define-se [18]:

$$L_D^i = \frac{T_{0i}^2}{|\beta_{2i}|} \quad (121)$$

$$L_{NL}^i = \frac{1}{\gamma_i P_i} \quad (122)$$

A Equação (121) define o comprimento de dispersão, que indica a distância a partir da qual os efeitos dispersivos tornam-se relevantes; a Equação (122) define um comprimento não-linear, que indica a distância a partir da qual os efeitos não-lineares (*XPM+SPM*) tornam-se relevantes.

A seguir, esta formulação é empregada para o estudo de alguns efeitos associados à modulação de fase cruzada (*XPM*).

## 2.6 Deslocamento de Frequência induzido pela XPM

Nesta seção será estudado como o efeito de *XPM* afeta o espectro dos pulsos ópticos ao longo da propagação na fibra [19, 20, 21, 22]. Para isto, será considerado um sistema com dois canais ( $N=2$ ), tomando o canal 1 como referência ( $\beta_{\text{ref}}=\beta_{11}$ ), desprezando-se os efeitos de dispersão ( $L_w < L$  e  $L_D \gg L$ ) e as perdas na fibra. Para esta situação, tem-se as duas equações acopladas:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = j\gamma_1 A_1 \left( |A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right) \quad (123)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + d_2 \frac{\partial A_2}{\partial T} = j\gamma_2 A_2 \left( |A_2|^2 + 2|A_1|^2 \right) \quad (124)$$

onde

$$d_2 = \frac{v_{g1} - v_{g2}}{v_{g1} v_{g2}} \quad (125)$$

É interessante, neste momento, calcular os comprimentos de ultrapassagem ( $L_W$ ) e de dispersão ( $L_D$ ), definidos anteriormente:

$$L_W = \frac{T_0}{|d_2|} \quad (126)$$

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_{21}|} \quad (127)$$

As equações acopladas (123) e (124) possuem solução analítica, dada, em  $z = L$ , por [15, 21]:

$$A_1(L, T) = A_1(0, T) \exp(j\phi_1) \quad (128)$$

$$A_2(L, T) = A_2(0, T - dL) \exp(j\phi_2) \quad (129)$$

onde os deslocamentos de fase não-lineares em função do tempo,  $\phi_1$  e  $\phi_2$  são dadas por [15]:

$$\phi_1(T) = \gamma_1 \left( L |A_1(0, T)|^2 + 2 \int_0^L |A_2(0, T - zd)|^2 dz \right) \quad (130)$$

$$\phi_2(T) = \gamma_2 \left( L |A_2(0, T)|^2 + 2 \int_0^L |A_1(0, T + zd)|^2 dz \right) \quad (131)$$

Nas Equações (130) e (131), o primeiro termo do lado direito está relacionado à automodulação de fase e o segundo (que possui dependência com o parâmetro  $d$ ), à modulação de fase cruzada. E nota-se, ainda, que a contribuição do termo associado à *XPM* varia ao longo da fibra, por sua dependência com o comprimento “ $z$ ”.

A contribuição total da *XPM* para a fase dos pulsos é obtida pela integração sobre o comprimento da fibra. Assim, considerando dois pulsos gaussianos sem *chirp*, com larguras  $T_0$  e amplitudes iniciais iguais, pode-se resolver a integral nas Equações (130) e (131), resultando em:

$$A_1(0, T) = \sqrt{P_1} \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (132)$$

$$A_2(0, T) = \sqrt{P_2} \exp\left(-\frac{(T - T_d)^2}{2T_0^2}\right) \quad (133)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são as potências de pico dos pulsos e  $T_d$  é o retardo inicial que pode existir entre eles.

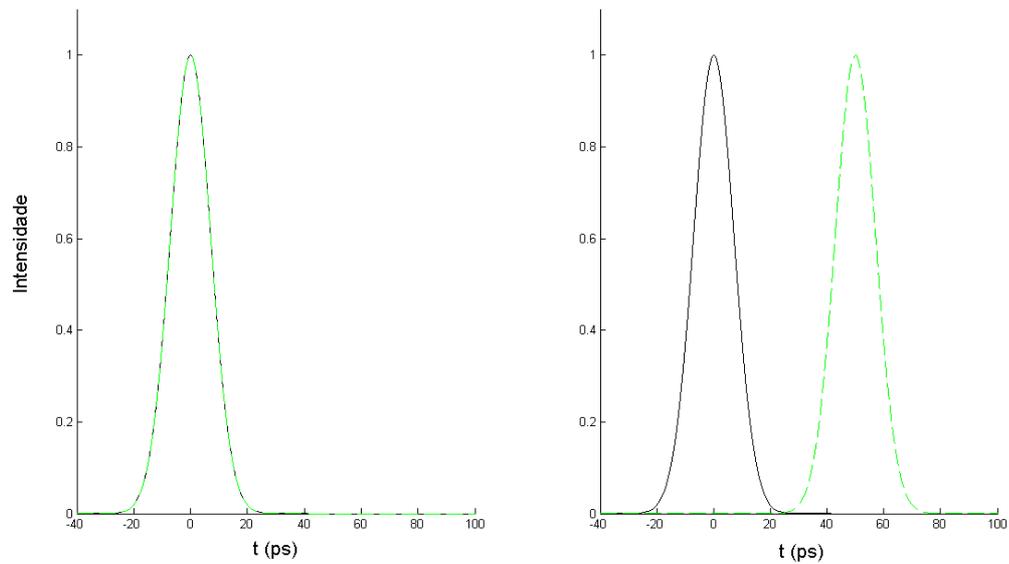
Considerando as normalizações  $\tau = \frac{T}{T_0}$ ,  $\tau_d = \frac{T_d}{T_0}$  e  $\delta = \frac{dL}{T_0}$ , pode-se obter as soluções para  $\phi_1$  e  $\phi_2$  substituindo a Equação (132) em (133), e a Equação (133) em (131). Após alguma manipulação algébrica, tem-se [4, 15]:

$$\phi_1(\tau) = \gamma_1 L \left( P_1 \exp(-\tau^2) + P_2 \frac{\sqrt{\pi}}{\delta} [\operatorname{erf}(\tau - \tau_d) - \operatorname{erf}(\tau - \tau_d - \delta)] \right) \quad (134)$$

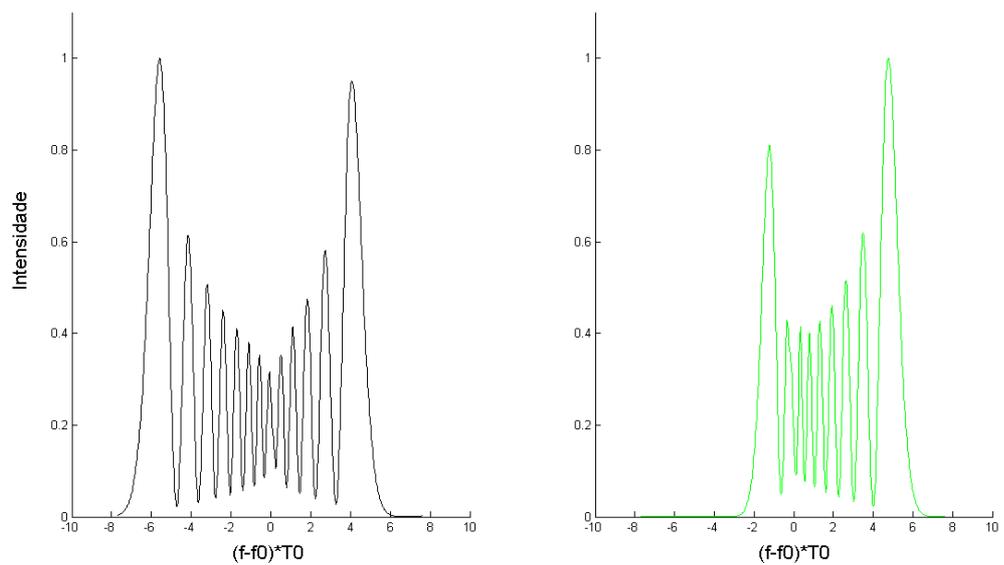
$$\phi_2(\tau) = \gamma_2 L \left( P_2 \exp[-(\tau - \tau_d)^2] + P_1 \frac{\sqrt{\pi}}{\delta} [\operatorname{erf}(\tau) - \operatorname{erf}(\tau + \delta)] \right) \quad (135)$$

O parâmetro  $\delta$  indica um deslocamento relativo entre os pulsos, normalizado em relação à  $T_0$ . Como neste estudo considera-se como referência o pulso 1, quando  $\delta > 0$  o pulso 2 estará atrasado de  $\delta$  em relação ao pulso 1, ao chegar no fim da fibra e quando  $\delta < 0$ , o pulso 2 estará adiantado em relação ao pulso 1. Um caso onde  $\delta$  é positivo pode ser observado na Figura 13 (a) que mostra, conforme se espera, o pulso 2 (tracejado) atrasado em relação ao pulso 1, ao fim da fibra.

A seguir, são apresentados e discutidos alguns exemplos.



(a)



(b)

Figura 13 – Evolução (a) temporal e (b) espectro óptico de dois pulsos gaussianos copropagantes em fibra óptica sem perda exibindo alargamento espectral assimétrico devido ao efeito de XPM.

Parâmetros utilizados:  $\lambda_1 = 630\text{nm}$  @  $100\text{ W}$ ,  $\lambda_2 = 530\text{ nm}$  @  $50\text{ W}$ ,  $T_0 = 10\text{ ps}$ ,  $\gamma_1 P_1 L = 40$ ,  $P_2/P_1 = 0,5$ ,  $\gamma_2/\gamma_1 = 1,2$ ,  $\tau_d = 0$ ,  $\delta = 5$  e  $L = 5\text{ m}$ .

Inicialmente, são considerados dois pulsos gaussianos, um com  $\lambda_1 = 630\text{nm}$  e potência de pico  $P_1 = 100\text{ W}$ , e outro com  $\lambda_2 = 530\text{ nm}$  e potência de pico  $P_2 = 50\text{ W}$ , ambos com largura  $T_0 = 10\text{ ps}$ , lançados simultaneamente em uma fibra óptica sem perda com os seguintes parâmetros:  $\gamma_1 P_1 L = 40$ ,  $P_2/P_1 = 0,5$ ,  $\gamma_2/\gamma_1 = 1,2$ ,  $\tau_d = 0$ ,  $\delta = 5$

e  $L = 5$  m. A Figura 13 (b) ilustra a forma espectral dos dois pulsos no início (figura à esquerda) e no fim (figura à direita) da fibra. Na Figura 13 (b), nota-se uma assimetria espectral nos pulsos causada pela *XPM*. Como a potência do pulso 2 é menor que a do pulso 1, o efeito de *XPM* neste pulso é maior, tornando seu espectro mais assimétrico que o do pulso 1 ( $P_1 = 2P_2$ ). Não se consegue observar um efeito de dispersão neste exemplo, pois o comprimento de propagação é muito menor que o comprimento de dispersão  $L_D$ , que, neste caso, tem valor próximo a 6 km.

Se dois pulsos são lançados na fibra com um retardo temporal entre eles, os aspectos qualitativos do alargamento espectral podem ser bastante diferentes. Com a finalidade de isolar o efeito de *XPM*, para que seja mais bem percebido, é comum o uso de uma configuração denominada bombeio-teste, onde o canal com maior potência é denominado canal de bombeio e o outro, canal de teste, com  $P_1 \ll P_2$ . Assim, o pulso de bombeio é o que causa o efeito de *XPM* sobre o pulso de teste. Nesta configuração bombeio-teste, o efeito de automodulação de fase será dominante em relação à modulação de fase cruzada para o pulso de bombeio, enquanto o efeito de *XPM* será o dominante para o pulso de teste.

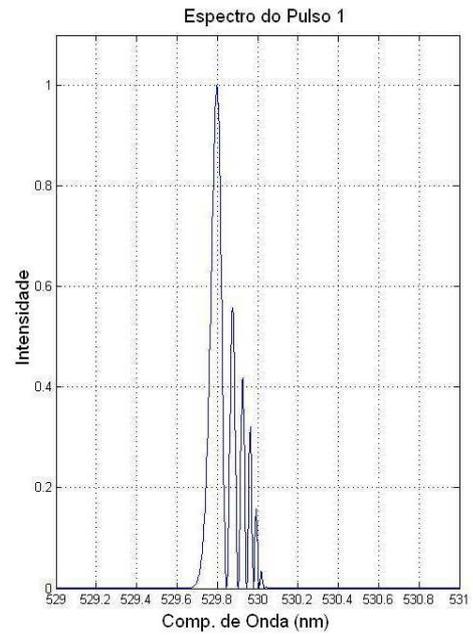
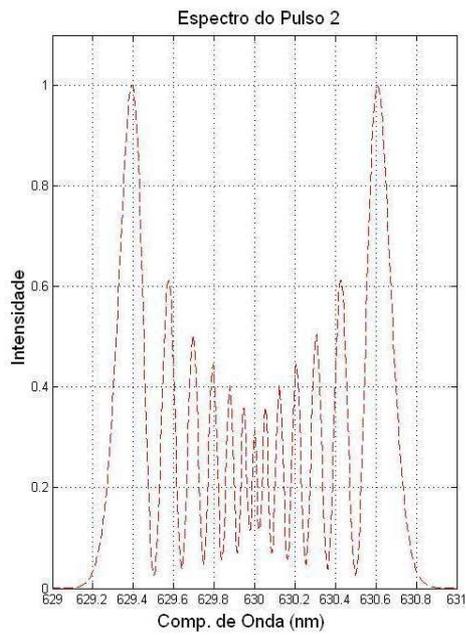
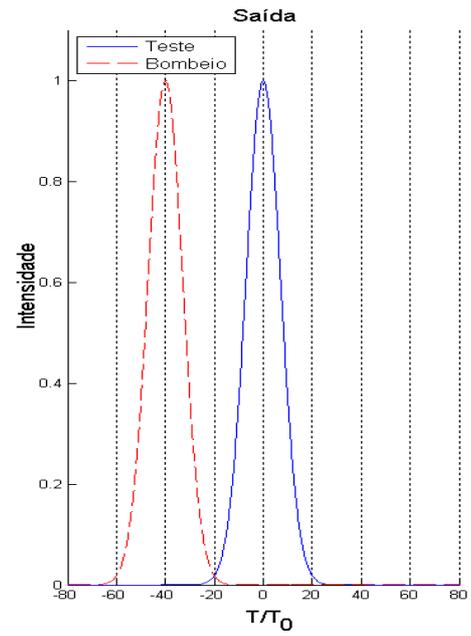
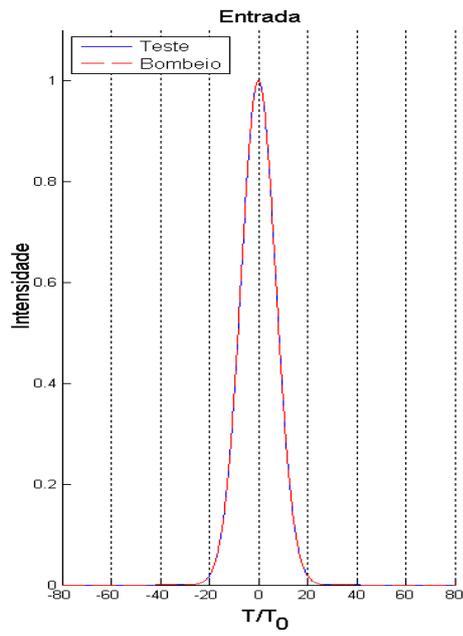
Para ilustrar os efeitos que são causados pelo atraso inicial entre os pulsos considera-se outro exemplo, onde a velocidade de grupo do pulso de bombeio é maior que a do pulso de teste, e os pulsos são lançados na fibra com retardo inicial  $\tau_d$  ( $\tau_d \geq 0$ ). Os dois pulsos gaussianos ( $\lambda_1 = 530$  nm e  $\lambda_2 = 630$  nm) deste exemplo se propagam em uma fibra óptica monomodo padrão ( $\lambda_0 = 1310$  nm) e, novamente, o pulso 1 é tomado como referência. O pulso 2 tem potência de pico  $P_2 = 100$  W e os dois pulsos possuem a mesma largura  $T_0 = 10$  ps. Os demais parâmetros são os seguintes:  $P_2/P_1 = 1000$ ,  $\gamma_1 P_2 L = 40$ ,  $L = 4$  m e  $d = -10$  ps/m. Com estes parâmetros, tem-se  $L_W = 1$  m.

A interação entre os dois pulsos (bombeio e teste) é analisada para três diferentes retardos no lançamento do pulso de bombeio (pulso 2) em relação ao pulso de teste (pulso 1): (a) nulo; (b) 20 ps e (c) 40 ps. Os efeitos observados nestes três casos são ilustrados na Figura 14.

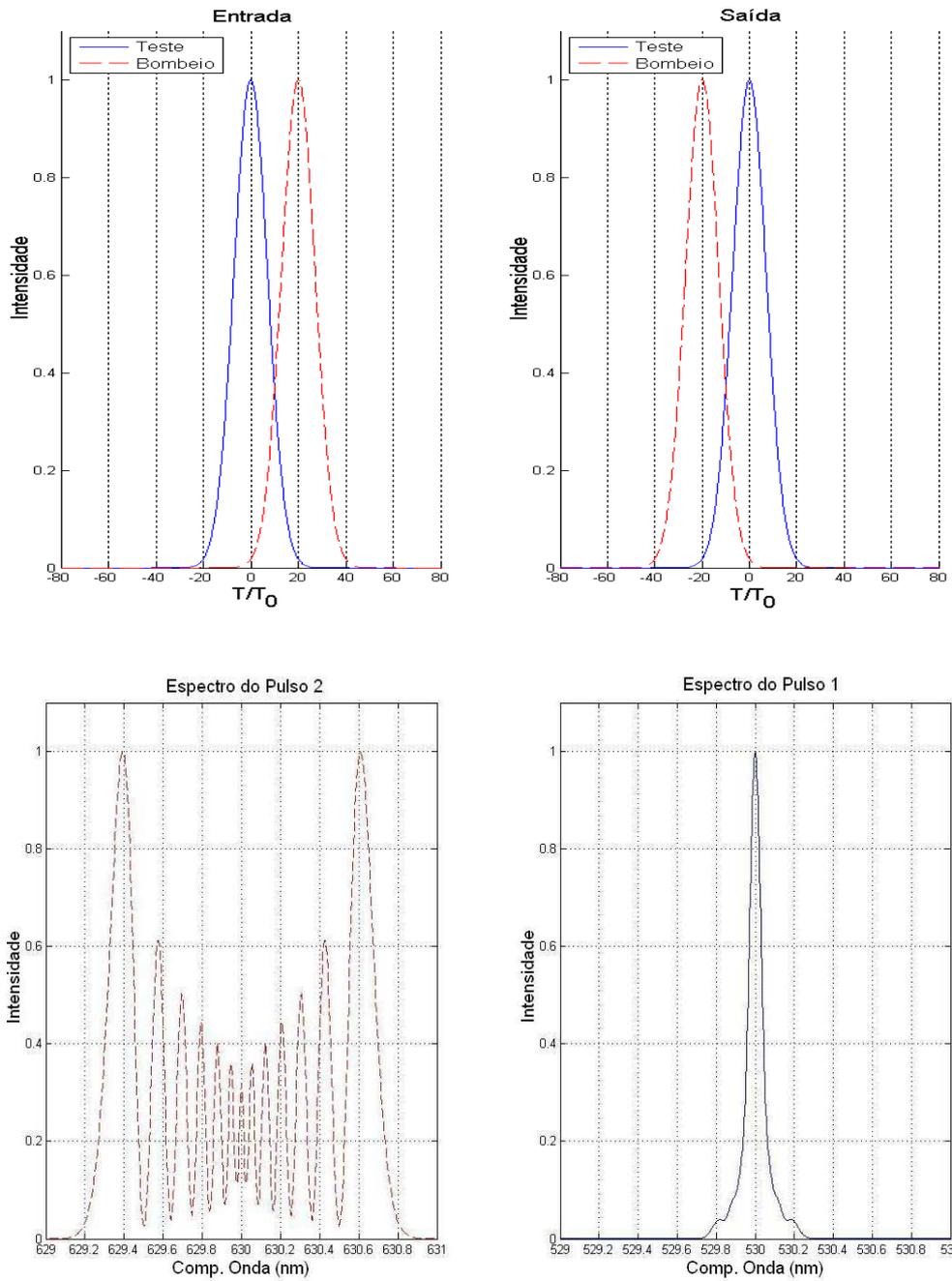
Na Figura 14 (a), os dois pulsos são lançados simultaneamente na fibra. Como os pulsos partem sobrepostos, a interação entre eles se dá no primeiro metro de fibra. Por ter velocidade menor, o pulso de teste interage principalmente com a cauda do pulso de bombeio, causando o deslocamento de seu espectro para a

esquerda (comprimentos de onda menores). Na Figura 14 (b), onde o pulso de bombeio (pulso 2) é lançado com um retardo de 20 ps em relação ao pulso de teste (pulso 1), os dois pulsos irão se encontrar após dois metros de propagação e o pulso de bombeio ultrapassa o pulso de teste neste ponto. Assim, o pulso de teste interage tanto com a cauda quanto com a frente do pulso de bombeio, de forma simétrica e por isso, os efeitos praticamente se cancelam. Por fim, na Figura 14 (c), onde o pulso de bombeio (pulso 2) é lançado com um retardo de 40 ps em relação ao pulso de teste (pulso 1), os dois pulsos irão se encontrar e interagir no final da fibra, situação oposta à da Figura 14 (a). Assim, o pulso de teste interage basicamente com a frente do pulso de bombeio, durante toda a propagação na fibra, causando um deslocamento de seu espectro para a direita (comprimentos de onda maiores).

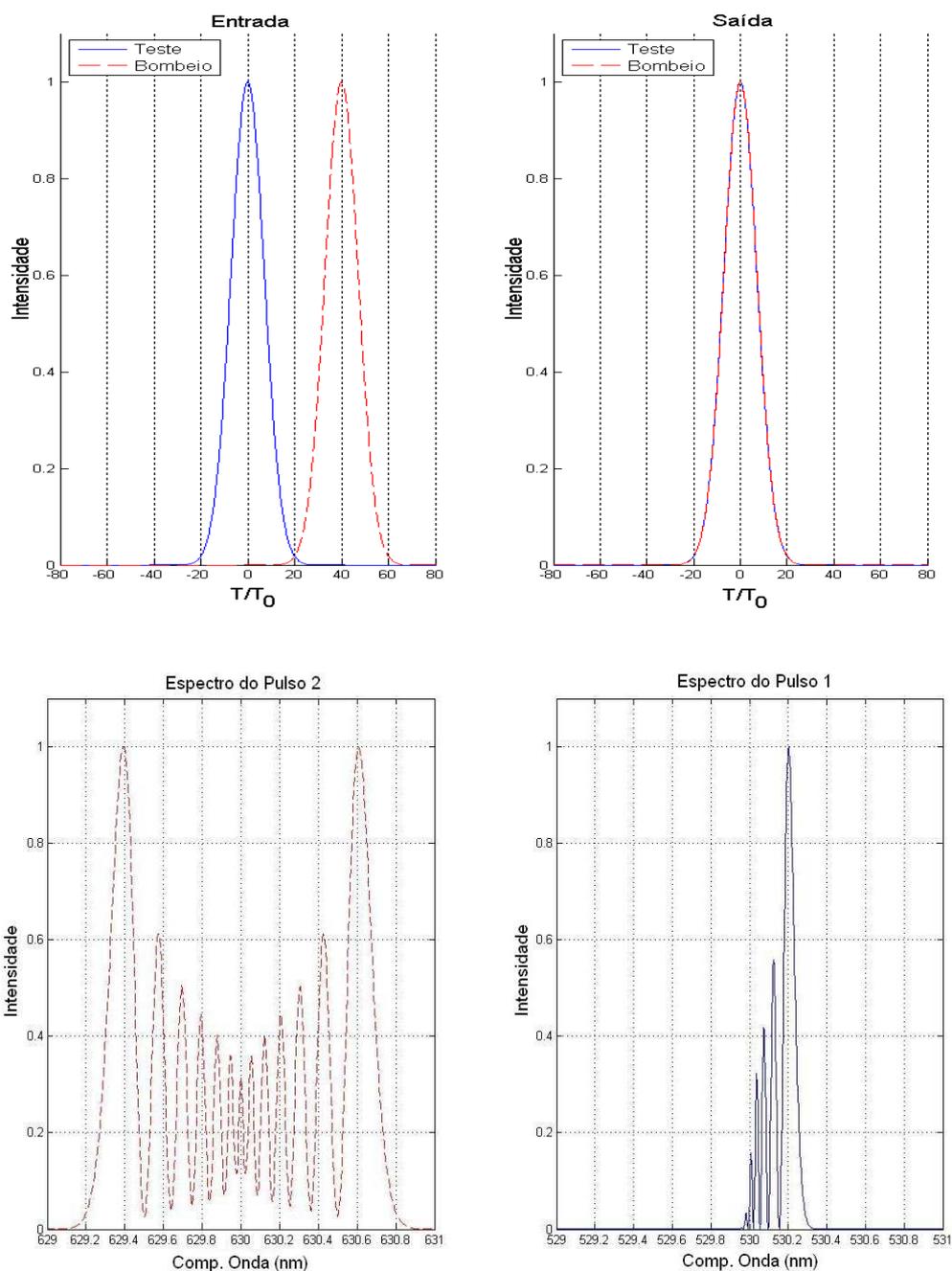
Vale ressaltar que, nas três situações, não houve qualquer alteração no envelope dos dois pulsos, já que o comprimento de dispersão ( $L_D > 1,6$  km) é muito maior que o comprimento da fibra e tem-se um alargamento espectral quase simétrico para o pulso de bombeio, causado pelo efeito de *SPM*, já que sua potência de pico é 1000 vezes maior que a do pulso de teste e por isso o efeito de *XPM* não pode ser observado [18].



(a)



(b)



(c)

Figura 14 - Evolução dos envelopes dos pulsos de teste e de bombeio ao longo de uma fibra óptica sem perda, o *chirp* de frequência induzido (no pulso de teste) e os espectros dos pulsos ao fim da propagação, onde em (a) os pulsos são lançados simultaneamente na fibra, em (b) o pulso de bombeio é lançado com um retardo de 20 ps e em (c) o pulso de bombeio é lançado com um retardo de 40 ps.

## 2.7 Alterações Temporais Assimétricas

No estudo anterior assumiu-se que  $L_D \gg L$ , ou seja, os efeitos da dispersão foram desprezados. Mas, se o comprimento de dispersão ( $L_D$ ) tornar-se comparável ao comprimento da fibra ( $L$ ) ou ao comprimento de ultrapassagem ( $L_W$ ), os efeitos conjuntos de *GVD*, *SPM* e *XPM* podem causar mudanças não somente nos espectros dos pulsos (já discutidos anteriormente), mas também em seus envelopes.

Quando os efeitos de dispersão de velocidade de grupo não podem ser desprezados, as equações acopladas (114) precisam ser resolvidas em sua forma completa. Porém, neste caso, as equações não mais possuem solução analítica; uma solução aproximada pode ser obtida por meio de métodos numéricos. Nesta dissertação, o método escolhido foi o método de Fourier de Passo Alternado.

Os efeitos temporais impostos aos pulsos ópticos pelo efeito conjunto de *GVD*, *SPM* e *XPM* são ilustrados a seguir. Para isto, as Equações (136) e (137) foram resolvidas numericamente. Novamente, utiliza-se a mesma configuração bombeio-teste da seção anterior, e os parâmetros de propagação são escolhidos de forma que os efeitos desejados possam ser observados:  $\beta_{21} \approx \beta_{22} \approx 60 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $L/L_D = 0,4$ ,  $L_D/L_W = 10$  e  $L_D/L_{NL} = 100$ . Os dois pulsos são gaussianos ( $\lambda_1 = 530 \text{ nm}$ ,  $\lambda_2 = 630 \text{ nm}$ ), com potência de pico de 8 W e largura  $T_0 = 5 \text{ ps}$ . Os pulsos são lançados simultaneamente na fibra, cujas perdas são desprezadas, pois o comprimento de propagação é de apenas cerca de 170m.

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{j}{2} \beta_{21} \frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} = j \gamma_1 A_1 (|A_1|^2 + 2|A_2|^2) \quad (136)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + d_{21} \frac{\partial A_2}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_{21} \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} = j \gamma_2 A_2 (|A_2|^2 + 2|A_1|^2) \quad (137)$$

Na Figura 15, pode-se perceber que o envelope e o espectro do pulso de teste sofrem os efeitos conjuntos de *GVD* e *XPM*; o envelope e o espectro do pulso de bombeio sofrem principalmente os efeitos de *GVD* e *SPM*: a propagação do pulso de bombeio não é afetada pelo pulso de teste, pois sua potência é muito maior e, portanto, o efeito de *XPM* devido ao pulso de teste é desprezível. Porém, o pulso de teste é severamente afetado pelo pulso de bombeio, devido aos efeitos de *XPM*. A

Equação (136) governa a propagação do pulso de teste, considerando os efeitos combinados de *GVD* (que afeta o envelope) e *XPM* (que afeta o espectro).

O principal aspecto observado na Figura 15 é a alteração sofrida pelo envelope do pulso de teste, causado pela *GVD*. Na ausência deste efeito (Figura 14 - Seção 2.6) o envelope permanece inalterado, porque o efeito de *XPM* afeta apenas o espectro do pulso. Porém, sob efeito também da *GVD*, partes diferentes do pulso de teste propagam-se com diferentes velocidades. Este fato acarreta uma assimetria no envelope do pulso de teste, além do aparecimento de estruturas oscilatórias. O pulso de teste desenvolve oscilações rápidas próximo à sua cauda, enquanto a frente quase não é afetada.

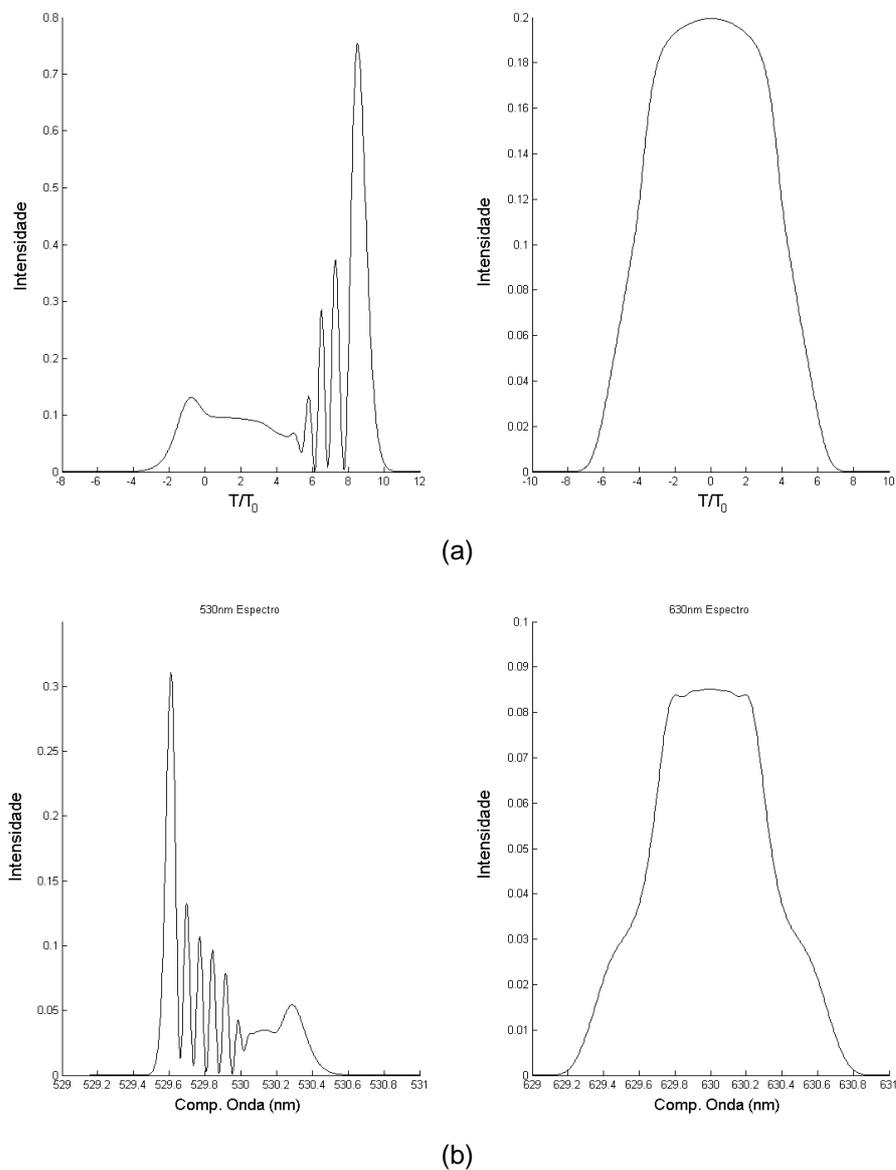


Figura 15 – (a) Envelope e (b) espectro dos pulsos de teste (à esquerda) e de bombeio (à direita) na saída de uma fibra óptica sem perda, sob efeito conjunto de *GVD*, *SPM* e *XPM*, utilizando os seguintes parâmetros:  $L/L_D = 0.4$ ,  $L_D/L_W = 10$ ,  $L_D/L_{NL} = 100$ ,  $P_2 = 8$  W.

A observação experimental de alterações temporais assimétricas requer o uso de pulsos ultracurtos, pois  $L_D > 1$  km para pulsos com largura  $T_0 > 5$  ps, enquanto que o comprimento de ultrapassagem  $L_W \approx 1$  m para valores típicos de  $|d| \approx 10$  ps/m. Como o efeito de *XPM* ocorre apenas durante um pequeno trecho de propagação (enquanto os pulsos estão superpostos), a combinação dos efeitos de *XPM* e *GVD* ocorre apenas quando  $L_D$  e  $L_W$  têm valores comparáveis. Como exemplo, se  $T_0 = 100$  fs, tem-se  $L_D \approx L_W \approx 10$  cm, e os efeitos assimétricos temporais discutidos poderiam ser observados em experimentos com uma fibra de 1 metro de comprimento. Porém, com pulsos de largura da ordem de femtossegundos, é necessário considerar outros efeitos não lineares de ordens superiores, que fogem ao escopo deste trabalho.

## 2.8 Conclusão

Foram analisados todos os aspectos relevantes da propagação de pulsos em fibras ópticas, para sistemas de um único canal e sistemas WDM.

Na Seção 2.1, através da solução das equações de Maxwell, obteve-se a Equação (20) que descreve adequadamente a propagação de pulsos por fibras ópticas. Na Seção 2.2, após considerações e aproximações simplificadoras, obteve-se a equação não linear de Schrödinger, que descreve a propagação do envelope de um pulso óptico em fibras dispersivas, não lineares e com perdas, considerando efeitos de dispersão de velocidade de grupo (segunda e terceira ordem), efeitos de atenuação e efeitos de automodulação de fase.

Na Seção 2.3, através da solução da equação não linear de Schrödinger, foram definidos quatro regimes de propagação distintos, a saber:

- Regime de propagação 1: Efeitos dispersivos são dominantes, ocasionando alargamento temporal dos pulsos. Ocorre quando  $L > L_D$  e  $L \ll L_{NL}$ .
- Regime de propagação 2: Efeitos não lineares são dominantes, ocasionando alargamento espectral dos pulsos. Este regime ocorre quando  $L \ll L_D$  e  $L > L_{NL}$ .
- Regime de propagação 3: Efeitos dispersivos e não lineares agem conjuntamente, ocorrendo o alargamento temporal e espectral dos pulsos, porém de

forma qualitativamente diferente de quando estes efeitos ocorrem de forma isolada. Este regime ocorre quando  $L > L_D$  e  $L > L_{NL}$ .

- Regime de propagação 4: Efeitos dispersivos e não lineares são desprezíveis, apenas o efeito de atenuação atua. Este regime ocorre quando  $L \ll L_D$  e  $L \ll L_{NL}$ .

Através do estudo detalhado de cada regime, pode-se chegar a algumas conclusões acerca de cada regime. No regime de propagação 1, duas situações podem ser observadas:

a) Se o comprimento de onda do pulso estiver localizado fora o comprimento de onda de zero de dispersão da fibra, o envelope do pulso sofre um alargamento temporal, mas o seu espectro permanece inalterado.

b) Caso contrário, se o parâmetro de dispersão de segunda ordem  $\beta_2 = 0$ , o pulso, além de sofrer alargamento temporal, também apresenta uma estrutura oscilatória próxima às bordas, tornando o pulso assimétrico.

No regime de propagação 2, o efeito de *SPM* introduz um alargamento espectral no pulso, com o surgimento de estruturas oscilatórias consistindo de vários picos, sendo que estes picos localizados nos extremos são os de maior intensidade. Porém, no envelope do pulso nada se altera.

No regime de propagação 3, ocorre o efeito conjunto de *SPM* e *GVD*, acarretando em um alargamento tanto espectral quanto temporal. Foram analisados os casos com  $\beta_2 > 0$  e  $\beta_2 < 0$ .

No regime de propagação 4, ocorre o efeito apenas da atenuação. Neste caso, tanto envelope quanto espectro se mantêm inalterados. Ocorre apenas perda de potência.

Na Seção 2.4, foi apresentado o Método de Fourier de Passo Alternado, utilizado deste ponto em diante para a solução da equação não linear de Schrödinger. A Equação (57) é reescrita, separando-se as partes linear e não linear e, através deste método, solucionadas separadamente – a primeira no domínio da frequência e a segunda, no domínio do tempo, para cada comprimento  $\Delta z$ . A transferência entre os domínios do tempo e da frequência é feita através da transformada rápida de Fourier.

A Seção 2.5 apresentou as equações acopladas que governam a propagação de múltiplos canais, em diferentes comprimentos de onda, em uma mesma fibra. Estas equações preveem os efeitos lineares de atenuação e dispersão, e efeitos não lineares de automodulação de fase e modulação de fase cruzada, além do descasamento de velocidade de grupo entre os diversos canais.

Na Seção 2.6 foi analisado o efeito de descasamento de velocidade de grupo e introduzido um parâmetro útil ao estudo da interação entre canais: o comprimento de ultrapassagem. Além disto, foi mostrado que quanto menor for o espaçamento (em frequência) entre os canais, maior será a interação entre eles.

Encerrou-se este capítulo com o estudo de um efeito não linear, realizado na Seção 2.7, que tem origem na interação entre dois ou mais canais propagando-se em uma mesma fibra: a modulação de fase cruzada, efeito muito importante para o estudo de sistemas WDM, já que este fenômeno provoca alterações no espectro de cada canal (assim como a automodulação de fase) afetando a relação sinal/ruído de um sistema óptico.

### 3

## **Apresentação e Discussão dos Resultados**

Nos capítulos iniciais deste trabalho, foram apresentados os principais conceitos e fenômenos que descrevem a propagação de pulsos ópticos em um sistema de comunicações por fibras ópticas.

O primeiro capítulo foi dedicado a uma breve introdução sobre a tecnologia WDM e amplificadores a fibra óptica dopada com Érbio (EDFAs), descrevendo as principais aplicações deste componente em enlaces ópticos e a modelagem matemática utilizada para representá-lo no simulador WDM.

No Capítulo 2, foram estudados os modelos matemáticos que descrevem a propagação de pulsos em fibras ópticas. Primeiro, foi considerado um caso mais simples – sistemas monocanal, e depois, o caso geral de sistemas ópticos multicanal (WDM). Assim, foram obtidas as Equações Não-Lineares de Schrödinger Acopladas (ENLS), que formam a base do simulador desenvolvido.

Este capítulo objetiva a descrição completa do simulador WDM desenvolvido, bem como a discussão dos resultados das simulações realizadas. Na Seção 3.1, é feita uma descrição sucinta da composição e das funcionalidades do simulador WDM para sistemas amplificados. Na Seção 3.2, são apresentados resultados e conclusões das simulações realizadas: a Subseção 3.2.1 apresenta resultados da simulação de sistemas ópticos WDM que utilizam amplificadores ópticos EDFA para compensação de perdas, à luz das normatizações disponibilizadas pela ITU-T e a Subseção 3.2.2, resultados da simulação da técnica de otimização da posição de amplificadores ópticos EDFA em enlaces ópticos sem repetidores. A Seção 3.3 encerra o capítulo, com as conclusões e constatações pertinentes.

### **3.1 Descrição do Simulador MatLab para Sistemas Ópticos WDM Amplificados**

O simulador MatLab para sistemas ópticos WDM amplificados foi desenvolvido como uma ferramenta computacional de auxílio para simulação, análise de desempenho e projeto de sistemas ópticos WDM que utilizam o

amplificador óptico EDFA para compensação das perdas ópticas na fibra. Esta ferramenta foi desenvolvida em ambiente MatLab [23, 24].

Um enlace óptico típico para sistemas digitais IM-DD (Modulação em Intensidade e Detecção Direta) pode ser dividido em quatro blocos: o equipamento transmissor, o trecho de fibra óptica, o amplificador óptico e o equipamento receptor, ilustrados na Figura 16.



Figura 16 - Diagrama de blocos de um enlace óptico WDM amplificado.

O primeiro bloco – o equipamento transmissor – tem a função de gerar um sinal óptico que represente a informação (sinal elétrico) a ser transmitida. Este sinal óptico pode ser gerado por uma fonte óptica baseada em diodo emissor de luz (LED) ou diodo laser, sendo o segundo mais utilizado em sistemas de comunicação de longa distância e alta taxa de transmissão. Além da fonte óptica, o transmissor contém um modulador externo, caso a modulação direta do LED ou laser não seja possível. O simulador suporta modulação RZ (com retorno ao zero) ou NRZ (sem retorno ou zero), com pulsos ópticos no formato de secante hiperbólica ou gaussiano. O formato secante hiperbólica destina-se à simulação de sistemas solitônicos, que empregam, obrigatoriamente, a modulação RZ. No modelo numérico do transmissor, é possível escolher o número ( $2^n$  bits, sendo  $n$  um número inteiro positivo) e a sequência de bits da palavra que será transmitida, bem como a taxa de transmissão utilizada. É possível escolher, ainda, o número de canais do sistema, o comprimento de onda e potência óptica de cada canal.

Conforme já comentado, o simulador utiliza as equações não-lineares de Schrödinger acopladas como modelo matemático para a descrição da propagação de pulsos na fibra óptica. Com os parâmetros pré-existentes no simulador, é possível analisar sistemas que utilizam fibras ópticas do tipo padrão, de acordo com a recomendação ITU-T G.652 [16] e do tipo dispersão deslocada (DSF), de acordo com a recomendação ITU-T G.653 [25]. Porém, através da adição dos parâmetros

de dispersão cromática e de perda de uma fibra óptica específica, que normalmente são fornecidos pelo fabricante, é possível simular qualquer tipo de fibra óptica.

Na Seção 1.3.5 do Capítulo 1, foi descrito o modelo matemático utilizado pelo simulador para a representação do amplificador óptico EDFA. Quando a solução numérica das ENLS atinge o ponto do enlace onde está localizado um EDFA, a subrotina do amplificador é acionada. Nesta subrotina, o sinal é representado no domínio da frequência. Para o cálculo do ganho do amplificador, é necessário conhecer a potência óptica total na entrada do mesmo, estimada a partir da amplitude de pico de cada canal. A partir deste valor, calcula-se o ganho a ser aplicado ao sinal de entrada, de acordo com a curva de ganho do amplificador (por exemplo, Figura 2). Ao sinal já amplificado é, então, adicionado o ruído ASE, gerado como descrito na Seção 1.3.5. Concluído o processamento da subrotina de amplificação, o sinal continua a sua propagação. Cabe ressaltar que o simulador permite, ainda, a escolha do número de amplificadores EDFA que serão utilizados no enlace e o espaçamento entre eles, permitindo a simulação de amplificadores de linha, amplificadores *BOOSTER* ou pré-amplificadores; em cada aplicação podem ser utilizadas curvas de ganho distintas.

O receptor óptico é responsável pela conversão do sinal óptico recebido em sinal elétrico, que traduz a informação original [3, 26, 27]. O diagrama de blocos da Figura 17 ilustra o receptor óptico utilizado neste trabalho, que é composto de três partes: um filtro óptico, um fotodiodo e um filtro elétrico [2].

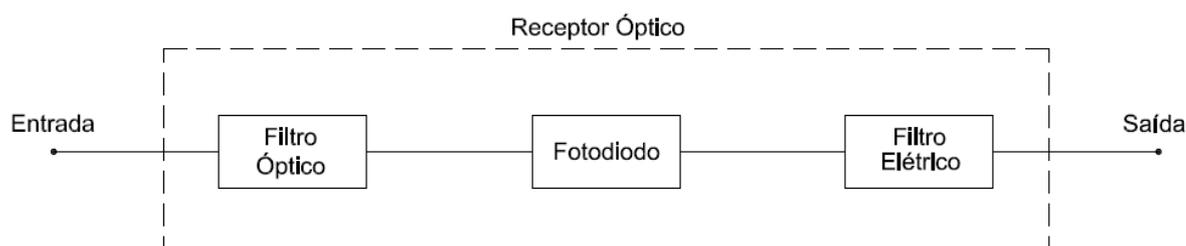


Figura 17 - Diagrama de blocos do receptor óptico.

O filtro óptico presente na entrada do receptor tem por principal função limitar a largura espectral do ruído ASE (adicionado ao sinal pelos amplificadores ópticos EDFA ao longo do enlace) que chega ao fotodiodo. O filtro utilizado neste simulador é do tipo Fabry-Perot, com função de transferência dada por [2]:

$$H_{ot}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j2\omega}{B_{ot}}} \quad (138)$$

onde  $B_{ot}$  é a largura banda a meia altura (FWHM) do filtro óptico. O algoritmo considera apenas a parte real da função de transferência da Equação (138), porque a parte imaginária corresponde apenas a um deslocamento temporal do pulso, que pode ser desprezado. A Figura 18 mostra o gráfico da parte real da função de transferência do filtro óptico utilizado nas simulações, com largura de banda FWHM de 200 GHz.

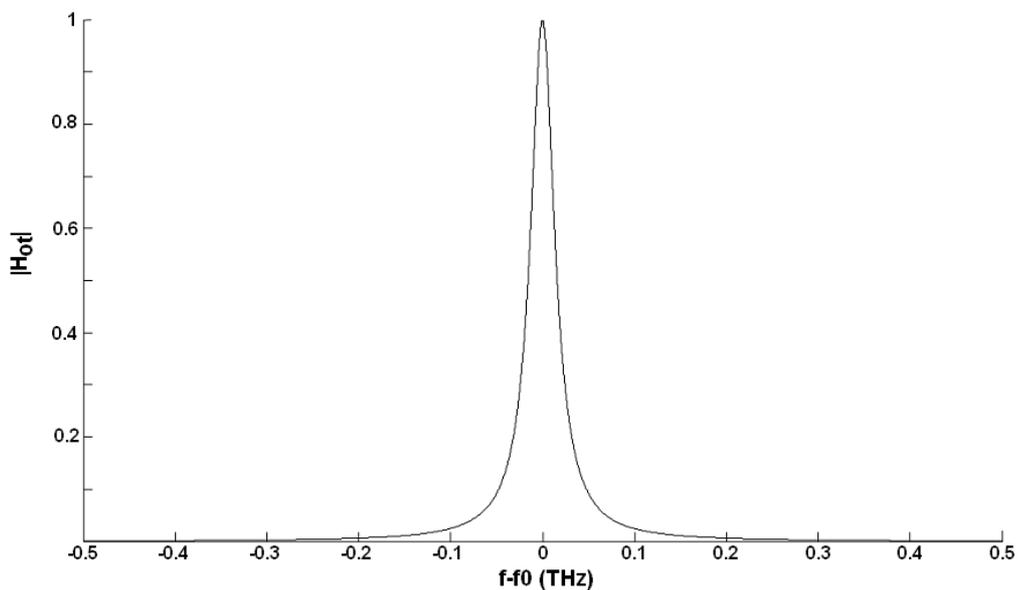


Figura 18 - Resposta em frequência do filtro óptico (parte real), com largura de banda  $B_{ot}=200$  GHz.

Após o filtro óptico tem-se o fotodiodo, cuja função é a conversão da potência óptica incidente em um sinal de corrente elétrica. A corrente elétrica de saída de um fotodiodo pode ser representada por  $i(t) = Rp(t)$ , onde  $R$  é a responsividade do fotodiodo e  $p(t)$ , a potência óptica incidente. Por simplicidade e sem perda de generalidade, pode-se adotar uma responsividade unitária. Para fotodiodos reais do tipo *PIN*, a responsividade é ligeiramente inferior a um, tipicamente de 0,8 a 0,9 e em fotodiodos do tipo avalanche, a responsividade costuma ser maior que 10 [3, 27].

Por fim, a fotocorrente gerada pelo fotodiodo, e que representa a informação, passa por um filtro elétrico de formato gaussiano, com função de transferência dada por [2]:

$$H_{el}(\omega) = \exp\left(\frac{-4(\ln 2)\omega^2}{B_{el}^2}\right) \quad (139)$$

onde  $B_{el}$  representa a largura de banda a meia altura (FWHM) do filtro elétrico. A Figura 19 mostra o gráfico da função de transferência do filtro elétrico, para uma largura de banda FWHM de 2,5 GHz.

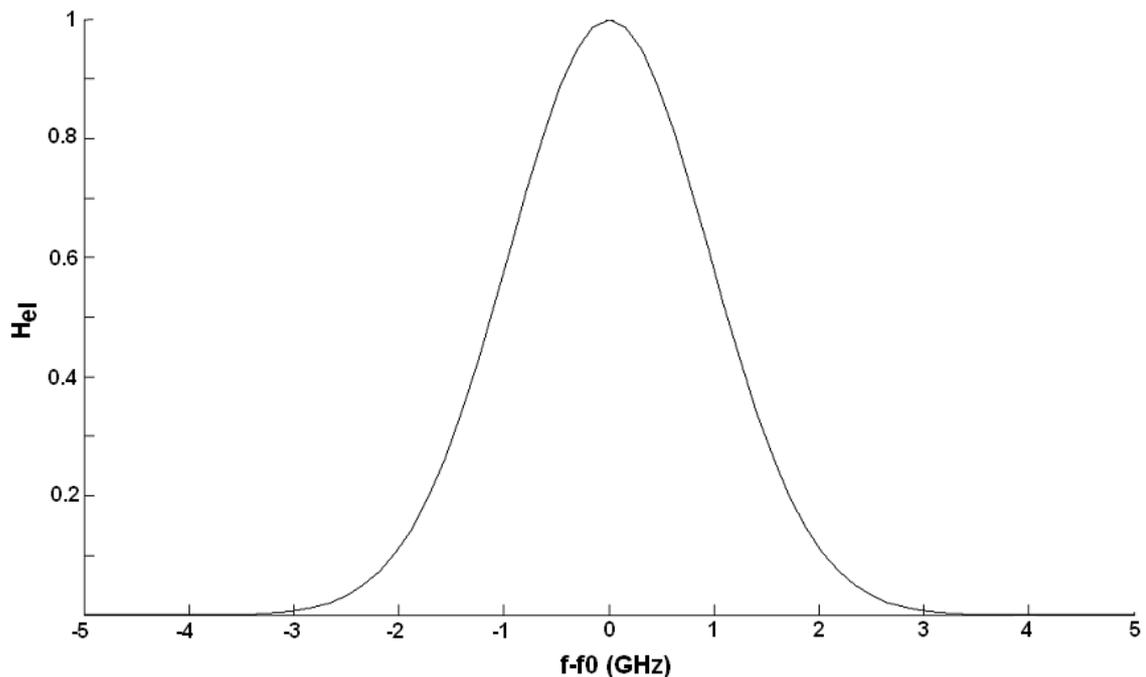


Figura 19 - Resposta em frequência do filtro elétrico, com largura de banda  $B_{el} = 2,5$  GHz.

É importante ressaltar que os sistemas de comunicações ópticas não são penalizados apenas por efeitos indesejados na fibra e nos amplificadores ópticos: os transmissores e os receptores também impõem limitações ao sistema. Porém, como o principal objetivo deste trabalho é a modelagem da propagação de pulsos na fibra óptica, as limitações impostas pelo transmissor e receptor serão desprezadas, de modo que estes componentes serão considerados ideais.

Com a finalidade de testar a eficiência do modelo adotado para o receptor óptico, foi realizada uma simulação de um sistema solitônico amplificado – onde cada bit “1” é representado por um pulso secante hiperbólica. Foi considerada a transmissão de 64 bits, a uma taxa de 2,5Gbps, com os seguintes parâmetros: largura de cada pulso:  $T_0 = 10$  ps; parâmetro de dispersão da fibra óptica:

$\beta_2 = -2 \text{ ps}^2/\text{km}$ ; coeficiente de perda da fibra óptica:  $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$  comprimento da fibra óptica:  $L = 6000 \text{ km}$ ; espaçamento entre amplificadores ópticos (EDFAs):  $L_{\text{amp}} = 40 \text{ km}$ . A largura de banda do filtro óptico foi fixada em  $200 \text{ GHz}$  e variou-se a largura de banda ( $B_{\text{el}}$ ) do filtro elétrico. Os diagramas de olho deste sistema, para diferentes valores de  $B_{\text{el}}$ , são mostrados na Figura 20. Os resultados obtidos estão em concordância com os valores apresentados na referência [2].

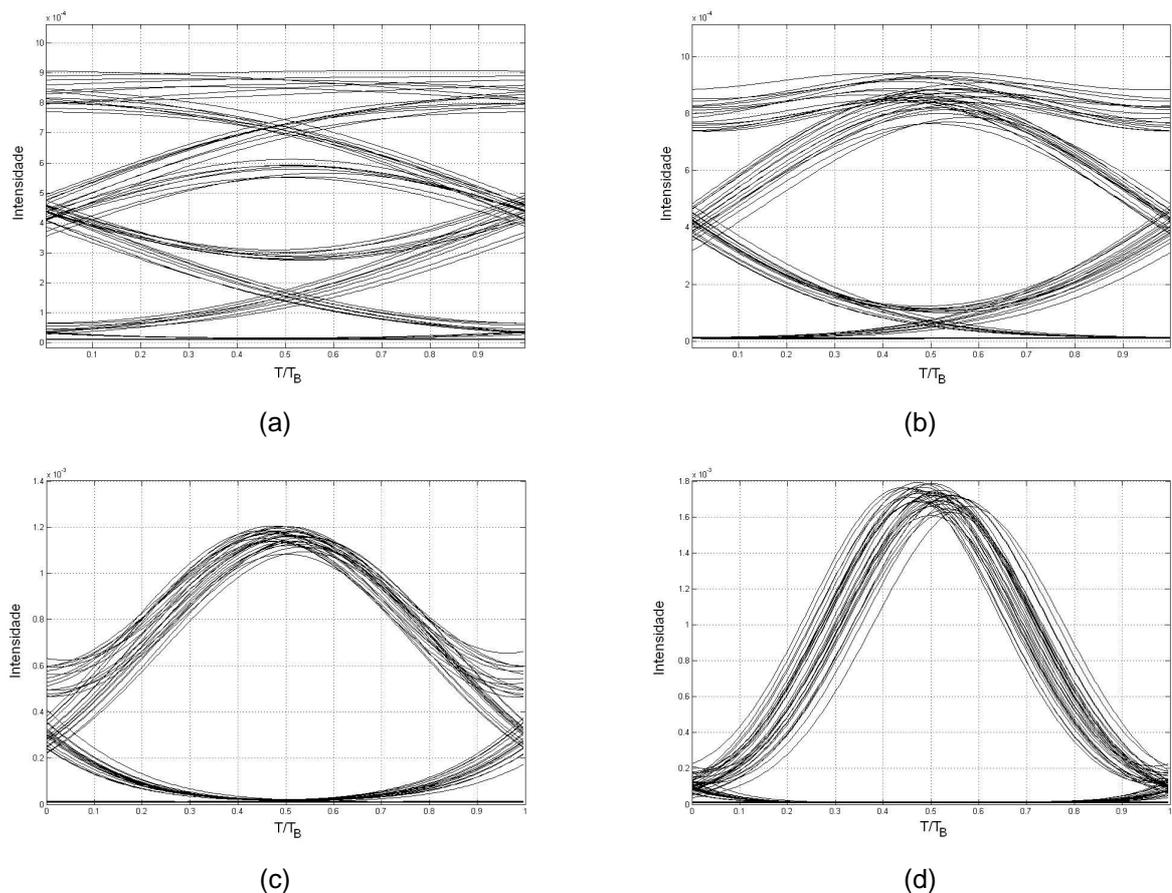


Figura 20 - Diagrama de olho (em um *bitslot*  $T_B$ ) de um sistema solitônico amplificado transmitindo 64 bits a uma taxa  $B = 2,5 \text{ Gbps}$ , com os seguintes parâmetros:  $T_0 = 10 \text{ ps}$ ,  $\beta_2 = -2 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$ ,  $L = 6000 \text{ km}$ ,  $L_{\text{amp}} = 40 \text{ km}$  e  $B_{\text{ot}} = 200 \text{ GHz}$ . O valor de  $B_{\text{el}}$  é (a)  $0,5B$ , (b)  $0,7B$ , (c)  $B$  e (d)  $1,5B$ .

Os resultados ilustrados nas Figuras 20 (a) e (b) mostram que, quando é utilizada uma largura de banda para o filtro elétrico inferior à taxa de transmissão do sistema solitônico, o sinal óptico é severamente degradado. Os diagramas de olho mostram os pulsos invadindo o *bit slot* vizinho, o que fatalmente causará problemas na interpretação do sinal pelo circuito de decisão do receptor. Já as Figuras 20 (c) e (d) ilustram resultados satisfatórios, quando utilizam-se filtros com largura de banda igual ou superior à taxa de transmissão do sistema. Porém, como o filtro elétrico tem

a função de filtrar ruídos associados ao sinal elétrico, é desejável que este filtro possua a menor largura possível. Assim, a escolha clara se dá pelo filtro de largura de banda igual à taxa de transmissão. Vale lembrar que esta recomendação esta associada a sistemas solitônicos, caso exemplificado na Figura 20. Para sistemas utilizando modulação NRZ, normalmente são utilizados filtros elétricos com largura de banda inferior à taxa de transmissão do sistema [1, 27].

A taxa de erro de bits (BER - *bit error rate*) é um parâmetro normalmente utilizado na avaliação de desempenho de sistemas de comunicações ópticos. Por isso, foi adicionada uma subrotina ao simulador WDM com a finalidade de estimar o valor deste parâmetro. A BER é estimada a partir do diagrama de olho do sinal na saída do receptor, através da relação [1]:

$$BER = \frac{1}{4} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{V_1 - V_{TH}}{\sqrt{2}\sigma_1} \right) + \operatorname{erfc} \left( \frac{V_{TH} - V_0}{\sqrt{2}\sigma_0} \right) \right] \quad (140)$$

onde  $V_1$  e  $V_0$  correspondem à média das amplitudes máxima e mínima correspondente aos bits “1” e “0”, respectivamente;  $V_{TH}$  corresponde ao limiar de decisão (*threshold*) – um bit é considerado “0” ou “1” se sua amplitude for menor ou maior que  $V_{TH}$  – respectivamente;  $\sigma_1$  e  $\sigma_0$  correspondem ao desvio padrão dos valores de amplitude correspondente aos bits “1” e “0”, respectivamente, conforme ilustrado na Figura 21. Vale lembrar que estes parâmetros são calculados em um instante de tempo de amostragem localizado no centro do diagrama de olho.

Os sistemas de comunicações ópticas são normalmente considerados de bom desempenho quando sua  $BER \leq 10^{-10}$ .

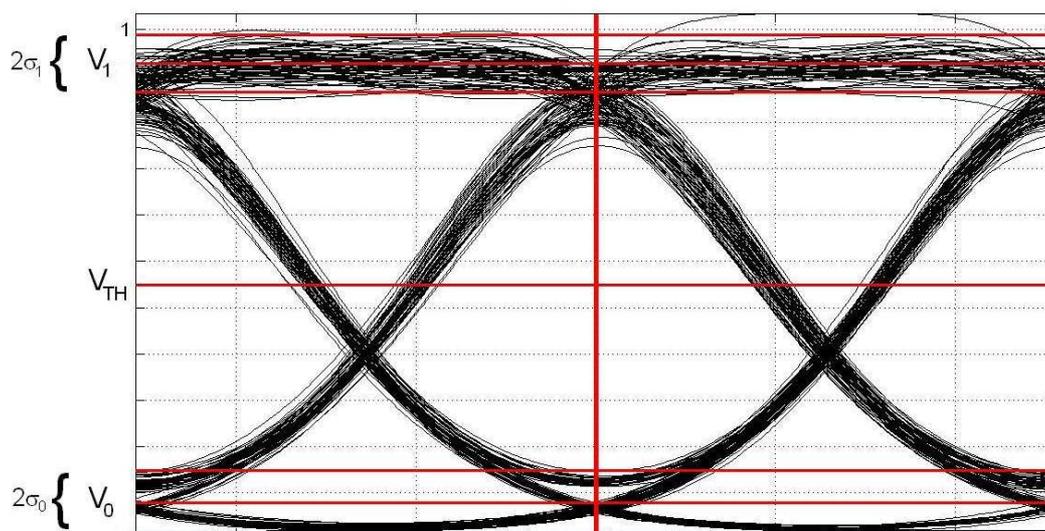


Figura 21 - Parâmetros obtidos a partir de um diagrama de olho, que são utilizados para cálculo da estimativa da taxa de erro de bits dos sistemas simulados.

## 3.2 Apresentação dos resultados

### 3.2.1 Simulação de Sistemas Ópticos WDM que Utilizam Amplificadores Ópticos EDFA para Compensação de Perdas

O exemplo que se segue tem o objetivo de validar o modelo matemático adotado para o EDFA e avaliar o funcionamento geral do simulador. As características principais do enlace óptico simulado foram escolhidas com base nas seguintes recomendações da ITU-T (*International Telecommunication Union – Telecommunication Sector*): G.653: define as características de fibras ópticas monomodo com dispersão deslocada; G.692: define interfaces ópticas para sistemas multicanais com amplificadores ópticos; G.694.1: define a grade espectral para aplicações WDM (grade de frequências DWDM); G.957: define os parâmetros das interfaces ópticas para equipamentos e sistemas SDH (*Synchronous Digital Hierarchy* – hierarquia digital síncrona).

O sinal digital de entrada simulado é do tipo NRZ e constituído de uma sequência de 512 bits, composta da repetição de uma palavra de 64 bits - 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0; cada bit é decomposto em 128 amostras. Cabe ressaltar

que, para efeitos de estimativa da BER, o número de bits utilizados na palavra afeta a qualidade da estimativa, sendo que, quanto maior o número de bits utilizados, melhor será a estimativa. Foram testadas palavras com 64, 128, 256, 512, 1024 e 2048 bits. Acima de 512 bits, o ganho de precisão na estimativa de BER não é relevante frente ao grande esforço computacional exigido nas simulações utilizando palavras com mais de 512 bits. É importante lembrar que o cálculo da BER é uma estimativa, ou seja, com as limitações computacionais existentes, cada interação do algoritmo resultará em uma estimativa de BER ligeiramente diferente da anterior. Palavras maiores que 2048 bits não foram testadas por requerem um esforço computacional muito elevado, inviabilizando o processamento do algoritmo por microcomputadores pessoais.

Foram realizadas simulações de quatro sistemas ópticos, cujas características são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros utilizados nas simulações dos sistemas WDM com 4 canais, variando o número de amplificadores, tal que o enlace possua em torno de 600 km.

	Canais	N.º Amplificadores	Espaçamento (km)	Comp. Total Enlace (km)
<b>Sistema A</b>	4	8	80	640
<b>Sistema B</b>	4	6	100	600
<b>Sistema C</b>	4	5	120	600
<b>Sistema D</b>	4	4	150	600

A recomendação G.957 da ITU-T especifica parâmetros para equipamentos transmissores que utilizam o protocolo SDH e podem ser utilizados como referência. As definições para sistemas operando com taxa de transmissão de 2,5 Gbps, em fibras ópticas com dispersão deslocada são:

- Comprimento de onda de operação: 1500 nm a 1580 nm;
- Potência óptica média do transmissor:  $-2 \leq P_t \leq +3$  dBm;
- Dispersão máxima total do enlace, em 1500 nm e 1580 nm: 450 ps/nm ;
- Sensibilidade mínima do receptor @ 2,5 Gbps: -27 dBm (DSF).

Foi utilizado um espaçamento em frequência de 100 GHz entre os 4 canais; o canal 2 foi escolhido como canal de referência (para a medida do descasamento de

velocidade de grupo). Os comprimentos de onda utilizados foram: canal 1 = 1541,35 nm, canal 2 = 1542,14 nm, canal 3 = 1542,54 nm e canal 4 = 1543,73 nm.

Para este exemplo, optou-se por utilizar os parâmetros de fibras de dispersão deslocada, para que a recomendação acerca da dispersão cromática total do enlace fosse atendida, sem a necessidade de mecanismos de gerenciamento de dispersão. Os parâmetros típicos adotados foram:

- Área efetiva:  $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$ ;
- Índice de refração não linear:  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ ;
- Taxa de variação da dispersão:  $S_0 = 0,075 \text{ ps}/(\text{nm}^2 \cdot \text{km})$ ;
- Comprimento de onda de zero de dispersão cromática:  $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$ ;
- Coeficiente de atenuação:  $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$ .

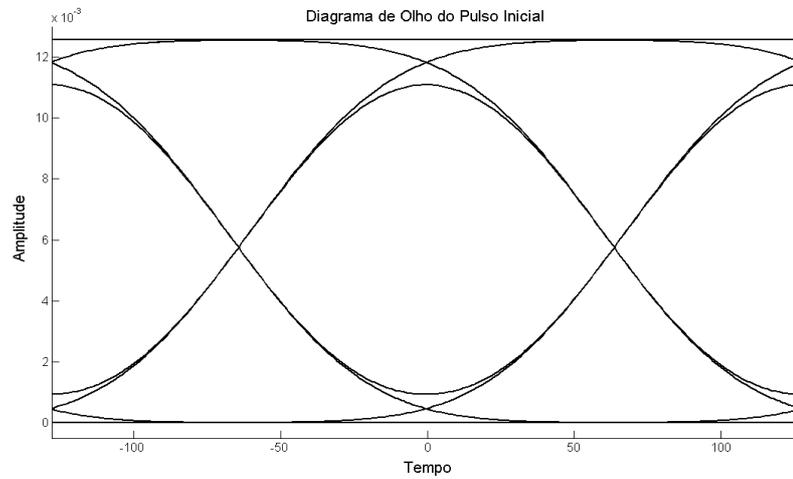
A Tabela 2 apresenta os parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e  $\gamma$  calculados pelo simulador para cada canal:

Tabela 2: Parâmetros de dispersão e não linearidades, calculados pelo simulador para cada canal WDM, considerando parâmetros da fibra óptica DSF:  $A_{\text{eff}} = 50 \mu\text{m}^2$ ,  $n_2 = 2,6 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ ,  $S_0 = 0,075 \text{ ps}/(\text{nm}^2 \cdot \text{km})$  e  $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$ .

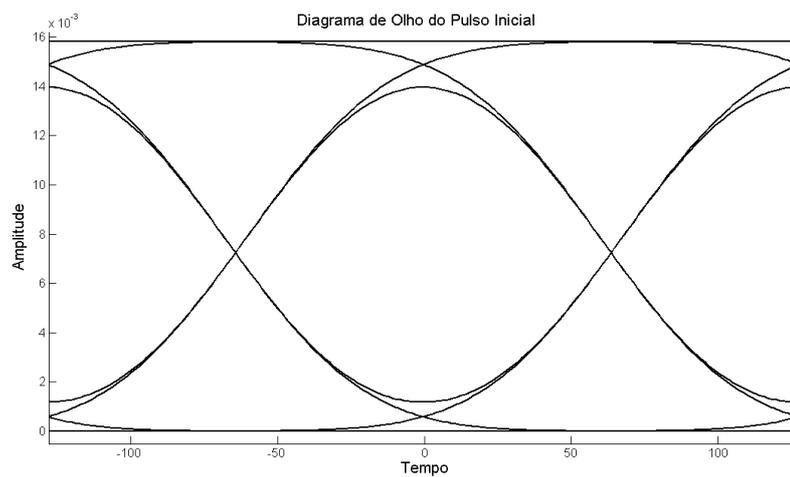
<b>Canal</b>	<b><math>\beta_1</math> ps/km</b>	<b><math>\beta_2</math> ps<sup>2</sup>/km</b>	<b><math>\beta_3</math> ps<sup>3</sup>/km</b>	<b><math>\gamma</math> (W.km)<sup>-1</sup></b>
<b>1541,35 nm</b>	<b>45049,69</b>	<b>0,833</b>	<b>0,1177</b>	<b>2,119</b>
<b>1542,14 nm</b>	<b>45049,20</b>	<b>0,757</b>	<b>0,1181</b>	<b>2,118</b>
<b>1542,94 nm</b>	<b>45048,75</b>	<b>0,679</b>	<b>0,1185</b>	<b>2,117</b>
<b>1543,73 nm</b>	<b>45048,35</b>	<b>0,603</b>	<b>0,1189</b>	<b>2,116</b>

Para cada sistema, foram realizadas três simulações: na primeira, considerou-se uma potência total no início da fibra de -2 dBm, correspondendo a uma potência de -8 dBm por canal; na segunda, considerou-se uma potência total no início da fibra de 0 dBm, correspondendo a uma potência de -6 dBm por canal e na terceira, considerou-se uma potência total no início da fibra de +3 dBm, correspondendo a uma potência de -3 dBm por canal. A Figura 22 ilustra o diagrama de olho do sinal no início da fibra para cada uma das três situações, mostrando diagramas de olho abertos, sem qualquer efeito de dispersão ou ruído, representando um transmissor

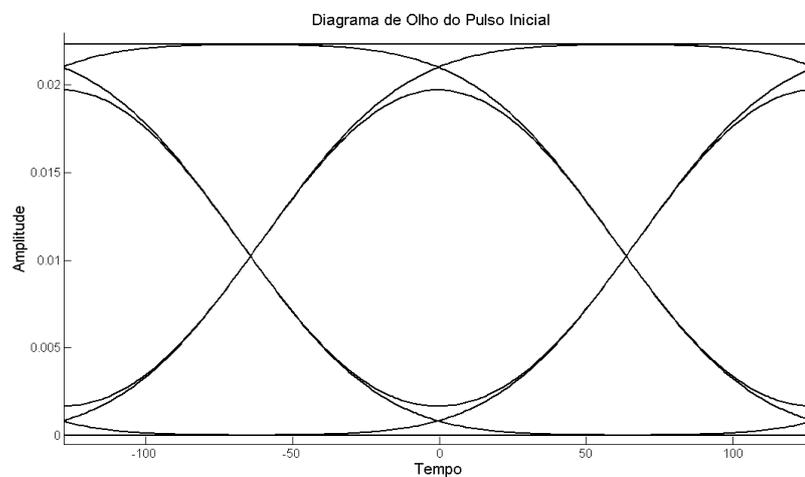
óptico ideal. A diferença existente entre as Figuras 22 (a), (b) e (c) limita-se à intensidade do sinal.



(a)



(b)



(c)

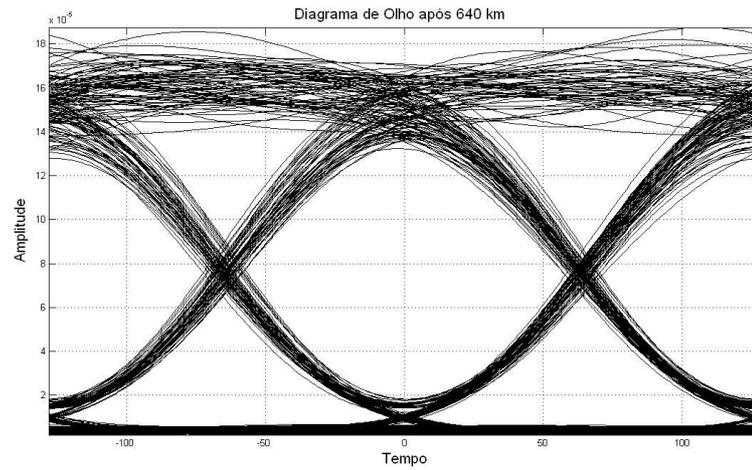
Figura 22 - Diagrama de olho do sinal com potência de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm, no início da fibra.

A seguir serão apresentados e analisados os resultados das simulações realizadas para os sistemas A, B, C e D.

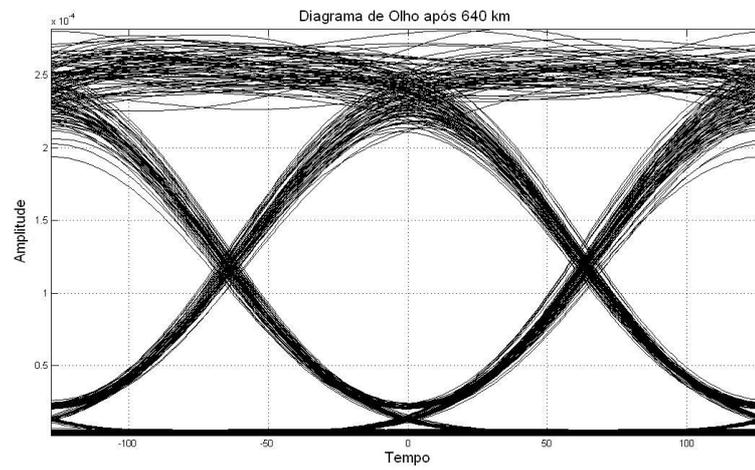
### **SISTEMA A**

O sistema A corresponde a um enlace com 640 km de fibra óptica monomodo com dispersão deslocada e 8 amplificadores EDFA espaçados de 80 km.

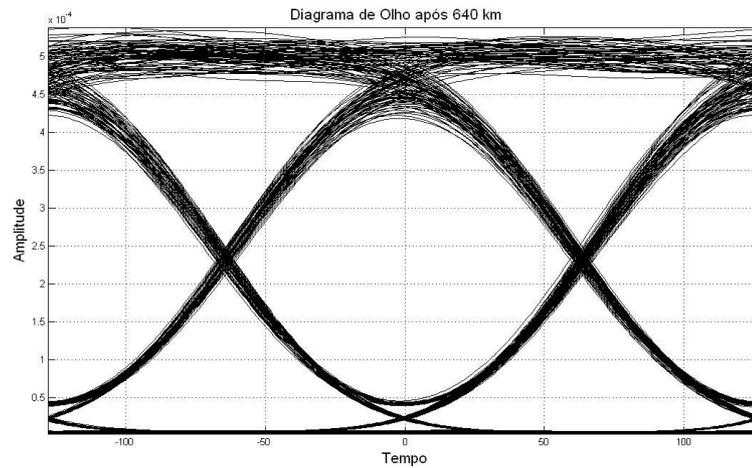
As Figuras 23 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para potências de entrada de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente. O efeito de dispersão, causado pelos 640 km de fibra do enlace, somado ao efeito do ruído ASE, adicionado ao sinal pelos 8 amplificadores EDFA ao longo do enlace, podem ser percebidos na Figura 23. Observa-se que o diagrama de olho mostrado na Figura 23 (a) é o mais fechado, seguido pelo diagrama de olho da Figura 23 (b). A Figura 23 (c) mostra o diagrama de olho mais aberto, indicando um melhor desempenho para este caso.



(a)



(b)



(c)

Figura 23 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542.14) do Sistema A, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 3 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simuladas para o sistema A, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para cada um dos 8 amplificadores EDFA.

Tabela 3: Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente para o sistema A, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6	EDFA 7	EDFA 8
<b>Pin (dBm)</b>	-17,55	-2,55	-3,27	-2,75	-3,16	-3,10	-2,95	-3,33
<b>Pout (dBm)</b>	13,36	12,90	12,94	12,87	12,80	13,17	13,02	12,88
<b>Ganho (dB)</b>	28,75	16,14	16,74	16,31	16,65	16,60	16,48	16,79

(a)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6	EDFA 7	EDFA 8
<b>Pin (dBm)</b>	-15,57	-2,39	-3,55	-2,58	-3,38	-3,10	-2,06	-2,80
<b>Pout (dBm)</b>	13,03	13,02	12,96	12,91	12,88	13,15	12,90	12,85
<b>Ganho (dB)</b>	27,07	16,01	16,98	16,17	16,84	16,60	15,73	16,35

(b)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6	EDFA 7	EDFA 8
<b>Pin (dBm)</b>	-12,59	-2,63	-3,32	-2,94	-2,83	-3,03	-3,08	-3,12
<b>Pout (dBm)</b>	13,11	13,00	12,87	12,96	13,07	12,83	12,80	13,28
<b>Ganho (dB)</b>	24,57	16,21	16,79	16,47	16,38	16,54	16,58	16,62

(c)

Através do cálculo da BER, é possível constatar, de forma quantitativa, o que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 23. As taxas de erro de bits estimadas para o sistema A foram:

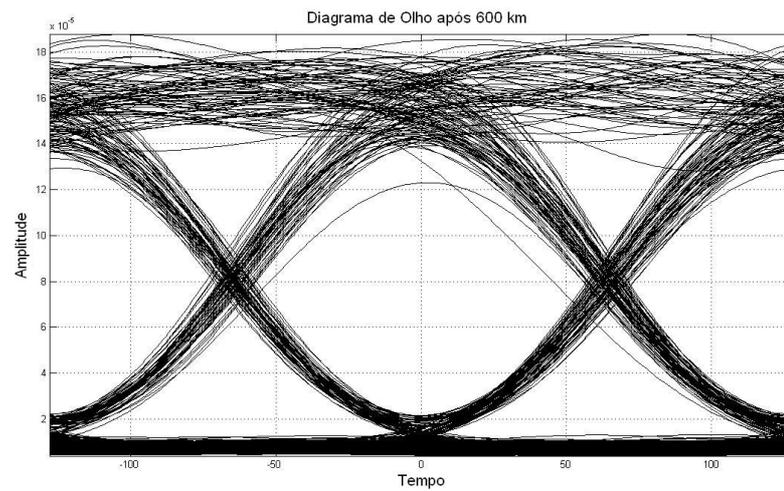
- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-14}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-17}$
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-19}$

O sistema A apresentou bom desempenho nas três situações testadas, atendendo aos requisitos mínimos exigidos para taxa de erro de bits (superior à  $10^{-12}$ ), embora o cálculo da taxa de erro de bits aponte uma performance superior na situação ilustrada pela Figura 23 (c), frente às situações de menor potência óptica de entrada.

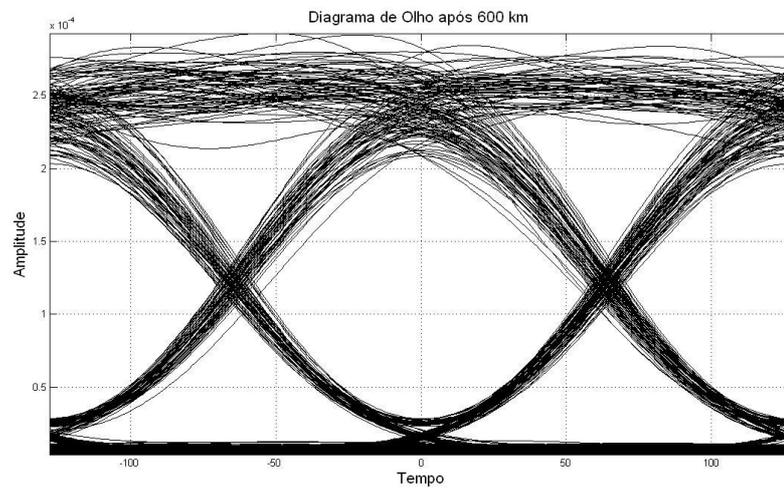
## **SISTEMA B**

O sistema B corresponde a um enlace com 600 km de fibra óptica monomodo com dispersão deslocada e 6 amplificadores EDFA espaçados de 100 km.

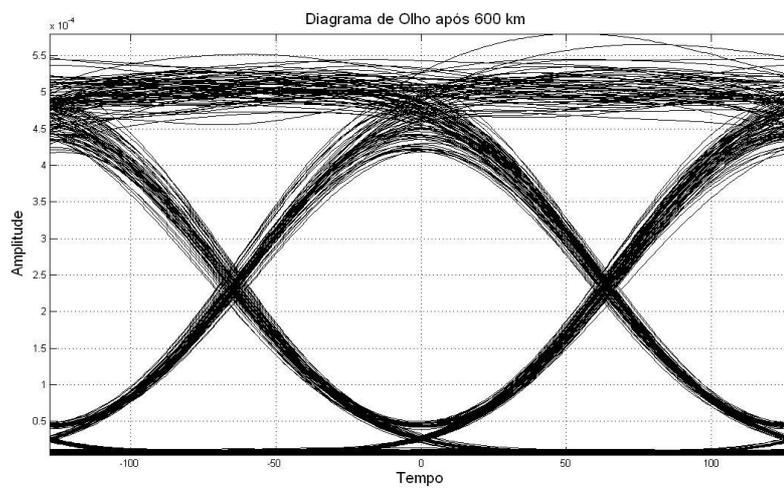
As Figuras 24 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para potências de entrada de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente. Neste sistema, o efeito de dispersão tende a ser ligeiramente menor que no sistema anterior, tendo em vista que o enlace, neste caso, tem 40 km a menos de fibra. Porém, ao realizar-se uma comparação entre o diagrama de olho do Sistema B e do Sistema A, para uma mesma potência de entrada, nota-se claramente que os diagramas de olho da Figura 24 estão mais fechados que os da Figura 23.



(a)



(b)



(c)

Figura 24 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542.14) do sistema B, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 4 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simulados para o sistema B, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para cada um dos 6 amplificadores EDFA. As informações mostradas na Tabela 4 podem esclarecer o motivo pelo qual os diagramas de olho do Sistema B são mais fechados que os do Sistema A. Os amplificadores EDFA do Sistema B operam em situação de maior ganho que os EDFAs do Sistema A, porque o espaçamento entre os amplificadores é maior no Sistema B do que no Sistema A. Como o nível de ruído ASE adicionado ao sinal pelo amplificador é proporcional ao ganho, tem-se mais potência de ruído adicionada ao sinal neste sistema.

Tabela 4: Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente para o sistema B, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6
<b>Pin (dBm)</b>	-21,59	-5,67	-7,32	-6,68	-7,15	-7,86
<b>Pout (dBm)</b>	13,53	12,58	12,62	12,69	12,51	12,73
<b>Ganho (dB)</b>	32,21	19,34	20,34	19,61	20,01	20,60

(a)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6
<b>Pin (dBm)</b>	-19,70	-6,72	-6,33	-7,88	-6,36	-6,45
<b>Pout (dBm)</b>	13,49	12,76	12,27	12,87	12,50	12,89
<b>Ganho (dB)</b>	30,54	19,65	19,32	20,62	19,34	19,42

(b)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5	EDFA 6
<b>Pin (dBm)</b>	-16,71	-6,77	-7,01	-7,54	-7,66	-7,42
<b>Pout (dBm)</b>	13,66	12,93	12,66	12,77	12,61	12,87
<b>Ganho (dB)</b>	28,04	19,69	19,89	20,33	20,43	20,23

(c)

Através do cálculo da BER é possível constatar, de forma quantitativa, o que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 24. As taxas de erro de bits estimadas para o sistema B foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-10}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-13}$
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-17}$

O cálculo da taxa de erro de bits em cada situação mostra que o sistema B alcançou o desempenho mínimo exigido com potência de entrada por canal de -6 dBm e -3 dBm, atendendo aos requisitos para taxa de erro de bits. Porém, para potência de entrada por canal de -8 dBm, a BER superou o valor máximo recomendado (superior a  $10^{-12}$ ).

Como o sistema deveria ter alcançado os requisitos mínimos de desempenho também na condição de potência de entrada por canal de -8 dBm, estes resultados sugerem que o nível muito baixo de potência na entrada do primeiro EDFA está resultando em uma relação sinal/ruído baixa o suficiente para inviabilizar a correta detecção do sinal no receptor.

Uma abordagem que pode solucionar este problema pode ser a adição de mais um amplificador óptico, com as mesmas características dos anteriores, operando como *BOOSTER*.

Os resultados da simulação do Sistema B com adição do amplificador *BOOSTER* serão apresentados a seguir.

### **SISTEMA B com BOOSTER**

O sistema B com *BOOSTER* corresponde ao sistema B apresentado na Tabela 1 com a adição de um amplificador EDFA, operando como amplificador *BOOSTER*, junto ao transmissor.

As Figuras 25 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para um transmissor com potência, por canal, de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente.

Nota-se claramente que os diagramas de olho da Figura 25 estão mais abertos que os diagramas de olho mostrados na Figura 24, para os três níveis de potência testados. Isto indica que a adição de um amplificador óptico EDFA

operando como *BOOSTER* elevou, como era esperado, a relação sinal/ruído no receptor, melhorando o desempenho do sistema.

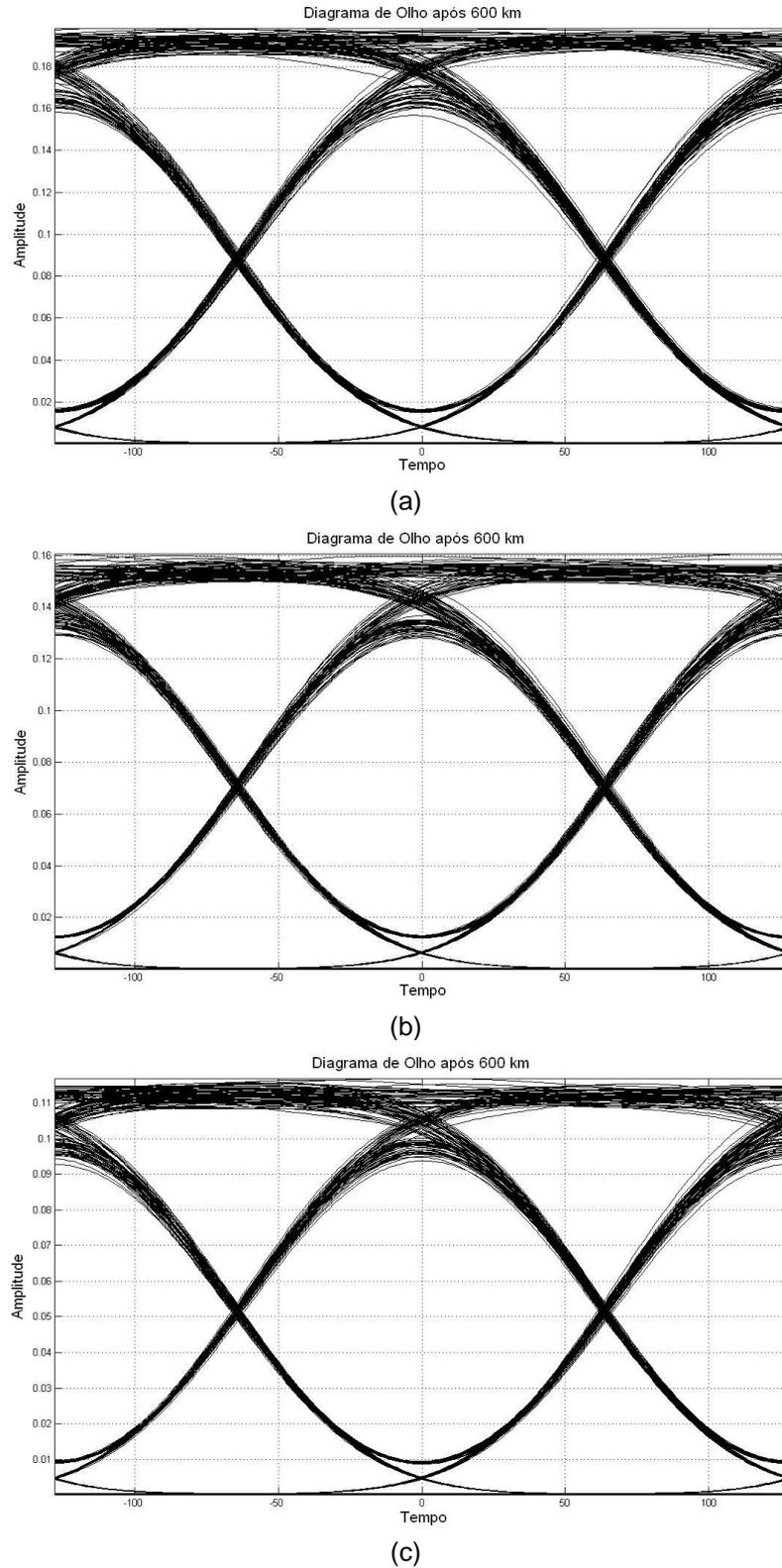


Figura 25 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542.14) do sistema B com amplificador *BOOSTER*, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 5 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simulados para o sistema B com *BOOSTER*, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para o amplificador *BOOSTER* e para os 6 demais amplificadores EDFA ao longo do enlace.

Tabela 5: Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador *BOOSTER* e demais EDFAs e o ganho correspondente para o sistema B com *BOOSTER*, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>	<b>EDFA 6</b>
<b>Pin (dBm)</b>	-2,00	-6,22	-6,61	-6,73	-6,87	-6,65	-6,86
<b>Pout (dBm)</b>	13,49	13,23	13,23	12,96	13,12	13,02	13,00
<b>Ganho (dB)</b>	15,68	19,38	19,77	19,97	20,15	20,19	20,11

(a)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>	<b>EDFA 6</b>
<b>Pin (dBm)</b>	0,00	-6,49	-6,58	-6,82	-6,88	-6,55	-6,82
<b>Pout (dBm)</b>	13,30	13,14	13,11	13,00	12,92	12,94	12,97
<b>Ganho (dB)</b>	14,00	19,51	19,71	20,04	20,08	20,13	20,29

(b)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>	<b>EDFA 6</b>
<b>Pin (dBm)</b>	3,00	-7,33	-6,58	-6,57	-6,89	-6,97	-7,08
<b>Pout (dBm)</b>	12,38	13,28	13,06	12,93	13,06	12,93	13,04
<b>Ganho (dB)</b>	11,48	20,25	19,76	19,69	20,17	20,11	20,31

(c)

Como nos casos anteriores, estimou-se o valor da BER para cada nível de potência óptica de entrada, a fim de se avaliar quantitativamente o incremento de performance, que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 25. As taxas de erro de bits estimadas para o sistema B com *BOOSTER* foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-17}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-19}$

- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-19}$

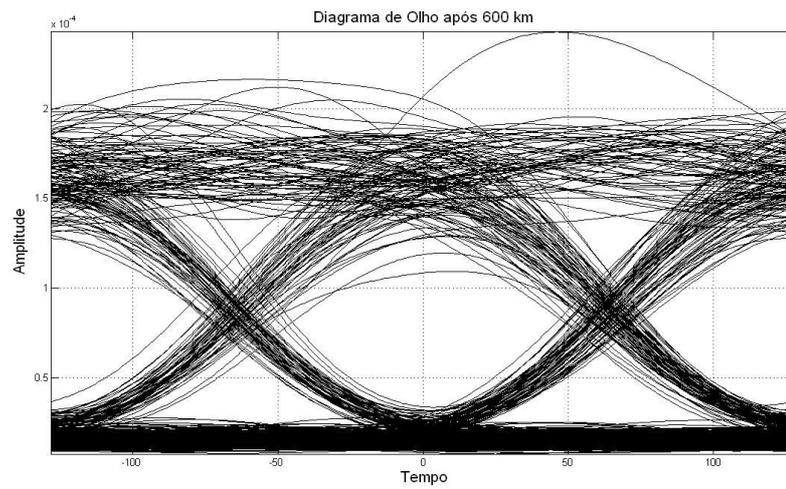
Os valores de taxa de erro de bits encontradas mostram que a performance do sistema B com *BOOSTER* é comparável à performance do Sistema A, com a vantagem de utilizar um amplificador óptico a menos.

O sistema B com *BOOSTER* apresentou desempenho satisfatório nas três situações testadas, atendendo aos requisitos mínimos exigidos para a BER.

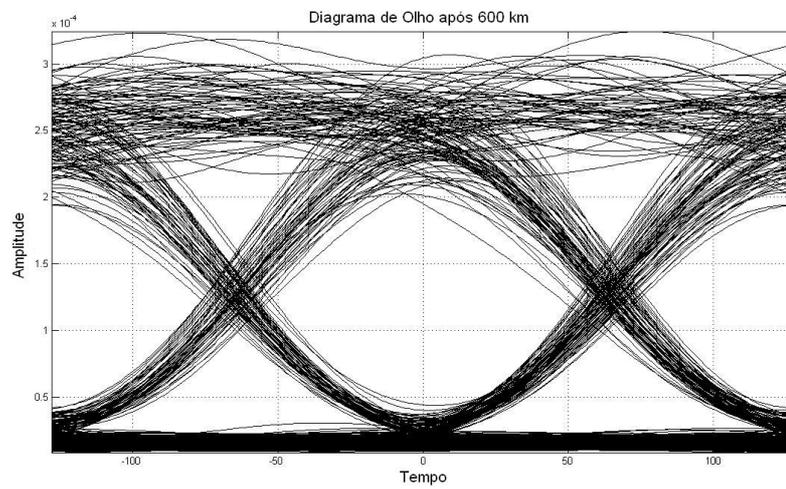
### **SISTEMA C**

O sistema C corresponde a um enlace com 600 km de fibra óptica monomodo com dispersão deslocada e 5 amplificadores EDFA espaçados de 120 km.

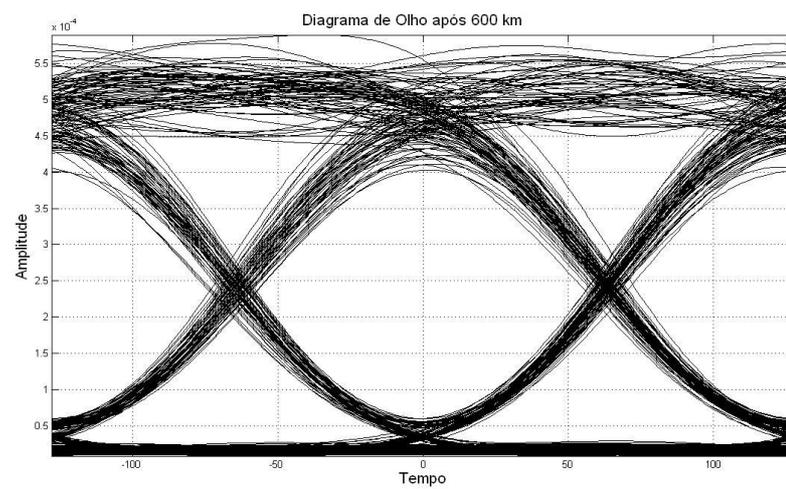
As Figuras 26 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para potências de entrada de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente. Nesse sistema é adotado o maior espaçamento entre amplificadores recomendado pela norma ITU-T. Nota-se que os diagramas de olho apresentados pela Figura 26 são mais fechados que os mostrados nas Figuras 23 e 24, indicando que o aumento no comprimento de fibra entre os amplificadores reflete-se em perda de qualidade do sinal óptico no receptor, como esperado.



(a)



(b)



(c)

Figura 26 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542.14) do sistema C, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 6 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simuladas para o sistema C, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para cada um dos 5 amplificadores EDFA.

Tabela 6: Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente para o sistema C, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5
<b>Pin (dBm)</b>	-25,50	-8,46	-12,36	-11,36	-12,51
<b>Pout (dBm)</b>	15,98	12,02	12,05	11,82	12,43
<b>Ganho (dB)</b>	35,00	21,10	24,38	23,54	24,51

(a)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5
<b>Pin (dBm)</b>	-23,50	-9,64	-10,77	-12,89	-11,30
<b>Pout (dBm)</b>	14,29	12,19	12,21	12,04	12,16
<b>Ganho (dB)</b>	33,74	22,10	23,04	24,83	23,49

(b)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4	EDFA 5
<b>Pin (dBm)</b>	-20,53	-10,11	-11,78	-11,84	-11,58
<b>Pout (dBm)</b>	14,40	12,54	12,44	12,13	12,11
<b>Ganho (dB)</b>	31,25	22,50	23,90	23,94	23,73

(c)

Como nos casos anteriores, estimou-se o valor da BER para cada nível de potência óptica de entrada, a fim de se confirmar, de forma quantitativa, o que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 26. As taxas de erro de bits estimadas para o sistema C foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-5}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-9}$
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-12}$

Através da observação dos diagramas de olho da Figura 26 e das estimativas de BER realizadas, nota-se que o sistema C apresentou desempenho satisfatório – com relação aos requisitos mínimos exigidos para a taxa de erro de bits – apenas com uma potência de entrada por canal de -3 dBm. Para valores inferiores de potência de entrada – Figuras 26 (a) e (b), a BER superou o valor máximo recomendado. De forma análoga ao Sistema B, este sistema C deveria ter alcançado os requisitos mínimos de performance também nas situações mostradas na Figura 26 (a) e (b).

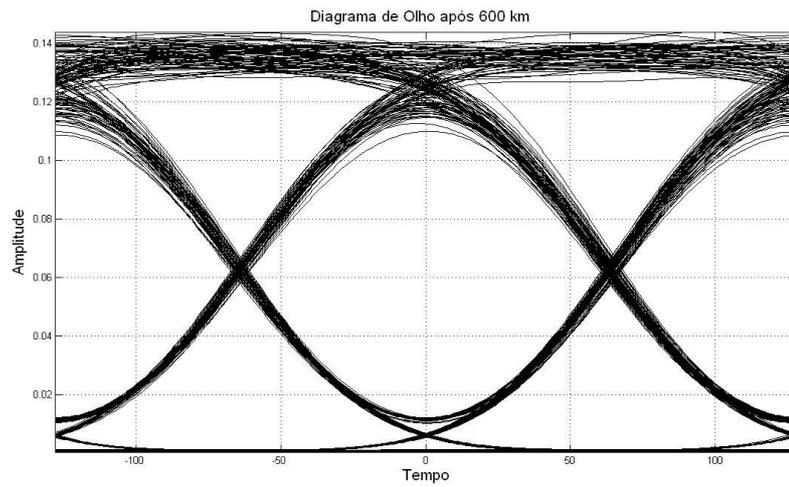
Com a mesma solução adotada no Sistema B, foram realizadas simulações complementares com a adição de mais um amplificador óptico ao Sistema C, com as mesmas características dos anteriores, operando como *BOOSTER*. Os resultados são apresentados a seguir.

### **SISTEMA C com BOOSTER**

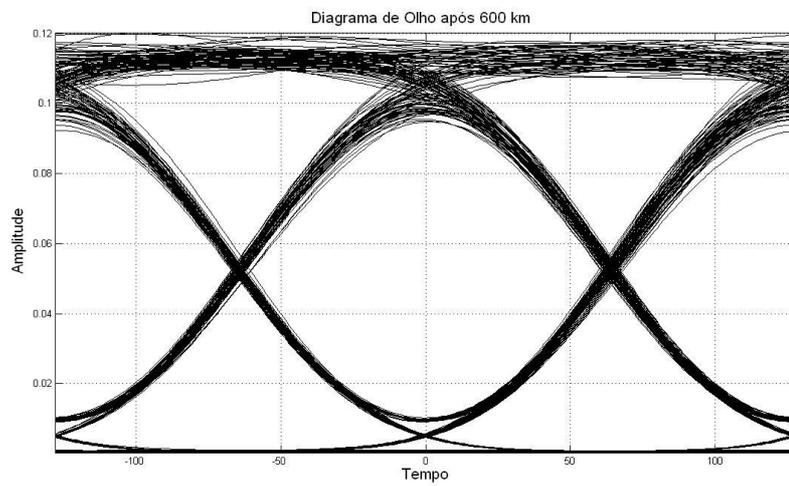
O sistema C com *BOOSTER* corresponde ao sistema C apresentado na Tabela 1 com a adição de um amplificador EDFA funcionando como amplificador *BOOSTER*, junto ao transmissor.

As Figuras 27 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para um transmissor com potência, por canal, de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente.

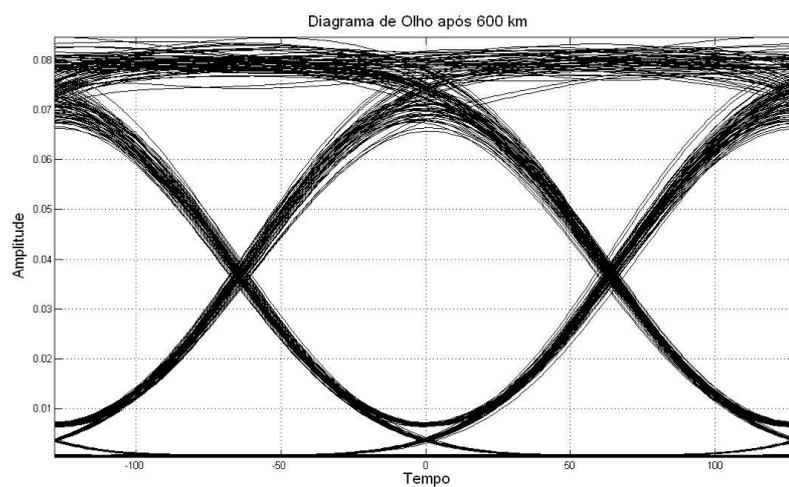
Nota-se claramente que os diagramas de olho da Figura 27 estão mais abertos que os diagramas de olho mostrados na Figura 26, para os três níveis de potência testados. Isto indica que a adição de um amplificador óptico EDFA operando como *BOOSTER* elevou, como era esperado, a relação sinal/ruído do sinal recebido.



(a)



(b)



(c)

Figura 27 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14) do sistema C com amplificador *BOOSTER*, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 7 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simulados para o sistema C com *BOOSTER*, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para o amplificador *BOOSTER* e para os 5 demais amplificadores EDFA ao longo do enlace.

Tabela 7: Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador *BOOSTER* e demais EDFAs e o ganho correspondente para o sistema C com *BOOSTER*, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>
<b>Pin (dBm)</b>	-2,00	-10,24	-10,60	-10,84	-10,91	-11,14
<b>Pout (dBm)</b>	13,57	13,16	12,95	12,87	12,66	12,44
<b>Ganho (dB)</b>	15,68	22,76	23,21	23,60	23,78	23,76

(a)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>
<b>Pin (dBm)</b>	0,00	-10,43	-10,68	-11,03	-11,10	-11,35
<b>Pout (dBm)</b>	13,25	13,29	12,90	13,13	12,76	12,70
<b>Ganho (dB)</b>	14,00	22,86	23,11	23,60	23,70	23,79

(b)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>	<b>EDFA 5</b>
<b>Pin (dBm)</b>	3,00	-11,32	-10,41	-11,07	-10,97	-11,53
<b>Pout (dBm)</b>	12,35	13,15	12,97	12,80	12,40	12,96
<b>Ganho (dB)</b>	11,48	23,53	23,11	23,74	23,63	23,99

(c)

Como realizado nos sistemas anteriores, estimou-se o valor da BER para cada nível de potência óptica de entrada para o Sistema C com *BOOSTER*, com os resultados confirmando quantitativamente o que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 27. As taxas de erro de bits estimadas foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-17}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-19}$

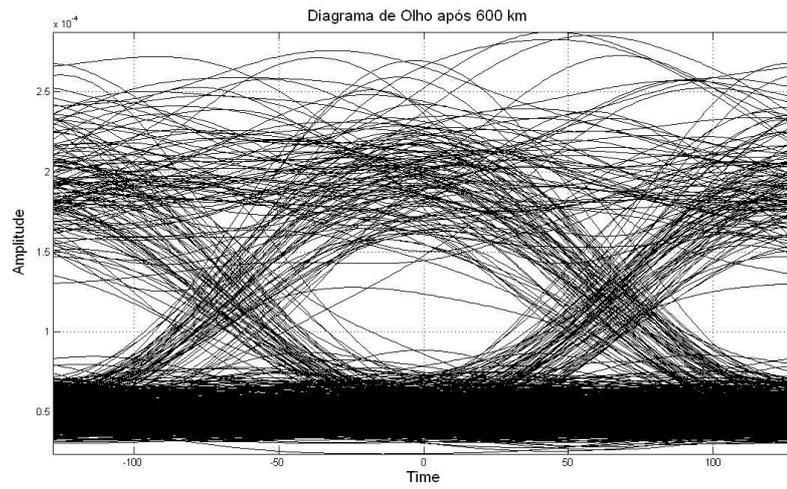
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-19}$

As taxas de erro de bits encontradas sugerem que a performance do Sistema C com *BOOSTER* assemelha-se ao sistema B com *BOOSTER* e ao sistema A, apresentando desempenho satisfatório nas três situações testadas, atendendo aos requisitos mínimos exigidos para a BER (superior a  $10^{-12}$ ), com a vantagem de utilizar um menor número de amplificadores ópticos.

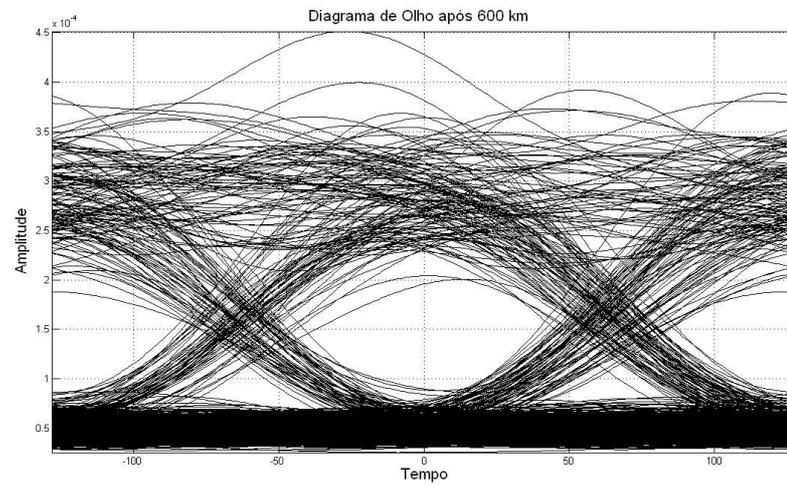
### **SISTEMA D**

O sistema D corresponde a um enlace com 600 km de fibra óptica monomodo com dispersão deslocada e 4 amplificadores EDFA espaçados de 150 km.

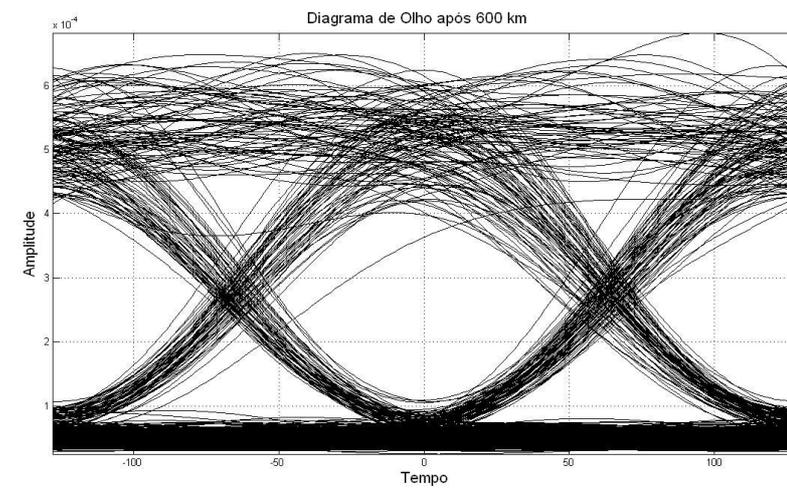
As Figuras 28 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para potências de entrada de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente. Nota-se, na Figura 28, diagramas de olho muito fechados, indicando que não será possível a correta detecção do sinal pelo receptor. Esta situação era esperada, considerando os resultados obtidos na simulação do sistema C (Figura 26), que já eram insatisfatórios mesmo com um espaçamento entre amplificadores menor que o adotado neste caso, bem como a superação do limite recomendado pela ITU-T, para o comprimento de fibra óptica entre os amplificadores.



(a)



(b)



(c)

Figura 28 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14) do sistema D, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

A Tabela 8 apresenta, para os três níveis de potência óptica do transmissor simulados para o sistema D, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para cada um dos 4 amplificadores EDFA.

Tabela 8: Potência óptica total na entrada e na saída de cada EDFA e o ganho correspondente para o sistema D, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4
<b>Pin (dBm)</b>	-31,40	-16,54	-18,98	-18,81
<b>Pout (dBm)</b>	12,10	11,90	11,68	12,08
<b>Ganho (dB)</b>	35,00	27,89	29,95	29,80

(a)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4
<b>Pin (dBm)</b>	-29,41	-17,18	-18,57	-17,13
<b>Pout (dBm)</b>	13,59	11,57	11,76	11,94
<b>Ganho (dB)</b>	35,00	28,43	29,60	28,39

(b)

	EDFA 1	EDFA 2	EDFA 3	EDFA 4
<b>Pin (dBm)</b>	-26,43	-15,93	-18,45	-17,37
<b>Pout (dBm)</b>	13,93	11,70	13,05	11,98
<b>Ganho (dB)</b>	35,00	27,38	29,50	28,59

(c)

Estimou-se o valor da BER para cada nível de potência óptica de entrada, confirmando quantitativamente o que já foi observado nos diagramas de olho da Figura 28. As taxas de erro de bits estimadas para o sistema D foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-3}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-4}$
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-6}$

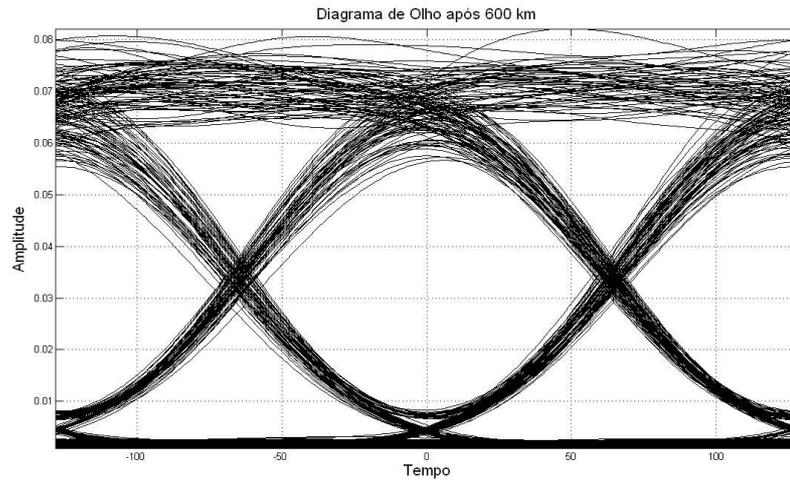
O sistema D apresentou desempenho insatisfatório nas três situações testadas, não atendendo aos requisitos mínimos exigidos para taxa de erro de bits, confirmando a recomendação da norma ITU-T G.692 de não exceder o limite de 120 km de espaçamento entre amplificadores. Porém, conforme procedimento adotado com sucesso nos Sistemas B e C, será apresentado a seguir uma tentativa de incrementar a performance do Sistema D, acrescentando mais um amplificador óptico EDFA operando como *BOOSTER*.

Os resultados são apresentados a seguir.

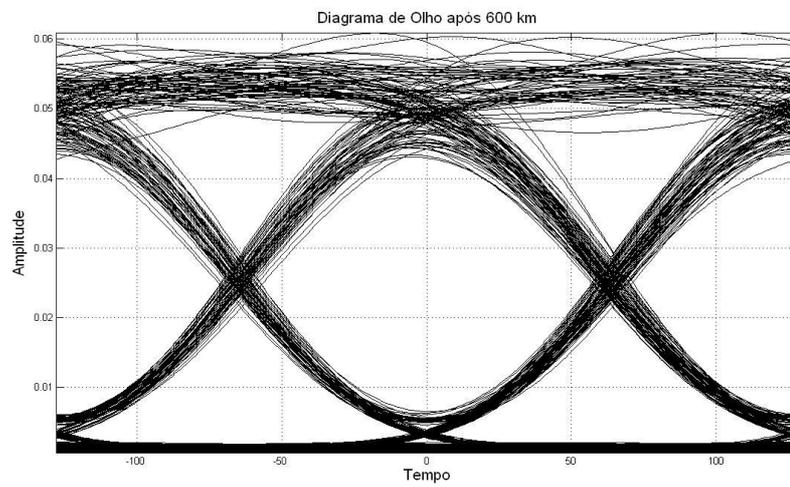
### **SISTEMA D com BOOSTER**

O sistema D com *BOOSTER* corresponde ao sistema D apresentado na Tabela 1 com a adição de um amplificador EDFA funcionando como amplificador *BOOSTER*, junto ao transmissor.

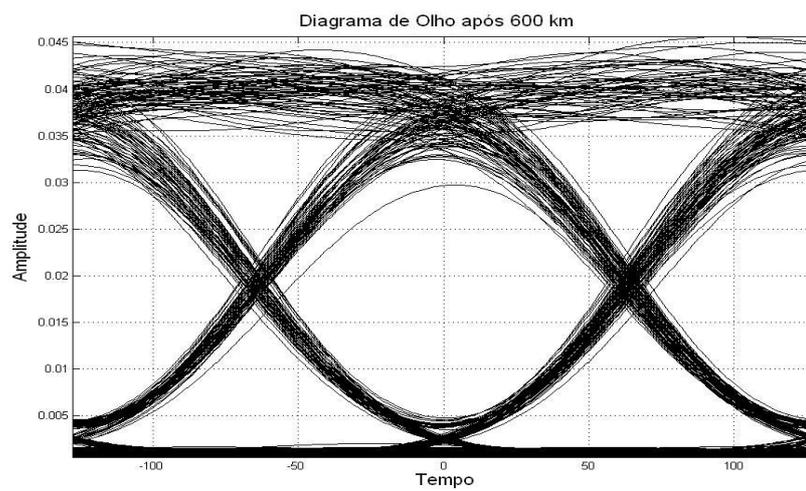
As Figuras 29 (a), (b) e (c) mostram os diagramas de olho do sinal do canal 2 – canal de referência, no receptor, para um transmissor com potência, por canal, de -8 dBm, -6 dBm e -3 dBm, respectivamente. Nota-se um incremento considerável na qualidade do sinal, com diagramas de olho mais abertos, em comparação com os diagramas da Figura 28.



(a)



(b)



(c)

Figura 29 - Diagrama de olho do canal de referência (canal 2 = 1542,14) do sistema D com amplificador *BOOSTER*, no fim da fibra, com espaçamento entre canais de 100 GHz, com potência de entrada de (a) -8 dBm, (b) -6 dBm e (c) -3 dBm.

As taxas de erro de bits estimadas para o sistema D com *BOOSTER* foram:

- Para potência, por canal, de -8 dBm:  $BER \approx 10^{-11}$
- Para potência, por canal, de -6 dBm:  $BER \approx 10^{-12}$
- Para potência, por canal, de -3 dBm:  $BER \approx 10^{-12}$

Porém, uma comparação da Figura 29 com as Figuras 25 e 27 sugere um desempenho inferior do sistema D com *BOOSTER*, o que é confirmado pelas estimativas de BER apresentadas.

A Tabela 9 mostra, para os três níveis de potência óptica do transmissor simulados para o sistema D com *BOOSTER*, os valores encontrados para a potência total de entrada ( $P_{in}$ ), potência total de saída ( $P_{out}$ ) e o ganho óptico para o amplificador *BOOSTER* e para os 4 demais amplificadores EDFA ao longo do enlace.

Tabela 9: Potência óptica total na entrada e na saída do amplificador *BOOSTER* e demais EDFAs e o ganho correspondente, para o sistema D com *BOOSTER*, com uma potência óptica total do transmissor de (a) -2 dBm, (b) 0 dBm e (c) +3 dBm.

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>
<b>Pin (dBm)</b>	-2,00	-16,26	-16,34	-16,83	-16,93
<b>Pout (dBm)</b>	13,55	13,93	12,97	12,82	13,11
<b>Ganho (dB)</b>	15,68	27,72	27,98	28,52	29,12

(a)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>
<b>Pin (dBm)</b>	0,00	-16,45	-16,30	-17,17	-16,87
<b>Pout (dBm)</b>	13,27	13,77	13,35	12,81	12,97
<b>Ganho (dB)</b>	14,00	27,93	27,84	28,70	28,88

(b)

	<b>BOOSTER</b>	<b>EDFA 1</b>	<b>EDFA 2</b>	<b>EDFA 3</b>	<b>EDFA 4</b>
<b>Pin (dBm)</b>	3,00	-17,30	-16,10	-17,10	-17,33
<b>Pout (dBm)</b>	12,36	13,91	12,68	12,63	12,92
<b>Ganho (dB)</b>	11,48	28,61	27,57	28,89	28,80

(c)

O sistema D com *BOOSTER* apresentou desempenho no limite mínimo aceitável para a situação com potência por canal de -6 dBm e -3 dBm e continuou com desempenho inaceitável para a situação com menor nível de potência, causado pela superação do limite máximo de espaçamento entre amplificadores recomendado pela ITU-T.

Conclusão:

Quanto menor a potência óptica lançada na fibra pelo transmissor, menor será a potência óptica que chegará ao amplificador óptico, já que os trechos de fibra óptica entre o transmissor e o primeiro EDFA, e entre os demais amplificadores – 80, 100, 120 e 150 km provocam uma atenuação de potência por volta de 16, 20, 24 e 30 dB, respectivamente.

O ruído ASE gerado no EDFA possui maior intensidade nas situações de maior ganho. Por outro lado, enquanto o amplificador operar na região de saturação de ganho, seu ganho será maior quanto menor for a potência óptica do sinal a ser amplificado na entrada do EDFA. Fora do regime de saturação de ganho, o ganho do amplificador atinge o seu valor máximo – 35 dB, e a intensidade de ruído ASE se estabiliza.

Considerando que, para os sistemas simulados os efeitos não-lineares não se manifestam de forma significativa, as taxas de erro de bit superiores encontradas nos sistemas B, C e D, em comparação com o Sistema A, estão associadas à degradação da relação sinal/ruído – menor nível de potência de sinal de entrada aliado a um maior nível de potência de ruído ASE, já que o espaçamento entre amplificadores é superior nestas situações.

A adição de um amplificador *BOOSTER* nos sistemas B e C se traduziu em considerável incremento de performance, melhorando a relação sinal/ruído e por consequência, a taxa de erro de bits.

Para o sistema D, os valores encontrados para as taxas de erro de bits encontram-se fora das especificações para os três níveis de potência óptica de entrada testados, resultados que tornam inviável a operação deste sistema. A adição de um amplificador *BOOSTER* no sistema D, embora tenha melhorado o seu desempenho, não foi suficiente para que este atendesse aos valores máximos exigidos para taxa de erro de bits, para um transmissor com potência por canal de -

8 dBm; e apenas conseguiu atingir o desempenho mínimo exigido para transmissores com potência por canal de -6 dBm e -3 dBm.

Os resultados apresentados confirmam a validade do modelo matemático adotado para representar o amplificador óptico EDFA bem como mostra que o funcionamento do simulador WDM está adequado.

### 3.2.2 Otimização da Posição de Amplificadores Ópticos EDFA em Enlaces Ópticos sem Repetidores

A tecnologia atual de fabricação de fibras ópticas, que exibem perdas de potência cada vez mais baixas, permitiu que enlaces ópticos, dependendo da taxa de transmissão e do número de canais WDM, alcançassem distâncias cada vez mais longas, fazendo uso somente de amplificadores, ou seja, dispensando o emprego de regeneradores de sinal.

A otimização da localização do(s) amplificador(es) óptico(s) pode representar uma redução dos custos de implantação do sistema, seja por diminuição da potência do laser do transmissor (o que aumenta proporcionalmente a sua vida útil) ou pela relaxação da exigência de sensibilidade do receptor, como também pode favorecer um aumento na capacidade do sistema, através do aumento do alcance ou da taxa de transmissão.

A simulação descrita nesta seção tem por principal interesse a verificação de uma técnica de otimização da posição de amplificadores EDFA em enlaces ópticos sem repetidor, utilizando a estimativa da taxa de erro de bits (BER) do sistema como medida de desempenho [29]. O sistema a ser simulado é ilustrado na Figura 30.

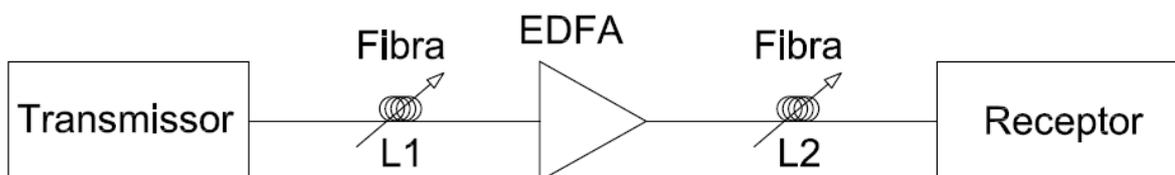


Figura 30 - Enlace óptico a ser simulado, para verificação da técnica de otimização da posição de amplificadores EDFA em enlaces ópticos sem repetidores.

Neste sistema, o transmissor óptico opera no comprimento de onda de 1546 nm, com potência óptica de -2,6 dBm. A fibra óptica utilizada no enlace é do tipo DSF, idêntica à utilizada na seção anterior, com exceção do coeficiente de atenuação, que neste caso é de 0,22 dB/km. Os parâmetros que dependem do comprimento de onda do sinal (e são calculados pelo simulador) são:  $\beta_2 = 0,383 \text{ ps}^2/\text{km}$ ;  $\beta_3 = 0,12 \text{ ps}^3/\text{km}$  e  $\gamma = 2,113 \text{ (W}\cdot\text{km)}^{-1}$ .

O comprimento de onda de operação do transmissor foi escolhido de forma que a dispersão total do enlace se mantivesse dentro de limites que dispensassem mecanismos de gerenciamento de dispersão – o valor do parâmetro de dispersão é  $D = 0,3 \text{ ps}/(\text{km}\cdot\text{nm})$ . O sinal digital de entrada simulado é do tipo NRZ, constituído de uma sequência de 512 bits, idêntica à utilizada na simulação anterior.

Os receptores ópticos, como já mencionado, convertem a potência óptica incidente em corrente elétrica através de um fotodiodo. Nos estudos realizados até o momento, assumiu-se que esta conversão acontecia sem a presença de ruído causado pelo fotodiodo. Porém, em fotodiodos reais, há presença de ruído; os dois principais mecanismos que ocorrem em fotodiodos *PIN* e *APD* são os de ruídos de disparo (*shot noise*) e térmico, responsáveis por flutuações de corrente [1, 3]. O ruído térmico é gerado pela carga resistiva, necessária ao circuito elétrico de receptores ópticos para receber a fotocorrente. A intensidade do ruído térmico depende fundamentalmente da temperatura de operação e do tipo de fotodetector utilizado [3]. Já o ruído de disparo (*shot noise*), também conhecido por ruído balístico, está associado à fotocorrente e existe porque o fluxo de elétrons da corrente não é contínuo. Isto causa flutuações randômicas no valor instantâneo da corrente elétrica. Na prática, o ruído de disparo é muito menor que o ruído térmico em fotodiodos *PIN*. Porém, é importante em fotodiodos do tipo *APD*, nos quais o processo de multiplicação da fotocorrente por avalanche (ionização de impacto) realça este tipo de ruído, tornando-os comparáveis, em intensidade, ao ruído térmico [28].

Estes mecanismos de ruído são representados no modelo matemático do receptor, de forma simplificada, através da adição de um ruído branco à fotocorrente. Este ruído branco aleatório, de média nula, possui variância  $\sigma^2 = 10 \text{ ps} / \sqrt{\text{Hz}}$ , que corresponde a um valor típico de densidade espectral de ruído em fotodiodos, operando em taxas de 2,5 Gbps.

As características de ganho do amplificador óptico EDFA utilizados neste estudo são ilustradas na Figura 31.

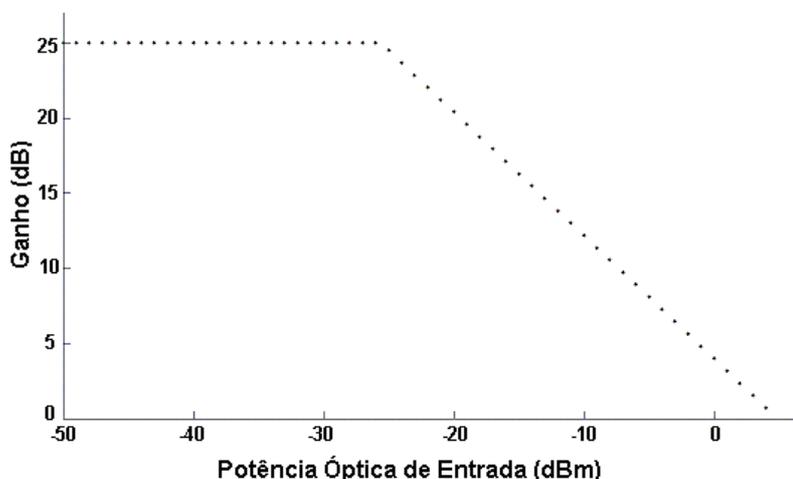


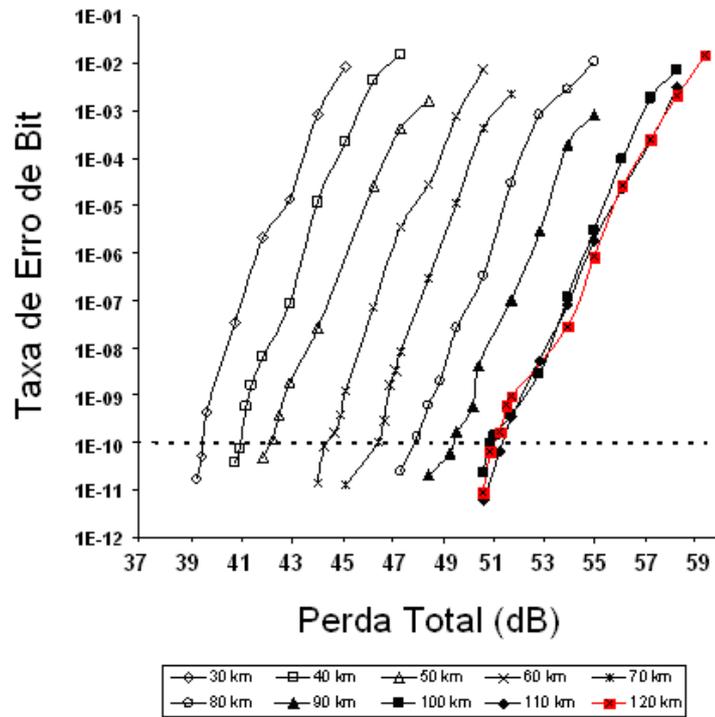
Figura 31 – Curva de ganho linearizada para o amplificador óptico EDFA utilizado no simulador, para verificação da técnica para otimização da posição de EDFAs em enlaces ópticos sem repetidores.

A técnica a ser verificada consiste na variação do comprimento de fibra óptica antes (L1) e depois (L2) do amplificador óptico EDFA, através da utilização de duas configurações, dependendo da localização do amplificador no enlace: na configuração 1, o amplificador fica localizado mais próximo do transmissor; já na configuração 2, o EDFA localiza-se mais próximo do receptor.

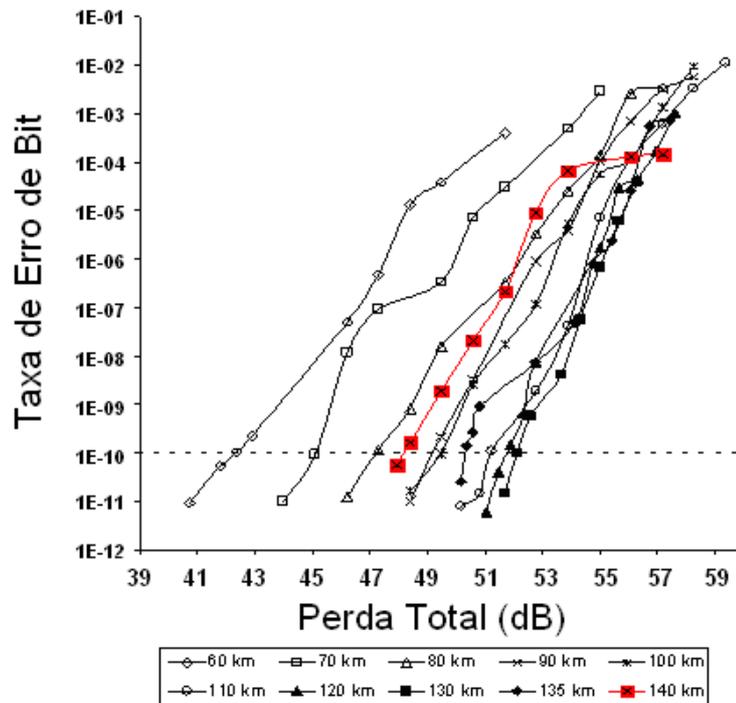
Na configuração 1, o comprimento de fibra antes do amplificador EDFA (L1) é mantido em um valor fixo e o comprimento de fibra após o amplificador (L2) é, então, variado. Os valores de L1 simulados variam de 30 a 110 km, em passos de 10 km. Ao determinar, para cada valor fixo de L1, o valor de L2 no qual o enlace possui taxa de erro de bits em torno de  $10^{-11}$ , o valor de L2 é variado até que o sinal seja completamente degradado, adotando para isto, valores de BER próximos a  $10^{-3}$ . O mesmo procedimento é adotado para a configuração 2, fixando-se o comprimento L2 e variando-se o comprimento L1. Os valores de L2 simulados variam de 60 a 140 km.

As Figuras 32 (a) e (b) mostram as curvas de variação da taxa de erro de bits em função da perda total no enlace, para as configurações 1 e 2, respectivamente. A perda total é estimada multiplicando-se o comprimento total do enlace pelo coeficiente de atenuação da fibra óptica. As oscilações observadas nas curvas das Figuras 32 (a) e (b) possivelmente estão associadas à imprecisão inerente ao

método utilizado para estimativa da BER. Porém, estas oscilações não impedem a percepção da tendência de aumento da BER com o aumento da perda, apresentada por cada curva.



(a)



(b)

Figura 32 - Curvas da taxa de erro de bits (BER) em função da perda total no enlace, para as configurações 1 (a) e 2 (b).

Através da observação da Figura 32 (a) pode-se perceber que, à medida que o comprimento L1 aumenta, o comprimento total do enlace também aumenta, para uma BER limite aceitável de  $10^{-10}$ . No entanto, isto ocorre somente enquanto o amplificador EDFA opera no regime de saturação de ganho, onde o ganho é inversamente proporcional à potência óptica de entrada. Para  $L1 = 30$  km, o ganho é próximo de 11 dB e para  $L1 = 100$  km, em torno de 24 dB. Para  $L1 > 100$  km, quando o ganho máximo do amplificador é alcançado (25 dB), não há mais incremento significativo no comprimento total do enlace.

A Figura 32 (b) mostra um comportamento diferente. Neste caso, ocorre o incremento na perda total do enlace até  $L2 = 130$  km. O amplificador óptico EDFA opera fora do regime de saturação de ganho para  $L2 \leq 130$  km, alcançando o ganho máximo de 25 dB. Para valores de  $L2$  superiores a 130 km, a perda total alcançada começa a decrescer. Para  $L2 = 135$  km, o amplificador óptico começa a operar no regime de saturação de ganho, com ganho em torno de 23 dB, para uma BER de  $10^{-10}$ .

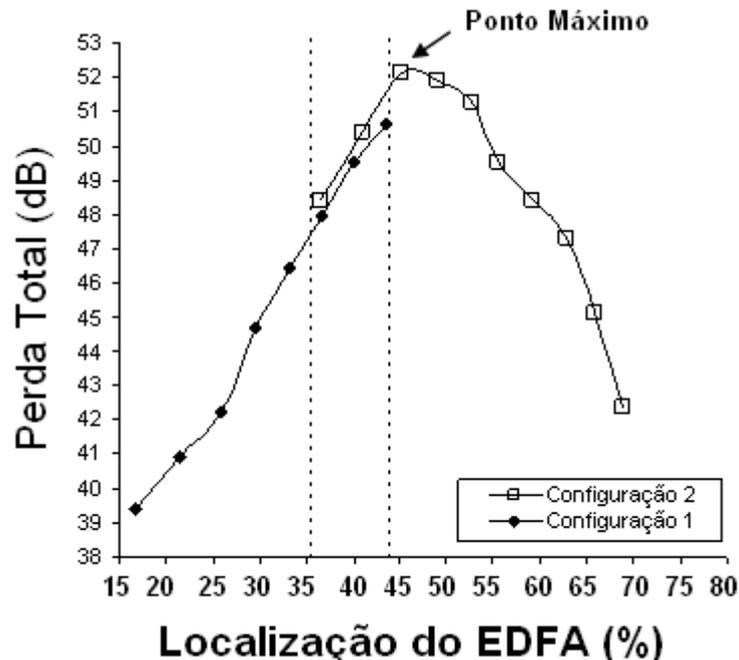


Figura 33 - Perda máxima total do enlace para as configurações 1 e 2 em função da localização do EDFA no enlace, em porcentagem da distância ao transmissor. As linhas tracejadas delimitam a região onde os resultados alcançados pelas configurações 1 e 2 se sobrepõem.

A Figura 33 mostra a perda total do enlace para cada passo de L1 e L2 onde a taxa de erro de bits encontra-se no limite –  $BER = 10^{-10}$ , nas configurações 1 e 2,

com a finalidade de encontrar o ponto ótimo para a localização do amplificador. As linhas tracejadas no gráfico delimitam a região onde os resultados alcançados pelas configurações 1 e 2 se sobrepõem. Através da combinação das configurações 1 e 2, pode-se observar que o comprimento máximo do enlace cresce gradualmente à medida que o amplificador óptico é afastado do transmissor, até um limite onde o desempenho máximo é alcançado e, após este ponto, ocorre a degradação de desempenho. A perda total máxima encontrada foi de 52,14 dB – o que corresponde a um enlace de aproximadamente 237 km, com o amplificador óptico localizado em torno de 45% do comprimento total do enlace, a partir do transmissor – correspondente à uma distância transmissor/amplificador de 107 km. No ponto de máximo desempenho, a potência óptica verificada no receptor está em torno de -28 dBm, e o diagrama de olho do sinal recebido é mostrado na Figura 34.

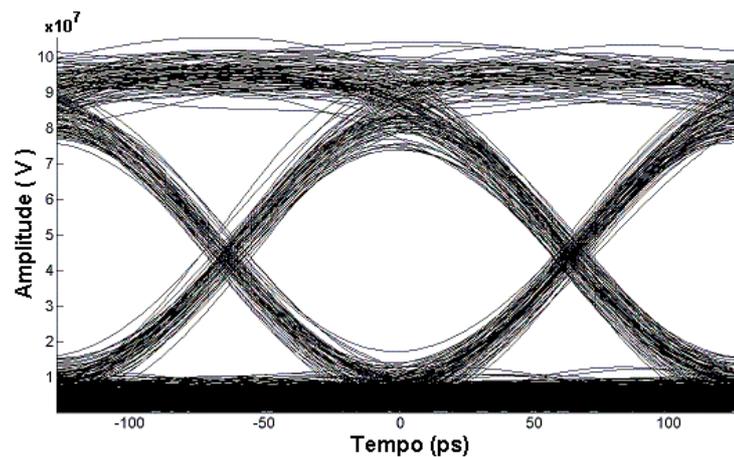


Figura 34 - Diagrama de olho do sinal recebido, no ponto de máximo comprimento do enlace ( $L_1 = 130$  km e perda total de 52,14 dB), com BER de  $10^{-10}$ .

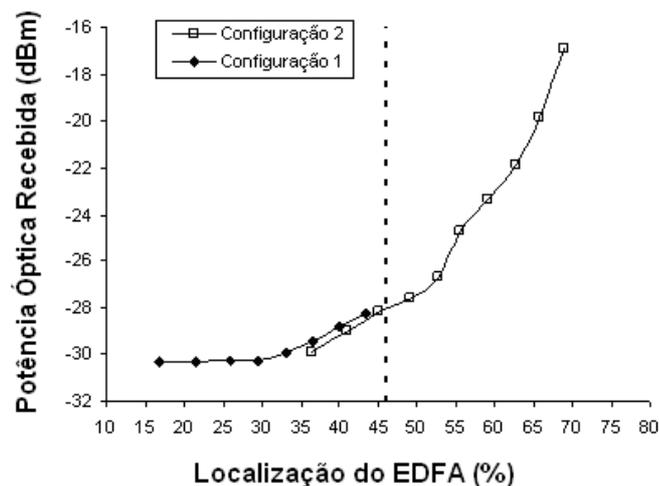


Figura 35 - Gráfico da evolução dos níveis de potência óptica na entrada do receptor, para uma BER de  $10^{-10}$ , para as configurações 1 e 2.

A análise dos resultados obtidos, ilustrados nas Figuras 32 (a) e (b), 33, 34 e 35, mostra que há plena concordância com os resultados experimentais apresentados na referência [29], reproduzidos nas Figuras 36 (a), (b), (c) e (d).

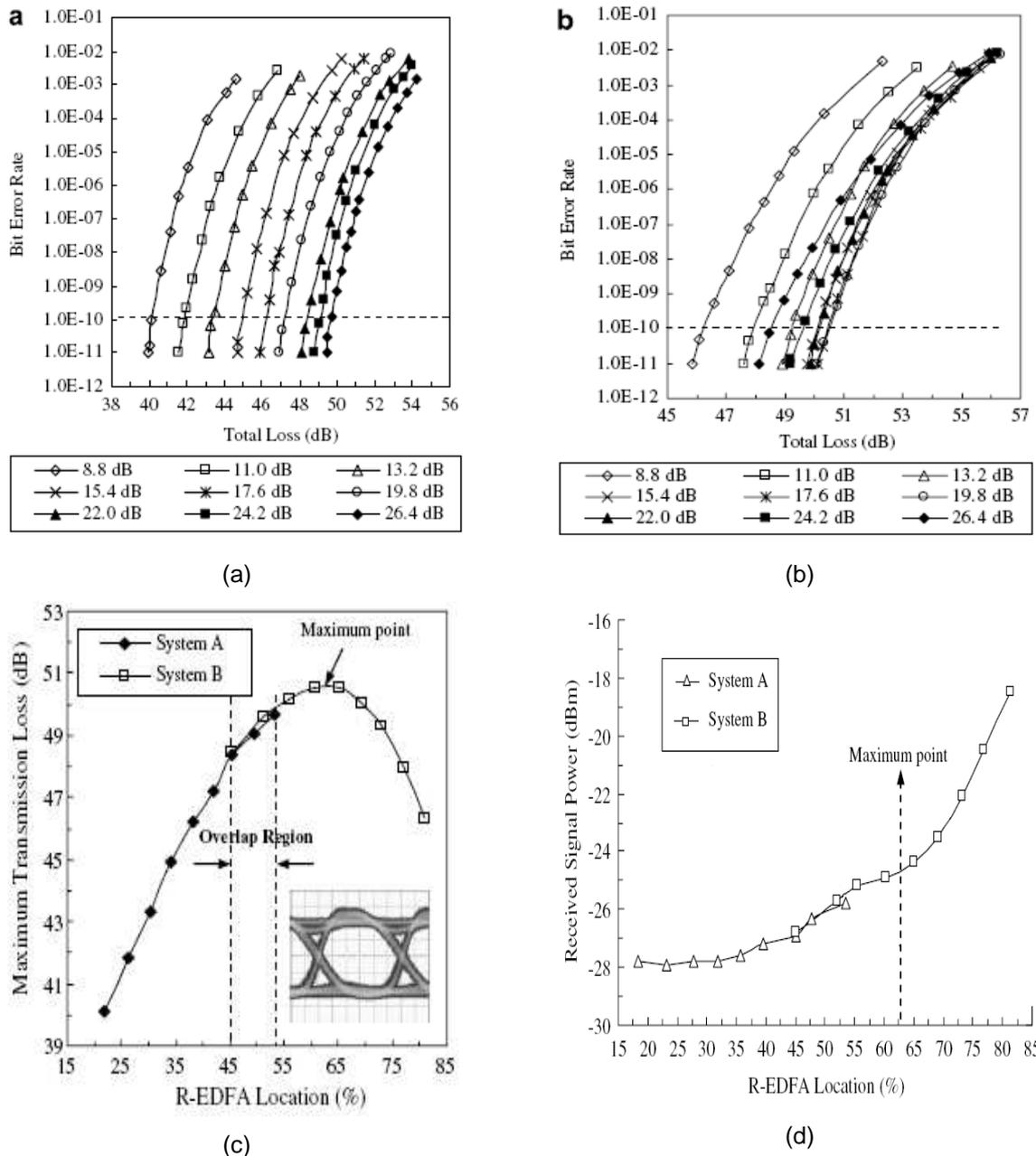


Figura 36 - Resultados da referência [29]: Curvas da taxa de erro de bits (BER) em função da perda total, para as configurações 1 (a) e 2 (b); perda máxima total do enlace para as configurações 1 e 2 em função da localização do EDFA no enlace, em % de distância do transmissor (c) e evolução dos níveis de potência óptica na entrada do receptor, para uma BER de  $10^{-10}$ , para as configurações 1 e 2 (d).

A análise dos resultados obtidos neste trabalho mostra que o simulador WDM, com a inserção da modelagem simplificada dos mecanismos de ruído presentes nos

receptores ópticos, alcançou resultados concordantes com os apresentados na literatura, validando o modelo utilizado.

As pequenas discrepâncias encontradas na comparação dos resultados obtidos neste trabalho com aqueles apresentados na literatura podem ser associadas, entre outros fatores, à falta de informação detalhada da curva de ganho do amplificador óptico EDFA utilizado para gerar os resultados apresentados na referência [29]. A informação presente no artigo refere-se unicamente ao ganho deste amplificador para pequenos sinais,  $G = 25$  dB, valor que foi adotado no simulador WDM. Portanto, a modelagem da região de saturação de ganho do EDFA foi estimada, possivelmente causando divergências nos valores de ganho nesta região, afetando sensivelmente os resultados. Além deste fator, a modelagem do amplificador EDFA e do receptor óptico é simplificada no simulador WDM, tendo em vista os objetivos para os quais este foi desenvolvido. O incremento da complexidade destes modelos matemáticos, ajustando-os ainda mais à realidade do funcionamento destes componentes, certamente poderá aproximar mais os resultados obtidos com o simulador WDM dos apresentados na literatura.

As oscilações observadas nas Figuras 32 (a) e (b) podem ter sido causadas pelo fato de que o medidor de BER presente no simulador não foi devidamente calibrado, considerando um limite de sensibilidade imposto. Porém, como o objetivo principal era a observação da tendência de queda da BER, apresentada por tais gráficos, considerou-se o resultado satisfatório. É pertinente comentar também que estimar a taxa de erro de bits de sistemas de comunicações é um problema complexo. Portanto, pode-se associar também a este fator, talvez o de maior peso, as diferenças observadas entre os resultados deste trabalho e os da literatura.

Porém, os resultados alcançados com o simulador WDM aqui desenvolvido comprovam a versatilidade e a eficiência dos modelos utilizados para o estudo da técnica de otimização de amplificadores EDFA em enlaces ópticos sem repetidores, com os objetivos de maximizar o desempenho deste tipo de enlace, reduzir custos de implantação de novos sistemas e diversos outros fins.

### 3.3 Conclusão

Este capítulo descreveu com detalhes toda a estrutura do simulador WDM para sistemas amplificados e apresentou os resultados das simulações realizadas, discutindo-os.

A Seção 3.1 descreveu, de forma sucinta, a estrutura e as funcionalidades do simulador WDM para sistemas amplificados. Foram descritos os blocos que compõem um enlace óptico amplificado de interesse: o equipamento transmissor, a fibra óptica, o amplificador óptico EDFA e o receptor.

O bloco transmissor implementado permite a simulação de sistemas ópticos WDM com modulação RZ ou NRZ, incluindo sistemas solitônicos.

O simulador dispõe de parâmetros pré-selecionados para fibras ópticas padrão (G.652) e de dispersão deslocada (G.653). Outros tipos de fibra óptica podem ser simulados com a inserção dos correspondentes valores dos parâmetros de dispersão cromática e de perda.

O amplificador óptico, do tipo EDFA, é tratado como um multiplicador que aplica ao sinal de entrada um fator que depende do nível de potência do sinal de entrada. Considera-se ganho uniforme, ou seja, o ganho aplicado (fator multiplicativo) ao sinal independe do comprimento de onda. O efeito de saturação de ganho de EDFAs também é considerado. O ruído ASE gerado pelo amplificador é modelado como uma variável aleatória gaussiana, complexa, com média nula e variância  $\sigma^2 = P_{ASE}$ . A variável  $P_{ASE}$  corresponde à potência média de ruído branco contida em uma componente de frequência do espectro de Fourier.

O modelo do receptor óptico contém três blocos: um filtro óptico de entrada, um fotodiodo e um filtro elétrico de saída. Os filtros óptico e elétrico podem ter a sua banda FWHM definidas pelo usuário. Inicialmente, modelou-se o fotodiodo como um componente ideal, sem penalidades de ruído. No decorrer do estudo, no entanto, as penalidades impostas pelo ruído de disparo e o ruído térmico à fotocorrente se mostraram relevantes, sendo então incluídos no modelo matemático, de forma simplificada, através da adição de um ruído branco à fotocorrente. Este ruído branco aleatório, de média nula, possui variância  $\sigma^2 = 10 \text{ ps} / \sqrt{\text{Hz}}$ , que corresponde a um valor típico de densidade espectral de ruído em fotodiodos, operando em taxas de 2,5 Gbps.

Nas subseções da Seção 3.2, foram apresentados os resultados das simulações de sistemas ópticos amplificados. Na Subseção 3.2.1, foram apresentados os resultados da simulação de sistemas ópticos WDM que utilizam amplificadores ópticos EDFA para compensação de perdas, à luz das normatizações disponibilizadas pela ITU-T, a fim de se avaliar a robustez do modelo adotado. Foram simulados quatro sistemas ópticos amplificados, de acordo com as características mostradas na Tabela 1, com três diferentes níveis de potência óptica de entrada, que correspondem a -2 dBm (potência óptica mínima total recomendada pela norma ITU-T G.957), 0 dBm (valor intermediário) e +3 dBm (limite máximo de potência óptica total recomendada pela norma ITU-T G.957). O desempenho de cada sistema foi avaliado através da estimativa da taxa de erro de bits (BER) do sistema, com base no diagrama de olho. Considerou-se aceitável uma estimativa de BER menor ou igual a  $10^{-12}$ . Os resultados alcançados demonstraram a robustez e versatilidade do simulador, comprovando que o sistema correspondente a uma configuração incompatível com as Recomendações ITU-T não obteve desempenho aceitável em qualquer das situações simuladas.

Nesta mesma subseção foi apresentado o resultado de um estudo adicional, através da implantação de um amplificador óptico *BOOSTER* em três dos sistemas ópticos propostos no estudo anterior. O resultado mostrou a esperada melhoria no desempenho dos sistemas; porém, para o sistema em que o máximo espaçamento recomendado entre amplificadores era superado, o desempenho continuou inferior, considerando a potência mínima de entrada, e, para as demais situações, exatamente no limite aceitável de BER.

Uma vez comprovado o bom desempenho do simulador, na Subseção 3.2.2 foi explorada a técnica de otimização da posição de amplificadores ópticos EDFA em enlaces ópticos sem repetidores, objetivo inicial deste trabalho.

A técnica foi testada através do estudo de um enlace óptico composto de um transmissor óptico com potência de -2,6 dBm e comprimento de onda de 1546 nm, que lança em uma fibra óptica do tipo DSF um trem de pulsos ópticos NRZ de 512 bits, um amplificador óptico EDFA de 25 dB de ganho para pequenos sinais e um receptor óptico. Uma BER de  $10^{-10}$  foi escolhida como limite máximo permitido para um desempenho aceitável. A localização do amplificador EDFA foi variada ao longo do enlace, variando os comprimentos de fibra óptica antes e depois do EDFA.

Os resultados obtidos confirmam a validade da técnica, bem como a versatilidade do simulador WDM. Para a situação proposta, foi determinado um comprimento máximo de enlace de 237 km, com um EDFA localizado a 107 km do transmissor óptico.

## 4

### **Conclusão e Sugestão para Trabalhos Futuros**

O presente capítulo expõe as principais constatações e conclusões obtidas nos capítulos anteriores. O objetivo principal de todo o estudo realizado até o momento foi o desenvolvimento de um simulador WDM para a análise de desempenho e projeto de sistemas ópticos WDM amplificados, levando em conta características básicas de fibras óptica – dispersão cromática, efeitos não lineares (como automodulação de fase e modulação de fase cruzada) e atenuação – e de amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (EDFAs).

Com base nesta realidade, e frente aos notáveis avanços tecnológicos dos últimos anos na fabricação de fibras ópticas e componentes de redes ópticas, o principal interesse deste trabalho é a otimização do posicionamento de um EDFA ao longo de um enlace óptico, sem repetidores, visando a maximização do desempenho do sistema, seja por incremento no comprimento total do enlace, seja através da redução da potência de bombeamento do EDFA ou por relaxação nas exigências de sensibilidade do receptor.

O Capítulo 2 deste trabalho foi dedicado aos aspectos teóricos da propagação de pulsos em fibras ópticas. Na Seção 2.1, foram discutidos os conceitos de teoria eletromagnética que subsidiaram o desenvolvimento matemático da equação não linear de Schrödinger na Seção 2.2.

Na Seção 2.3 foram definidos quatro regimes de propagação distintos, através da solução da equação não linear de Schrödinger para cada situação, com o propósito de discutir a importância relativa dos efeitos de atenuação, dispersão e automodulação de fase, investigando da propagação de pulsos ópticos em cada um desses regimes.

Na Seção 2.4, foi apresentado o método de Fourier de passo alternado, escolhido para o cálculo de soluções aproximadas para equação não linear de Schrödinger, já que, na maioria dos casos de interesse, o cálculo de soluções exatas não é possível. Desta forma, foram solidamente definidas as bases teóricas que permitiram a modelagem matemática adequada do meio de propagação – a fibra

óptica, e foram discutidas as aproximações e considerações (físicas e matemáticas) realizadas, salientando as limitações do modelo numérico utilizado.

Na Seção 2.5, a equação de propagação discutida na Seção 2.1 é estendida para o caso WDM e é introduzido o conceito de descasamento de velocidade de grupo entre um canal qualquer e um canal particular, arbitrariamente tomado como referência. O descasamento de velocidade de grupo faz com que pulsos de canais diferentes se distanciem no tempo (efeito de ultrapassagem – *walk-off*). Este efeito é fundamental na descrição de fenômenos não lineares decorrentes da interação entre pulsos ópticos.

O fenômeno de modulação de fase cruzada (*XPM*) foi discutido e seus efeitos, avaliados: a Seção 2.6 apresentou os efeitos espectrais e a Seção 2.7, os efeitos temporais.

No Capítulo 3, foi feita uma descrição detalhada do simulador WDM desenvolvido neste trabalho, e foram apresentados e discutidos os resultados das simulações realizadas.

A Seção 3.1 descreveu, de forma sucinta, a estrutura e as funcionalidades do simulador WDM para sistemas amplificados, com a descrição dos blocos que compõem um enlace óptico amplificado de interesse (o transmissor, a fibra óptica, o amplificador óptico EDFA e o receptor), demonstrando a flexibilidade existente na escolha de parâmetros pré-existentis ou adicionados pelo usuário.

Nas subseções da Seção 3.2, foram apresentados os resultados das simulações de sistemas ópticos amplificados. Na Subseção 3.2.1, foram apresentados os resultados da simulação de sistemas ópticos WDM que utilizam amplificadores ópticos EDFA para compensação de perdas, à luz das normatizações disponibilizadas pela ITU-T, a fim de se avaliar a robustez do modelo adotado. Foram simulados quatro sistemas ópticos amplificados, de acordo com as características mostradas na Tabela 1, com três diferentes níveis de potência óptica de entrada, que correspondem a -2 dBm (potência óptica mínima total recomendada pela norma ITU-T G.957), 0 dBm (valor intermediário) e +3 dBm (limite máximo de potência óptica total recomendada pela norma ITU-T G.957). O desempenho de cada sistema foi avaliado através da estimativa da taxa de erro de bits (BER) do sistema, com base no diagrama de olho. Considerou-se aceitável uma estimativa de BER menor ou igual a  $10^{-12}$ . Os resultados alcançados demonstraram a robustez e versatilidade do simulador, comprovando que o sistema correspondente a uma

configuração incompatível com as Recomendações ITU-T não obteve desempenho aceitável em qualquer das situações simuladas.

Nessa mesma subseção foi apresentado o resultado de um estudo adicional, através da implantação de um amplificador óptico *BOOSTER* em três dos sistemas ópticos propostos no estudo anterior. O resultado mostrou a esperada melhoria no desempenho dos sistemas; porém, para o sistema em que o máximo espaçamento recomendado entre amplificadores era superado, o desempenho continuou inferior, considerando a potência mínima de entrada, e, para as demais situações, exatamente no limite aceitável de BER.

Na Subseção 3.2.2 foi explorada a técnica de otimização da posição de amplificadores ópticos EDFA em enlaces ópticos sem repetidores através do estudo de um enlace óptico composto por um transmissor óptico com potência de -2,6 dBm e comprimento de onda de 1546 nm, que lança em uma fibra óptica do tipo DSF um trem de pulsos ópticos NRZ de 512 bits, um amplificador óptico EDFA de 25 dB de ganho para pequenos sinais e um receptor óptico. Uma BER de  $10^{-10}$  foi escolhida como limite máximo permitido para um desempenho aceitável. A localização do amplificador EDFA foi variada ao longo do enlace, variando os comprimentos de fibra óptica antes e depois do EDFA, e foi determinado um comprimento máximo de enlace de 237 km, com um EDFA localizado a 107 km do transmissor óptico, para a situação proposta. Os resultados obtidos confirmam a validade da técnica, bem como a versatilidade do simulador WDM.

A partir das contribuições apresentadas neste trabalho, nota-se a existência de diversas possibilidades de estudos ainda a serem realizados e melhorias a serem pensadas para o simulador WDM. Um objetivo futuro a ser perseguido pode ser a melhoria da eficiência computacional do algoritmo. Ao simular um sistema óptico utilizando um grande número de bits na palavra, o algoritmo requereu um grande esforço computacional, embora tenha sido utilizado para este fim um microcomputador pessoal com configuração robusta. Uma sugestão é a implementação do modelo em linguagem FORTRAN, comumente utilizado para este fim, buscando maior eficiência numérica através de uma linguagem de alto nível.

Nos dias atuais é crescente a utilização comercial do mecanismo de amplificação Raman, seja em amplificadores Raman puros, seja em sistemas híbridos (Raman + EDFA). Assim, é interessante que o simulador WDM possa contemplar esta modalidade de amplificador, bem como disponibilizar uma

ferramenta de comparação de desempenho entre as tecnologias de amplificadores EDFA e de amplificadores Raman.

Por fim, espera-se ter contribuído positivamente para o estudo de sistemas de comunicações ópticas, com a consciência de que ainda há muito a ser feito.

## REFERÊNCIAS

- [1] AGRAWAL, G. P. *Lightwave Technology Telecommunication Systems*. John Wiley & Sons, Inc. 2005.
- [2] HARBOE, P. B. *Sistemas Solitônicos Amplificados: Estudo de Viabilidade para Aplicação em Comunicações Ópticas de Longa Distância e/ou Altas Taxas de Transmissão*. Tese de Doutorado, DEE – PUC-Rio, 2000.
- [3] AGRAWAL, G. P. *Fiber-Optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, Inc., 3.<sup>a</sup> Ed., 2002.
- [4] GODOY, D. S. *Simulador WDM em Fibra Óptica Dispersiva, Não-linear e com Perdas*. Dissertação de Mestrado, UFF, 2006.
- [5] GAUTHERON, O. *Submarine Optical Networks at the Threshold of Tbit/s per Fiber Capability*. Alcatel Telecomm. Review, 2000.
- [6] BECKER, P. C.; OLSSON, N. A.; SIMPSOM, J. R. *Erbium Doped Fiber Amplifier – Fundamentals and Technology*. Academic Press, Lucent Technologies, 1999.
- [7] GUIMARÃES, G. F. *Amplificador e conversor de comprimento de onda híbrido TDFA/FOPA para comunicações ópticas*
- [8] DESURVIRE, E. *Erbium-Doped Fiber Amplifiers: Principles and Applications*. J. Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.
- [9] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks – A practical Perspective*. 2<sup>nd</sup> Ed., Academic Press, San Diego, 2002.
- [10] BOCZAR, O. P. L. *Estudo de Amplificadores Ópticos a Fibra Dopada com Érbio para Aplicação em Sistemas WDM*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, 1998.

- [11] FILHO, C. J. A. B. *Amplificadores Ópticos para Sistemas de Comunicação Multicanais de Alta Capacidade*. Tese de Doutorado, UFPE, Recife, 2005.
- [12] GILES, C.R.; DESURVIRE, E. "Modeling erbium-doped fiber amplifiers", IEEE J. Lightwave Techn., Vol. 9, No. 2, pp 271 - 283, 1991.
- [13] KAWANO, K.; KITO, T. *Introduction to Optical Waveguide Analysis – Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation*. J. Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [14] ABBADE, M. F. L. *Contribuição para o Estudo de Não-Linearidades em Fibras Ópticas Monomodo*, Tese de Doutorado, FEEC – UNICAMP, Campinas, 2001.
- [15] AGRAWAL, G. P. *Nonlinear Fiber-Optics*. 3.<sup>a</sup> Ed., Academic Press, San Diego, 2001.
- [16] Manual da Fibra Padrão –SMF-28e™, fabricada pela Corning Incorporated Telecommunications Products Division.
- [17] PAIVA, R. B. *Estudo dos Efeitos Não Lineares de Automodulação de Fase e Modulação de Fase Cruzada em Fibras Ópticas*. Dissertação de Mestrado, INATEL, Sta. Rita do Sapucaí, 2003.
- [18] HARBOE, P. B.; SOUZA, J. R. *Simulador WDM em Fibra Óptica Dispersiva, Não-Linear e com Perdas*, MOMAG (paper P2-30 CD254), 2006.
- [19] AGRAWAL, G. P.; BALDECK, P. L.; ALFANO, R. R. *Temporal and Spectral Effects of Cross-Phase Modulation on Copropagation Ultrashort Pulses in Optical Fibers*. Physical Review A, vol. 40, nº 9, 1989.
- [20] FREITAS, M.; CALMON, L. C.; ALMEIDA, R. T. R. *Análise da Interferência entre Canais Causado pelo Efeito de Modulação Cruzada de Fase em Sistemas WDM*. Anais XVII SBT (PP. 639-642), Vitória, 1999.

- [21] SHTAIF, M.; EISELT, M. *Analysis of Instability Interference Caused by Cross-Phase Modulation in Dispersive Optical Fibers*. IEEE Phot. Technol. Lett., vol. 10, nº 7, Julho - 1998.
- [22] BETTI, S.; GIACONI, M. *Analysis of the Cross-Phase Modulation Effect in WDM Optical Systems*. IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 13, pp 43-45, Janeiro, 2001.
- [23] HUNT, B. R.; LIPSMAN, R. L.; ROSENBERG, J. M. *A Guide to MatLab® - for Beginners and Experienced Users*. Cambridge University Press, 2001.
- [24] HAHN, B.; VALENTINE, D. T. *Essential MatLab for Engineers and Scientists*. 3.<sup>a</sup> Ed., Elsevier, 2007.
- [25] Manual de Fibra de Dispersão Deslocada – DS, fabricada pela Corning© Incorporated Telecommunications Products Division.
- [26] MAIZMAN, M. I. B. *Simulação de Receptores Ópticos no ambiente PC-SIMFO*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, 1998.
- [27] SÄCKINGER, E. *Broadband Circuits for Optical Fiber Communication*. Wiley & Sons, Inc., New York, 2005.
- [28] GIOZZA, W. F.; CONFORTI, E.; WALDMAN, H. *Fibras Ópticas – Tecnologia e Projeto de Sistemas*. Makron, McGraw-Hill, 1991.
- [29] NAJI, A. W.; ABIDIN, M.S. Z.; AL-MANSOORI, M.H. *Optimisation of remotely-pumped Er<sup>3+</sup>-doped fibre amplifier location in repeaterless transmission systems*. Opt. Commun., 2006.

## Apêndice A – Desenvolvimento Matemático da Equação (31)

$$\nabla^2 E(r,t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(r,t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(r,t') \exp(j\omega_0(t-t')) dt' \right] + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_0 \epsilon_{NL} E(r,t)) \quad A.1$$

$$\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(r,t') \exp(j\omega_0(t-t')) dt' = P_L(r,t) \exp(-j\omega_0 t) \quad A.2$$

Aplicando a transformada de Fourier ao termo anterior (propriedade da convolução), tem-se:

$$\epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E(r, \omega - \omega_0) \quad A.3$$

Substituindo (A.3) em (A.1) :

$$\nabla^2 \tilde{E} = -\frac{1}{c^2} \omega^2 \tilde{E} - \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E} - \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_{NL} \tilde{E} \quad A.4$$

$$\text{Como } k = \frac{\omega}{c} \text{ e } \frac{1}{c^2} = \mu_0 \omega_0,$$

$$\nabla^2 \tilde{E} + k_0^2 \tilde{E} + k_0^2 \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E} + k_0^2 \epsilon_{NL} \tilde{E} = 0 \quad A.5$$

E, finalmente, obtém-se a equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0 \quad A.6$$

Onde

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) + \epsilon_{NL} \quad A.7$$

## Apêndice B – Desenvolvimento Matemático das Equações (39) e (40)

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0 \quad \text{B.1}$$

$$\tilde{E} = F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) \quad \text{B.2}$$

Substituindo B.2 em B.1, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} [F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z)] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} [F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z)] + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial z^2} [F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z)] + \varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 \cdot F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) = 0 \end{aligned} \quad \text{B.3}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) \cdot \left[ \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \right] + \\ & + F(x, y) \cdot \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z)] + \varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 \cdot F(x, y) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) = 0 \end{aligned} \quad \text{B.4}$$

Por simplicidade de notação, foi feita a substituição  $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$  por  $\tilde{A}$ . Para o segundo termo da equação B.4, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\tilde{A} \cdot \exp(j\beta_0 z)] = \frac{\partial^2}{\partial z^2} [u \cdot v] = \\ & = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \tilde{A} \cdot (j\beta_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) + \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \right] = (j\beta_0) \cdot \frac{\partial}{\partial z} [\tilde{A} \cdot \exp(j\beta_0 z)] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \right] = \\ & = (j\beta_0) \cdot \left[ \tilde{A} \cdot (j\beta_0) \cdot \exp(j\beta_0 z) + \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} \right] + \left[ \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} (j\beta_0) \exp(j\beta_0 z) \right] = \quad \text{B.5} \\ & = -\beta_0^2 \tilde{A} \exp(j\beta_0 z) + (j\beta_0) \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + (j\beta_0) \exp(j\beta_0 z) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \\ & = -\beta_0^2 \tilde{A} + 2 \cdot (j\beta_0) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \end{aligned}$$

Substituindo o resultado de B.5 em B.4,

$$\begin{aligned} & \tilde{A} \cdot \exp(j\beta_0 z) \cdot \left[ \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \right] + \\ & + F(x, y) \left[ -\beta_0^2 \tilde{A} + 2 \cdot (j\beta_0) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \right] + \varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 \cdot F(x, y) \cdot \tilde{A} \cdot \exp(j\beta_0 z) = 0 \end{aligned} \quad \text{B.6}$$

Multiplicando B.6 por  $\frac{1}{F(x, y) \cdot \tilde{A}}$ ,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F(x, y)} \cdot \left[ \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \right] + \\ & + \frac{1}{\tilde{A}} \left[ -\beta_0^2 \tilde{A} + 2 \cdot (j\beta_0) \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} \right] + \varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 = 0 \end{aligned} \quad \text{B.7}$$

Utilizando o método da separação das variáveis,

$$\frac{1}{F(x, y)} \cdot \left[ \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} \right] + \varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 = \tilde{\beta}^2 \quad \text{B.8}$$

$$\beta_0^2 - 2 \cdot (j\beta_0) \frac{1}{\tilde{A}} \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \tilde{\beta}^2 \quad \text{B.9}$$

Multiplicando B.8 por  $F(x, y)$  e B.9 por  $\tilde{A}$ ,

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega) \cdot k_0^2 - \tilde{\beta}^2] F(x, y) = 0 \quad \text{B.10}$$

$$2 \cdot (j\beta_0) \frac{\partial \tilde{A}(z, \omega - \omega_0)}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \cdot \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) = 0 \quad \text{B.11}$$

### Apêndice C – Desenvolvimento Matemático da Equação (41)

$$\varepsilon = \left( \tilde{n} + \frac{i\tilde{\alpha}}{2k_0} \right)^2 \quad \text{C.1}$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2 \quad \text{C.2}$$

$$\tilde{n} = n + n_2 |E|^2 \quad \text{C.3}$$

Substituindo C.2 e C.3 em C.1, tem-se:

$$\varepsilon = \left( n + n_2 |E|^2 + \frac{i\alpha}{2k_0} + \frac{i\alpha_2 |E|^2}{2k_0} \right)^2 \quad \text{C.4}$$

Fazendo  $\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{i\alpha}{2k_0}$  e desprezando o termo em  $\alpha_2$ , por este parâmetro ser muito pequeno para fibras de sílica, obtém-se[2]:

$$\varepsilon = (n + \Delta n)^2 = n^2 + 2.n.\Delta n + \Delta n^2 \quad \text{C.5}$$

Como  $\Delta n^2$  é um valor pequeno o bastante que nos possibilita desprezá-lo,

$$\varepsilon = n^2 + 2.n.\Delta n \quad \text{C.6}$$

## Apêndice D – Desenvolvimento Matemático da Equação (46)

$$\bar{\beta} = \beta + \Delta\beta \quad \text{D.1}$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = -\frac{(\bar{\beta}^2 - \beta_0^2)\tilde{A}}{2j\beta_0} \quad \text{D.2}$$

Sendo  $\bar{\beta}^2 \approx \beta^2 + 2\beta\Delta\beta$ , tem-se:

$$(\bar{\beta}^2 - \beta_0^2) = \beta^2 + 2\beta\Delta\beta - \beta_0^2 = 2\beta_0(\bar{\beta} - \beta_0) + 2\beta\Delta\beta = 2\beta_0[(\bar{\beta} - \beta_0) + \Delta\beta] \quad \text{D.3}$$

Substituindo D.3 em D.2,

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = -\frac{2\beta_0[(\bar{\beta} - \beta_0) + \Delta\beta]\tilde{A}}{2j\beta_0} = -j[(\bar{\beta} - \beta_0) + \Delta\beta]\tilde{A} \quad \text{D.4}$$

### Apêndice E – Desenvolvimento Matemático da Equação (49)

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 \quad \text{E.1}$$

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j(\bar{\beta} - \beta_0) + \Delta\beta \tilde{A} \quad \text{E.2}$$

Substituindo E.1 em E.2, tem-se:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j\left(\beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\beta_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 - \beta_0\right) + \Delta\beta \tilde{A} \quad \text{E.3}$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier à Equação E.3, substituindo  $(\omega - \omega_0)^n$

por  $j\left(\frac{\partial^n}{\partial t^n}\right)$ , obtém-se:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = j\beta_1\left(j\frac{\partial A}{\partial t}\right) + \frac{j\beta_2}{2}\left(j\frac{\partial A}{\partial t}\right)^2 + \frac{j\beta_3}{6}\left(j\frac{\partial A}{\partial t}\right)^3 + j\Delta\beta A \quad \text{E.4}$$

## Apêndice F – Desenvolvimento Matemático da Equação (50)

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad \text{F.1}$$

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + \frac{j\alpha}{2k_0} \quad \text{F.2}$$

Substituindo F.2 em F.1, tem-se:

$$\Delta\beta = \frac{k_0}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \left[ \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} n_2 |E|^2 |F(x, y)|^2 dx dy + \frac{j\alpha}{2k_0} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right] \quad \text{F.3}$$

Sendo  $|E|^2 = |A(z, t)|^2 \cdot |F(x, y)|^2$ , obtém-se:

$$\Delta\beta = \frac{k_0}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \left[ n_2 |A|^2 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy + \frac{j\alpha}{2k_0} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right] \quad \text{F.4}$$

Finalmente:

$$\Delta\beta = \frac{j\alpha}{2k_0} + k_0 n_2 |A|^2 \frac{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy}{\int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad \text{F.5}$$

## Apêndice G – Desenvolvimento Matemático da Equação (57)

$$T = t - \beta_1 z \quad \text{G.1}$$

$$z = z$$

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 \bar{A}}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} \bar{A} = j\gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad \text{G.2}$$

Utilizando a regra da cadeia, tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial T} \quad \text{G.3}$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial z} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_1 \frac{\partial A}{\partial T} \quad \text{G.4}$$

Substituindo (G.3) e (G.4) em (G.2),

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} - \beta_1 \frac{\partial \bar{A}}{\partial T} + \beta_1 \frac{\partial \bar{A}}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial T^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 \bar{A}}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} \bar{A} = j\gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad \text{G.5}$$

Finalmente:

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial T^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 \bar{A}}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} \bar{A} = j\gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} \quad \text{G.6}$$

## Apêndice H – Desenvolvimento Matemático das Equações (103) e (104)

$$L = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial T^3} \quad \text{H.1}$$

$$NL = i\gamma|A|^2 - \frac{\alpha}{2} \quad \text{H.2}$$

Como o operador não-linear “L” envolve derivadas temporais, é conveniente escrevê-lo no domínio da frequência. Assim, substituindo as derivadas temporais

$\frac{\partial^n}{\partial t^n}$  por  $(i\omega)^n$ :

$$\tilde{L} = -i \frac{\beta_2}{2} (i\omega)^2 + \frac{\beta_3}{6} (i\omega)^3 = i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 + \frac{i}{6} \beta_3 \omega^3 = i \left( \frac{\beta_2}{2} \omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \omega^3 \right) \quad \text{H.3}$$

Considerando a atuação apenas dos efeitos lineares na propagação incremental  $z \rightarrow \Delta z$ , e tornando “NL” nulo, tem-se:

$$A(z + \Delta z, T) = \exp[\Delta z L] A(z, T) \quad \text{H.4}$$

No domínio da frequência, obtém-se:

$$\tilde{A}(z + \Delta z, \omega) = \exp \left[ i \left( \frac{\beta_2}{2} \omega^2 + \frac{\beta_3}{6} \omega^3 \right) \Delta z \right] \tilde{A}(z, \omega) \quad \text{H.5}$$

Considerando a atuação apenas dos efeitos não-lineares na propagação incremental  $z \rightarrow z + \Delta z$ , e tornando “L” nulo, temos:

$$A(z + \Delta z, T) = \exp \left[ \int_z^{z+\Delta z} NL dz \right] A(z, T) = \exp[\Delta z NL] A(z, T) \quad \text{H.6}$$

A Equação H.6 desconsidera a dependência do operador não-linear com a distância, no passo  $z \rightarrow z + \Delta z$ .

O operador não-linear contempla o efeito de atenuação da potência óptica ao longo da fibra ( $\alpha$ ). Por isso, é conveniente escrever:

$$A(z + \Delta z, T) = \exp\left[\left(i\gamma|A|^2 - \frac{\alpha}{2}\right)\Delta z\right] A(z, T) = \exp\left[i\gamma|A|^2\Delta z_{eff}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\alpha}{2}\Delta z\right] \cdot A(z, T) \quad \text{H.7}$$

O comprimento  $\Delta z_{eff}$  foi introduzido levando-se em conta algumas importantes implicações. Quando o sinal óptico propaga-se na fibra, a potência decresce devido aos efeitos de atenuação. A modelagem deste efeito pode ser complicado e, na prática, um simples modelo que assume que a potência óptica é constante sobre um certo comprimento efetivo  $\Delta z_{eff}$  é suficiente para o passo onde se estuda os efeitos das não-linearidades.

Considerando uma potência inicial de transmissão como sendo  $P_0$  e que  $P(z) = P_0 \cdot \exp(-\alpha z)$  descreve a potência em uma distância “z” qualquer ao longo da fibra, o comprimento efetivo  $\Delta z_{eff}$  é definido de forma a satisfazer a relação:

$$P_0 \Delta z_{eff} = \int_0^{\Delta z} P(z) \cdot dz = \int_0^{\Delta z} P_0 \exp[-\alpha z] dz = P_0 \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha \Delta z)}{\alpha} \right] \quad \text{H.8}$$

Logo:

$$\Delta z_{eff} = \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha \Delta z)}{\alpha} \right] \quad \text{H.9}$$

Substituindo a equação (H.9) em (H.7), tem-se:

$$A(z + \Delta z, T) = \exp\left[i\gamma|A|^2 \left(\frac{1 - \exp(-\alpha \Delta z)}{\alpha}\right)\right] \cdot \exp\left[-\frac{\alpha}{2}\Delta z\right] \cdot A(z, T) \quad \text{H.10}$$

Com isso,

$$A(z + \Delta z, T) = \exp\left[i\gamma|A|^2 \left(\frac{1 - \exp(-\alpha \Delta z)}{\alpha}\right) - \frac{\alpha}{2}\Delta z\right] \cdot A(z, T) \quad \text{H.11}$$